

(тип задачи: движение по водному пути)

1. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Пусть  $x$  км/ч – скорость течения реки;

Собственная скорость теплохода – 15 км/ч

	Путь, км	Скорость, км/ч	Время, ч
По течению реки	200	15+x	$\frac{200}{15+x}$
Против течения реки	200	15-x	$\frac{200}{15-x}$

Так как на весь путь по течению реки и обратно было затрачено 30 часов, составим и решим уравнение:

$$\frac{200}{15+x} + \frac{200}{15-x} = 30, \text{ где } x \neq -15, x \neq 15$$

Домножим обе части уравнения на общий знаменатель дробей  $(15+x) \cdot (15-x)$ 

$$200(15-x) + 200(15+x) = 30 \cdot (15+x) \cdot (15-x) \mid \text{разделим на 10}$$

$$300 - 20x + 300 + 20x = 3 \cdot 225 - 3x^2$$

$$3x^2 + 600 - 3 \cdot 225 = 0 \mid \text{разделим на 3}$$

$$x^2 + 200 - 225 = 0$$

$$x^2 = 25$$

$$x_1 = 5$$

$x_2 = -5$  – не подходит по смыслу задачи

Скорость течения реки равна 5 км/ч

Ответ: 5

(тип задачи: движение по водному пути)

2. Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Пусть  $x$  км/ч – собственная скорость лодки; 1 км/ч – скорость течения реки

	Путь, км	Скорость, км/ч	Время, ч
По течению реки	255	$x+1$	$\frac{255}{x+1}$ <span style="color:red">М</span>
Против течения реки	255	$x-1$	$\frac{255}{x-1}$ <span style="color:red">Б</span>

2 часа

Зная, что моторная лодка затратила на путь по течению реки на 2 часа меньше, чем на путь против течения, составим и решим уравнение:

$$\frac{255}{x-1} - \frac{255}{x+1} = 2, \text{ где } x \neq 1, x \neq -1$$

Домножим обе части уравнения на общий знаменатель дробей  $(x-1) \cdot (x+1)$

$$255(x+1) - 255(x-1) = 2 \cdot (x-1) \cdot (x+1)$$

$$255x + 255 - 255x + 255 = 2(x^2 - 1)$$

$$2 \cdot 255 = 2(x^2 - 1)$$

$$x^2 - 1 = 255$$

$$x^2 = 256$$

$$x_1 = 16$$

$x_2 = -16$  – не подходит по смыслу задачи

Скорость лодки в неподвижной воде равна 16 км/ч

Ответ: 16

(тип задачи: движение по прямой)

3. Из пункта *A* в пункт *B*, расстояние между которыми 75 км, одновременно выехали

автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт *B* на 6 часов позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

	Путь, км	Скорость, км/ч	Время, ч
Велосипедист	75	$x$	$\frac{75}{x}$
Автомобилист	75	$x + 40$	$\frac{75}{x + 40}$

Пусть  $x$  км/ч – скорость велосипедиста

6 часов

Зная, что автомобилист прибыл на 6 часов раньше, составим и решим уравнение:

$$\frac{75}{x} - \frac{75}{x+40} = 6$$

$$75(x+40) - 75x = 6x(x+40)$$

$$75x + 75 \cdot 40 - 75x = 6x(x+40) \quad | \text{ разделим на 6 обе части уравнения}$$

$$25 \cdot 20 = x^2 + 40x$$

$$x^2 + 40x - 500 = 0$$

$$D = 40^2 + 4 \cdot 500 = 3600$$

$$x_1 = \frac{-40+60}{2} = 10$$

$$x_2 = \frac{-40-60}{2} = -50 \text{ – не подходит по смыслу задачи}$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Скорость велосипедиста равна 10 км/ч

Ответ: 10

(тип задачи: движение по прямой)

4. Два велосипедиста одновременно отправились в 154-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Пусть  $x$  км/ч – скорость второго велосипедиста

	Путь, км	Скорость, км/ч	Время, ч
I велосипедист	154	$x + 3$	$\frac{154}{x+3}$ М
II велосипедист	154	$x$	$\frac{154}{x}$ Б

Зная, что первый велосипедист прибыл на 3 часа раньше второго, составим и решим уравнение:

$$\frac{154}{x} - \frac{154}{x+3} = 3, \text{ где } x \neq 0, x \neq -3$$

$$154(x+3) - 154x = 3x(x+3)$$

$$154x + 154 \cdot 3 - 154x = 3x(x+3) \mid \text{разделим на 3 обе части уравнения}$$

$$154 = x^2 + 3x$$

$$x^2 + 3x - 154 = 0$$

$$D = 3^2 + 4 \cdot 154 = 9 + 616 = 625$$

$$x_1 = \frac{-3+25}{2} = 11$$

$$x_2 = \frac{-3-25}{2} = -14 - \text{не подходит по смыслу задачи}$$

11 км/ч – скорость второго велосипедиста;

14 км/ч – скорость первого велосипедиста

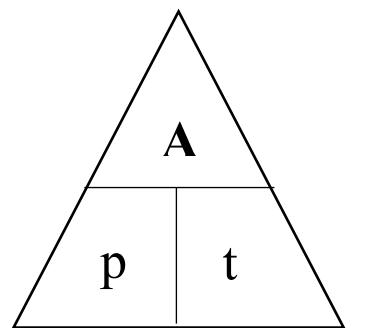
Ответ: 14

(тип задачи: производительность труда)

5. Один мастер может выполнить заказ за 42 часа, а другой – за 21 час. За сколько часов выполняют заказ оба мастера, работая вместе?

Примем объем заказа за единицу

	A	t	p
1 мастер	1	42	$\frac{1}{42}$
2 мастер	1	21	$\frac{1}{21}$
Оба мастера	1	?	$\frac{1}{42} + \frac{1}{21} = \frac{1}{14}$



A – работа  
p – производительность  
t – время

Найдем заказа, который выполняют оба мастера за один час, работая вместе:

1)  $\frac{1}{42} + \frac{1}{21} = \frac{1}{42} + \frac{2}{42} = \frac{3}{42} = \frac{1}{14}$  – часть заказа выполняют за 1 час оба мастера, работая вместе.

2)  $1 : \frac{1}{14} = 14$  (часов) – время, за которое они выполняют заказ, работая вместе.

Ответ: 14

(тип задачи: производительность труда)

6. На изготовление 780 деталей первый рабочий затрачивает на 4 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 840 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 2 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

	Работа, дет.	Производительность, дет./час	Время работы, ч
I рабочий	780	$x+2$	$\frac{780}{x+2}$
II рабочий	840	$x$	$\frac{840}{x}$

Пусть  $x$  деталей в час делает первый рабочий

4 часа

**Б – М = 4 часа**

Зная, что первый рабочий затрачивает на свою работу на 4 часа меньше, чем второй рабочий, составим и решим уравнение:

$$\frac{840}{x} - \frac{780}{x+2} = 4$$

$$840(x+2) - 780x = 4x(x+2) \mid \text{разделим обе части уравнения на 4}$$

$$210(x+2) - 195x = x(x+2)$$

$$210x + 420 - 195x = x^2 + 2x$$

$$15x + 420 = x^2 + 2x$$

$$x^2 + 2x - 15x - 420 = 0$$

$$x^2 - 13x - 420 = 0$$

$$D = (-13)^2 + 4 \cdot 420 = 169 + 1680 = 1849$$

$$x_1 = \frac{13+43}{2} = 28$$

$$x_2 = \frac{13-43}{2} = -15 \text{ -- не подходит по смыслу задачи}$$

28 деталей в час делает второй рабочий, значит первый рабочий в час делает

$$28 + 2 = 30 \text{ деталей}$$

Ответ: 30

(тип задач: проценты, сплавы растворы)

7. Виноград содержит 90% влаги, а изюм – 5%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 36 килограммов изюма?

*Виноград тоже можно себе представить, как раствор. В нём есть вода и «сухое вещество» (полезное вещество, чистое вещество). Изюм получается, когда из винограда испаряется вода. При этом нужно понимать, что количество сухого вещества остается постоянным.*

Пусть  $x$  (кг) – масса винограда

	Масса	Вода	«Сухое» вещество	Масса «сухого» вещества
Виноград	$x$ кг	90 %	10%	? $(0,1x)$ кг
Изюм	36 кг	5%	95%	? $(34,2)$ кг

Заполняем таблицу (масса винограда  $x$  кг, изюма 36 кг, воды в винограде 90 процентов, а в изюме 5 процентов. Если в винограде 90 процентов воды, значит сухого вещества  $100-90=10$  процентов. В изюме 5 процентов воды, значит 95 процентов сухого вещества. Остаётся заполнить последний столбец. Задаём вопрос «Сколько килограммов сухого вещества в винограде, а сколько в изюме?»

ЗАПОЛНИМ СНАЧАЛА ЯЧЕЙКУ ИЗ НИЖНЕЙ СТРОЧКИ, ТАК КАК ТАМ ТОЛЬКО ЧИСЛА.

Находим проценты от числа. Переводим проценты в числовой эквивалент.

95% от 36 кг

1)  $36 \cdot 0,95 = 34,2$  (кг) «сухого» вещества в изюме.

10% от  $x$  кг

2)  $0,1x$  (кг) «сухого» вещества в винограде.

Так как количество «сухого» вещества остается постоянным, получим и решим уравнение:

3)  $0,1x = 34,2$

$x = 342$

Масса винограда 342 кг

Ответ: 342

8. В сосуд, содержащий 8 литров 24% водного раствора некоторого вещества, добавили 4 литра воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Пусть  $x\%$  - концентрация получившегося раствора

	Первый раствор	Второй раствор (вода)	Получившийся раствор
Объем раствора, л	8	4	$8 + 4 = 12$
Концентрация, %	24	0	$x$
Объем «чистого вещества», л	$8 \cdot 0,24$	0	$12 \cdot 0,01x$

Зная, что при смешивании нескольких растворов объем нового раствора становится равным сумме объемов всех смешанных растворов, составим и решим уравнение:

$$12 \cdot 0,01x = 8 \cdot 0,24 \mid \cdot 100$$

$$12x = 192$$

$$x = 16$$

16 % - концентрация получившегося раствора

Ответ: 16

9. Из пункта  $A$  круговой трассы выехал велосипедист, а через 10 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 2 минуты после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 3 минуты после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 5 км. Ответ дайте в км/ч.

Пусть  $x$  км/ч – скорость велосипедиста

Найдем скорость удаления мотоциклиста:

$5 : \frac{3}{60} = 100$  км/ч – это величина на которую скорость мотоциклиста выше, чем у велосипедиста

Тогда  $(x+100)$  км/ч – скорость мотоциклиста

Время движения велосипедиста – 15 минут, т.е.  $\frac{1}{4}$  часа, значит он проехал  $\frac{1}{4}x$  км

Время движения мотоциклиста – 5 минут, т.е.  $\frac{1}{12}$  часа, значит он проехал  $\frac{1}{12}(x+100)$  км

Зная, что мотоциклист проехал на 5 км больше, составим и решим уравнение

$$\frac{1}{4}x + 5 = \frac{1}{12}(x+100)$$

$$\frac{1}{4}x - \frac{1}{12}x = \frac{100}{12} - 5$$

$$\frac{3}{12}x - \frac{1}{12}x = \frac{25}{3} - 5$$

$$\frac{1}{6}x = \frac{10}{3}$$

$$x = \frac{10}{3} * 6$$

$$x = 20$$

20 км/ч – скорость велосипедиста

120 км/ч – скорость мотоциклиста

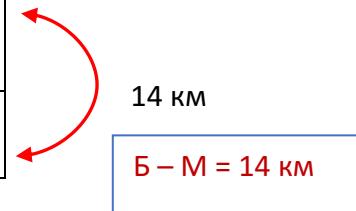
Ответ: 120 км/ч

№ 10 (тип задачи: движение по окружности)

10. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Пусть  $x$  км/ч - скорость второго автомобиля

	Время, ч	Скорость, км/ч	Путь, км
Первый автомобиль	$40 \text{ мин} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$	80	$\frac{2}{3} \cdot 80 = \frac{160}{3}$ <b>Б</b>
Второй автомобиль	$\frac{2}{3}$	$x$	$\frac{2}{3}x$ <b>М</b>



Как заполняем таблицу. Пояснения:

Скорость первого автомобиля 80 км/ч

Скорость второго приняли за  $x$

По условию описывается временной промежуток движения обоих автомобилей - это 40 минут, переводим минуты в часы, это  $40/60$  часа, т.е.  $2/3$  часа. У второго автомобиля ровно такое же время.

Найдём пройденное расстояние, умножив время на скорость, получим  $160/3$  км проехал первый автомобиль и  $2/3x$  км проехал второй автомобиль.

Нам известно, что первый автомобиль опережал второй на один круг (то есть на 14 км).

Рассставляем буквы **Б** и **М** в нашей таблице, показываем сравнительной скобкой, что разница составляет 14 км и применяем схему  $Б - М = 14$  км

Зная, что первый автомобиль опережал второй на один круг (то есть на 14 км), составим и решим уравнение:

$$\frac{160}{3} - \frac{2}{3}x = 14 \mid \cdot 3$$

$$160 - 2x = 42$$

$$2x = 160 - 42$$

$$2x = 118$$

$$x = 59$$

59 км/ч – скорость второго автомобиля.

Ответ: 59