Тематическое планирование.

Примеры поучают больше, чем теория.
М.В.Ломоносов.

I.Различные приемы быстрого счета (2ч.)

<u>*Основная цель*</u> – показать приемы для упрощения вычислений и для их проверки.

Основное содержание:

1. Приемы быстрого счета;
2. Проверка действий;
3. Таблица умножения на пальцах;
4. Признаки делимости.

Методические рекомендации.

1. ***Приемы быстрого счета.***

Необходимо убедить ребят, что приемами быстрого счета могут овладеть самые обычные люди.

<u>*Задание 1.*</u>

Необходимо умножить числа 26 и 11.

Решение: а) 2+6=8; б) поставить 8 между 2 и 6; в) ответ: 286.

<u>*Задание 2.*</u>

Перемножить 75 и 11.

Если двузначное число, получившееся при сложении, начинается с 1, то
а) 7+5=12; б) из числа12 берем 1 и складываем с 7 из числа 75 ,1+7=8;
в) цифру 2 из числа 12 вставляем между 8 и 5; г) ответ: 825.

<u>*Задание 3.*</u>

Возвести в квадрат двузначные числа, оканчивающиеся цифрой 5.

$35^2 = 1225 (т.к. 3 \cdot 4 = 12, 5 \cdot 5 = 25)$ $85^2 = 7225 (т.к. 8 \cdot 9 = 72)$

Надо цифру десятков умножить на следующую за ней цифру, а 5 возвести в квадрат и приписать 25 после полученного произведения.

<u>Задание для самостоятельного решения.</u>

<u>*Задание 4.*</u> Для того, чтобы перемножить два двузначных числа близких к 100, достаточно вычесть из одного числа дополнение второго до 100 и, увеличив разность в 100 паз, прибавить к ней произведение дополнений исходных чисел до 100.

Например, верно 93*98 = (93-2)100+2*7=9114.

Дайте обоснование предложенному способу.

2. Проверка действий.

Существует несколько способов проверки правильности выполненных действий.

<u>1 способ.</u>

Пусть $27 \cdot 48 = 11016$ вместо 1296.

Рассуждаем так: $20 < 27$, 40<48 следовательно, что $27 \cdot 48 > 20 \cdot 40 = 800$. С другой стороны 27<30, 48 <50 следовательно, что $27 \cdot 48 < 30 \cdot 50 = 1500$.

Отсюда вывод, что сделана ошибка.

<u>2 способ.</u>

Пригоден для проверки сложения, вычитания и умножения. Сводится к замене заданных чисел суммами их цифр. Сделаем над этими суммами тоже действие. Результат может отличаться от суммы цифр правильного ответа лишь на число, кратное 9.

Проведем исследование.

Пусть дано $52 \cdot 37 = 1944$. Если проверять 1 способом, то ошибка не будет обнаружена.

Проверка 2 способом. Так как 5+2=7; 3+7=10; $7 \cdot 10 = 70$, то сумма цифр ответа должна отличаться от 70 на число, кратное 9. Но 1+9+4+4=18, а разность 70-18=52 на 9 не делится. Значит обнаружена ошибка.

<u>3 способ. Упрощенный.</u>

Складывать цифры до тех пор, пока не получится однозначное число.

5+2=7, 3+7=10, 1+0=1 т.к. $7 \cdot 1 = 7$, то сумма цифр в ответе должна отличаться от 7 лишь на число, кратное 9. Но эта сумма 1+9+4+4=18, 1+8=9. Разность 9-7=2 на 9 не делится.

<u>Задание для самостоятельного решения.</u>

<u>Задание 1.</u> Вы сложили несколько чисел и хотите проверить правильность своих вычислений. Для этого можно поступить следующим образом: найти остаток от деления на 9 суммы цифр полученного ответа, затем найти остаток от деления на 9 общей суммы цифр всех слагаемых. Если указанные два остатка не совпадут, то в вычислениях имеется ошибка. Дайте объяснение предложенному способу проверки сложения.

(Ответ: Данный способ описан для чисел одного знака. Если складывались числа разного знака, то сумма всех положительных слагаемых должна давать тот же остаток при делении, что и сумма всех отрицательных слагаемы вместе с полученным в ответе числом. Для нахождения этих остатков достаточно заменить сами числа суммами их цифр).

<u>Задание 2.</u> Вы перемножили несколько чисел. Чтобы проверить правильность, для этого нужно найти остаток от деления на 9 суммы цифр полученного ответа, затем перемножить остатки от деления на 9 суммы цифр каждого из сомножителей и найти остаток от деления на 9 этого произведения. Если указанные два остатка не совпадут, то имеется ошибка.

Дайте объяснение предложенному способу проверки. Придумайте аналогичный способ проверки деления.

(Ответ: Совпадение остатков от деления двух чисел на 9 не дает возможности утверждать равенство самих этих чисел: например, числа 49 и 40 имеют одинаковые остатки, но не совпадают друг с другом. Поэтому описанные способы не дают гарантии от ошибок).

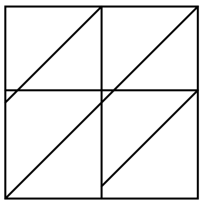
2. Таблица умножения на пальцах.

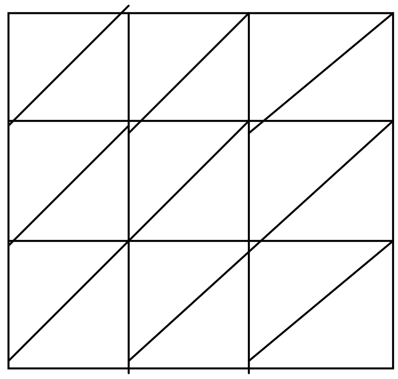
Привести исторический пример.

а) Раньше умножали так:

```
   348
   272
---------
   696
+  2436
      696
------------
    94656
```

б) Способ умножения в Туркмении в 19 столетии:





<u>Задание для самостоятельного решения.</u>

<u>Задание 1.</u> Проведите эксперимент.

Если вы хорошо знаете таблицу умножения чисел, меньших 5, но почему-то неуверенно себя чувствуете при умножении однозначных чисел, больших 5, то вы можете контролировать себя с помощью пальцев следующим образом. Пусть надо перемножить числа 6 и 7. Загнем на одной руке столько пальцев, на сколько первый сомножитель превышает 5 (в нашем случае 6-5=1), а на другой руке столько пальцев, на сколько второй сомножитель превышает 5 (в нашем случае 7-5=2). Если сложить количество загнутых пальцев и перемножить количества не загнутых пальцев, то получится соответственно число десятков 1+2=3 и число единиц 4*3=12, а сумма 30+12=42 как раз и будет равна произведению 6 и 7. Дайте обоснование предложенному способу.

(Ответ: Пусть на левой руке загнуто, а пальцев, а на правой – в пальцев. Тогда сами сомножители равны 5+а и 5+в соответственно, а их произведение равно (5+а) (5+в) = 25+5а+5в+ав=10а+10в+(25-5а-5в+ав) = 10(а+в) + (5-а)(5-в), где 5-а и 5-в как раз количества не загнутых пальцев на левой и правой руке. Значит предложенный способ дает верный результат).

<u>Задание 2.</u> Этот способ настолько прост, что его может освоить любой ребенок. Пусть нужно умножить 6 на 9. Положив обе руки на стол, приподнимем шестой палец, считая слева направо. Тогда количество пальцев слева от поднятого укажет цифру десятков (в нашем случае 5), а количество пальцев справа от поднятого укажет цифру единиц (равную 4), т.е. искомое произведение будет 54. Объясните, почему предложенный способ дает правильный ответ.

(Ответ: При умножении однозначного числа а на 9 мы получаем, что слева от а-го(поднятого) пальца находится а-1 пальцев, а справа 10-а пальцев, т.е. искомое произведение равно 10(а-1) + (10-а) = 10а-10+10-а=9а.

3.Признаки делимости.

Есть сравнительно несложные признаки делимости на 7, 11, и на 13.

а) Признак делимости на 11 самый простой.

Надо сложить все цифры числа, стоящие на нечетных местах с конца, а потом сделать тоже самое для цифр, стоящих на четных местах с конца. Из большей суммы надо вычесть меньшую. Если разность делится на 11, то на 11 делится и само число.

<u>Задание 1.</u> Проверим, делится ли число 517 на 11.

Первая сумма 7+5=12, а вторая состоит из одного слагаемого 1. Так как разность 12-1=11 делится на 11, то и число 517 делится на 11.

б) Для делимости на 7 и на 13 нет такого удобного способа. Но можно воспользоваться тем, что 1001=7*11*13. Поэтому все числа, делящиеся на 1001, делятся и на 7, и на 11, и на 13.

Задание 2. Проверить, делится ли на 7 число 859523.

Запишем его в виде 859523=859*1000+523=859*1001-859+523= 859*1001-336. Так как уменьшаемое 8591001 делится на 7, то осталось узнать, делится ли на это число, вычитаемое 336. Но 336=7*48 и значит делится на 7. На 13 это число не делится, т.к. 336 не делится на 13.

Задание для самостоятельного решения.

Задание 3. Предложите общий признак делимости на 7,11,13, используя разбиение цифр на группы. Узнайте, делится ли на 7 число 85314507239.

(Ответ: Число разбивают на группы справа налево по 3 цифры. Если разность сумм групп данного числа, взятых через одну, делится на 7 или на 11, или на 13, то и данное число делится на 7, 11 или 13.

Значит надо 239+314=543 и 507+85=592. Так как 592-543=49, а 49 на 7 делится. Значит и число делится на 7).

Задание 4. Проверить на какое число 7,11 или13 делится число 42623295.

(Ответ: данное число разбивается 3 группы. Находим (295+42)-623=-286.

Это число делится на 11 и на 13, а на 7 оно не делится.)

Литература

За страницами учебника математики: Пособие для учащихся средней школы – М.: Просвещение, 1989. / Депман И.Я., Виленкин Н.Я.

Примени математику. -М.: Наука. ГЛ.ред.физ.- мат.лит.,1990г/Сергеев И.Н., Олехин С.Н., Гашков С.Б.

Занимательная алгебра.М.: Наука Гл.ред.физ.-мат.лит.,/Перельман Я.И.

II. Процентные вычисления в жизненных ситуациях (3ч.)

Тот, кто не чувствует ни к чему интереса,
ни на что не годен и ни в чем не проявляет ума.
К.А.Гельвеций

Основная цель – показать широту применения в жизни такого простого и известного учащимся математического аппарата, как процентное вычисление.

Основное содержание:

1. Распродажа.
2. Банковские операции.
3. Голосование.

Методические рекомендации

Сюжеты задач взяты из реальной жизни и могут быть решены разными способами. Каждый выбирает свой, наиболее ему удобный способ. Целесообразно использование калькулятора, т.к. он позволяет решить технические трудности, а соответственно решить большее количество задач.

При этом необходимо знать:
а) треть величины –это приблизительно 33%;
б) 20% - это пятая часть величины;
в) увеличить на 50% т.е. прибавить половину;
г) 40% величины в 4 раза больше, чем ее 10%.

1. Распродажа.

<u>*Задача 1.*</u> Зонт стоил 360р. В ноябре цена зонта была снижена на 15%, а в декабре- еще на 10%. Какой стала стоимость зонта в декабре?
(Ответ: 1) 100%-15%=85%-стоимость в ноябре; 2) 360*0,85=306р.
3) 100%-10%=90%; 4) 306*0,9=275,4р.- второе снижение цены.
275р.40к. стал стоить зонт в декабре.)

<u>*Задача 2.*</u> Магазин принимает вещи для комиссионной продажи по следующим правилам: если вещь не продана в течении 20 дней, то она уценивается на 10%;

Если она не продана в следующие 20 дней, то она уценивается второй раз на 15%ее новой цены. Заполните таблицу.

Первоначальная цена.	Первая уценка	Цена после первой уценки	Вторая уценка	Цена, по которой вещь продана.
3000р.				
26000р.				
180000р.				

<u>*Задача 3.*</u> Товар стоил 50 000р. К концу срока его реализации цена снизилась, и товар стал стоить 43000р. На сколько процентов снизилась цена товара?

(Ответ: на 14%).

<u>Задание для самостоятельного решения.</u>

<u>*Задача 4.*</u> На одной распродаже вещь уценили на 20%, а через неделю еще на 10%. На другой распродаже такую же вещь уценили сразу на 30%. Где выгоднее покупателю купить эту вещь?

<u>*Задача 5.*</u> Антикварный магазин приобрел старинный предмет за 30000р. И выставил его на продажу, повысив цену на 60%. Но этот предмет был продан лишь через неделю, когда магазин снизил его новую цену на 20%. Какую прибыль получил магазин при продаже антикварного предмета?

***2.Банковские операции*.**

<u>Задача 6.</u> За хранение денег сбербанк начисляет вкладчику 8% годовых. Вкладчик положил на счет в банке 5000р. И решил в течение пяти лет не снимать деньги со счета и не брать процентные начисления. Сколько денег будет на счете вкладчика через год, через пять? Задачу можно решить двумя способами.

<u>(Ответ: 1 способ.</u> Так как 8% от 5000р. Составляют 400р., то через один год на счете окажется 5000+400=5400р. В конце следующего года проценты банк будет начислять уже на новую сумму. Значит, через 5 лет на счете будет 7346р.64к.

2 способ. В данном способе начисляются сложные проценты, т.е. при вычислении процентов исходили из величины, полученной на предыдущем шаге, т.е. «проценты на проценты». Через год начальная сумма вклада увеличится на 8%, значит, новая сумма составит от первоначальной 108%. Значит, через год вклад увеличится в 108/100=1,08 раза и составит 5000*1,08р. Каждый год образовавшаяся сумма снова будет увеличиваться в 1,08 раза. Вклад растет в геометрической прогрессии и через 5 лет сумма на счете составит $5000*1,08^5$р., т.е. 7346,64р.)

Задание для самостоятельного решения.

Задача 7. В прошлом году Алиса для оплаты своего обучения воспользовалась кредитом сбербанка, взяв сумму 40000р., с обязательством возвратить кредит (с учетом 20% годовых) через 3 года. В этом году снижены процентные ставки для кредита на оплату обучения с 20% до 19% годовых. Поэтому у Полины, последовавшей примеру сестры, долг окажется меньше. На сколько?

(Ответ: примерно на 1700р.)

3.Голосование.

Задача 8. В школьном референдуме по вопросу о введении Ученического совета участвовали 88% из 550 учащихся. 75% принявших участие ответили «да». Какой процент от числа всех учащихся школы составили те, кто ответил положительно?

(Ответ: Переведем проценты в дробь, а затем вычислим число уч-ся , утвердительно ответивших на вопрос: 550*0,88*0,75=363ч. Теперь ответим на вопрос: 363:550=0,66 – это 66%.

Задача 9. В городе А-450000 жителей. В избирательные списки занесено 76% жителей этого города. Чтобы выборы состоялись, необходимо, чтобы в голосовании приняло участие не менее 25% избирателей, внесенных в списки. Можно ли считать, что выборы в городе А состоялись, если в день выборов на избирательные участки пришло 93000 жителей?

(Ответ: Можно.)

Задача 10. В городе 480000жителей. В голосовании приняли участие 350000 человек. Сколько процентов избирателей города приняли участие в голосовании? (Ответ: приблизительно 73%).

Литература

Проценты на все случаи жизни: Учебное пособие для уч-ся, учителей .- Челябинск: Юж-Урал.кн.изд-во, 1996г./Петрова И.Н..

Математика: Алгебра. Функции. Анализ данных.7-9 классы. Учеб.для общеобр.учеб.заведений / Под редакцией Г.В.Дорофеева.- М.: Дрофа, 2000г.

III. Теория графов(4ч.)

Я представляю каждому думать по-своему:
лишь бы мне позволили думать, как я хочу.
Д. Дидро

Основная цель – научиться наглядно представлять различные объекты и связи между ними.

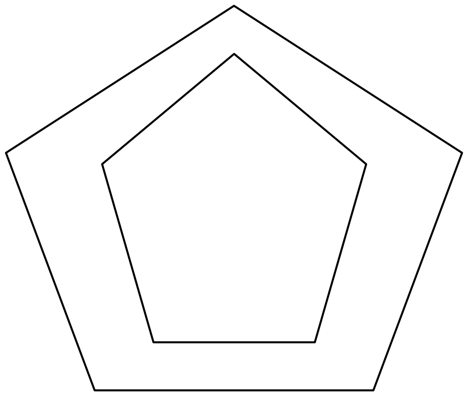
Основное содержание:

1. Историческая справка.
2. Графы в решении логических задач.
3. Использование графов в других областях.

Методические рекомендации.

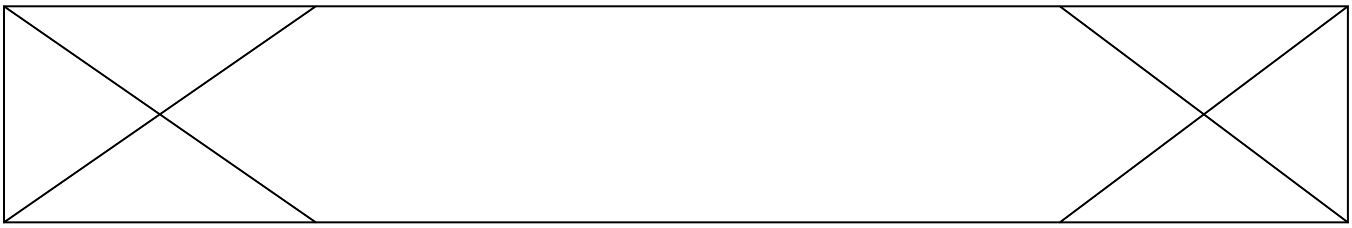
1. Историческая справка.

Первая работа по теории графов принадлежит Л.Эйлеру, и появилась она в 1736 году в публикациях Петербургской Академии наук. Известный математик 19 века Гамильтон придумал игру, которую назвал «Кругосветное путешествие». Он нарисовал карту, показанную на рисунке, и предложил продолжить на ней замкнутый маршрут, проходящий через все точки, причем в каждой можно побывать только один раз. Попробуйте сами найти такой маршрут.



В честь Гамильтона пути с такими свойствами на любой карте, где указаны точки и соединяющие их линии, называют гамильтоновыми, а карты на которых есть такие пути - гамильтоновыми графами. Вообще графом называют несколько точек, некоторые из которых соединены линиями, причем допускаются и петли. Задача о гамильтоновых путях встречается в разных вопросах. Например, слесарь-ремонтник хочет осмотреть все станки, побывав у каждого один раз. Его путь будет гамильтоновым.

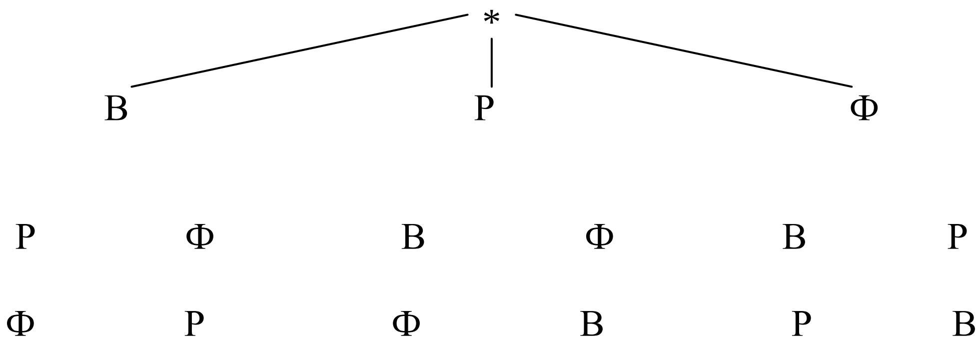
Задача 1. Выясните, существует ли гамильтонов путь для следующего графа.



2. Графы в решении логических задач.

Задача 2. Туристическая компания планирует посещение туристами в Италии трех городов: Венеции, Рима и Флоренции. Сколько существует вариантов такого маршрута?

Города обозначим их первыми буквами. Код будет состоять из трех букв, где каждая используется один раз.



Задача 3. Шифр для сейфа составляют из буквы и цифры, причем на первом месте ставится буква. Сколько различных вариантов шрифта можно составить, используя буквы А, В, С и цифры 3,7,9?

Задача 4. Человек, пришедший в гости, забыл код, открывающий дверь подъезда, но помнил, что он составлен из нулей и единиц и всего имеет четыре цифры. Сколько вариантов кода в самом худшем случае ему придется перебрать, чтобы открыть дверь?

(Ответ: Выпишем сначала все коды, имеющие одну 1, затем- две 1, затем- три1. Получим 14 попыток.)

3. Использование графов в других областях.

Сейчас в любой отрасли науки встречаешься с графами: в электротехнике при построении электрических схем, в химии и биологии – при изучении молекул и их цепочек, в экономике – при нахождении оптимального пути и.т.д.

Построить на компьютере следующие графы. К оцениванию данных работ подразумевается привлечение педагогов истории, словесности, биологии.

Творческие задания и проекты.

Задание 1. Составить граф, представляющий в истории России династию Романовых. (Можно в виде Web-сайта).

Задание 2. Составить граф, показывающий развитие животного и растительного мира на протяжении многих миллионов лет.

Задание 3. Представить информацию о классификации в русском языке в виде графа. (Части речи и виды предложений.)

Учащимся предлагается выбор своих тем, предварительно обговорив их с учителем.

Литература

Древо познания. Универсальный иллюстрированный справочник для всей семьи. Для детей старшего школьного возраста и взрослых. /Издатель: МС ИСТ ЛИМИТЕД.

Внеклассная работа по математике в 6-8 классах. /Под ред. С.И.Шварцбурда. - М.: Просвещение, 1984г.

Информатика. Задачник практикум в 2-х т./ Под ред. И.Г.Семакина – М.Бином. Лаборатория знаний, 2003г.

IV. Различные способы решений квадратных уравнений (5ч.)

Тремя путями мы познаем мудрость:
размышлением, -самый благородный путь;
подражанием, -это самый легкий и
третий- опытный, -это самый тяжелый.
Л.Толстой.

Основная цель – познакомить учащихся с 10 способами решения квадратных уравнений, которые быстро и рационально позволят решать многие уравнения.

Основное содержание:

1.1. Разложение лево части уравнения на множители.
1.2. Метод выделения полного квадрата.
2.1. Решение квадратных уравнений по формуле.
2.2. Решение уравнений с использованием теоремы Виета (прямой и обратной).
3.1. Решение уравнений способом переброски.
3.2. Свойства коэффициентов квадратного уравнения.
4.1. Графическое решение квадратного уравнения.
4.2. Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки.
5.1. Решение квадратных уравнений с помощью номограммы.
5.2. Геометрический способ решения квадратных уравнений.

Методические рекомендации.

1.1. а) решим уравнение $x^2+10x-24=0$.
Разложим левую часть на множители: $x^2+10x-24= x^2+12x-2x-24=x(x+12)-2(x+12) = (x+12)(x-2)$. Уравнение можно переписать так
$(x+12)(x-2)=0$
$x+12=0$ и $x-2=0$
$x_1=-12 \qquad x_2=2$
Ответ: -12;2.

б) $x^2+3x+2=0$,
$(x+2x) + (x+2) = 0$,
$x(x+2) + (x+2) = 0$,
$(x+1)(x+2)=0$,
$x+1=0$ и $x+2=0$
$x_1=-1 \qquad x_2=-2$
Ответ: -1; -2.

в) $6x^2+x-2=0$,
$6(x^2+\frac{1}{6}x-\frac{2}{6}x \ )=0$,

$$6\left(x^2+\frac{4}{6}x-\frac{3}{6}x-\frac{2}{6}\right)=0,$$

$$6\left(x^2-\frac{3}{6}x\right)+\left(\frac{4}{6}x-\frac{2}{6}\right)=0,$$

$$6\left(x\left(x-\frac{1}{2}\right)+\frac{4}{6}\left(x-\frac{1}{2}\right)\right)=0,$$

$$6\left(x\left(x-\frac{1}{2}\right)+\frac{2}{3}\left(x-\frac{1}{2}\right)\right)=0,$$

$$6\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)=0,$$

$$x_1=-\frac{2}{3}, x_2=\frac{1}{2}$$

<u>Задание для самостоятельного решения.</u>

1) x^2-4x+4=0,
2) x^2+6x+9=0,
3) $4x^2-\frac{1}{144}=0$.

1.2. а) Решим уравнение x^2+6x-7=0. Выделим в левой части полный квадрат. Для этого запишем выражение x^2+6x в виде: x^2+6x=x^2+2x3

В полученном выражении 1 слагаемое- квадрат числа x, а 2 слагаемое- удвоенное произведение x на 3. Поэтому чтобы получить полный квадрат, нужно прибавить 3^2, т.к. $x^2+2x3+3^2=(x+3)^2$.

Имеем $x^2+2x3+3^2-3^2-7=(x+3)^2-9-7=(x+3)^2-16$.

$(x+3)^2-16=0$

$(x+3)^2=16$

x+3=4 или x+3= -4

x_1=1 x_2= -4

Ответ: 1; -4.

б) $5x^2$-3x-2=0

$$x^2-\frac{3}{5}x-\frac{2}{5}=0$$

$$x^2-2x\cdot\frac{3}{10}+\left(\frac{3}{10}\right)^2-\left(\frac{3}{10}\right)^2-\frac{2}{5}=\left(x-\frac{3}{10}\right)^2-\frac{9}{100}-\frac{2}{5}=\left(x-\frac{3}{10}\right)^2-\frac{49}{100}$$

Доведите, данное решение, до конца самостоятельно.

2.1. Умножим обе части уравнения ax^2+вx+c=0 на 4a.

$4a^2x^2$+4авx+4ac=0,

$((2ax)^2+2ax\text{в}+\text{в}^2)-\text{в}^2+4ac=0$,

$(2ax+\text{в})^2=\text{в}^2-4ac$,

$2ax+\text{в}=\pm\sqrt{\text{в}^2-4ac}$,

$2ax=-\text{в}\pm\sqrt{\text{в}^2-4ac}$,

$$x_{1,2}=\frac{-\text{в}\pm\sqrt{\text{в}^2-4ac}}{2a}.$$

Вывод: если $в^2-4ac>0$,то уравнение имеет два разных корня;
если $в^2-4ac=0$, то уравнение имеет единственный корень;
если $в^2-4ac<0$,то уравнение не имеет корней.

Задание для самостоятельного решения.

1) $4x^2-12x+9=0$;
2) $3x^2-7x-1=0$;
3) $10x^2-6x+0,9=0$.

2.2 Приведенное квадратное уравнение имеет вид $x^2+px+q=0$.

Его корни удовлетворяют тереме Виета $\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = q, \\ x_1 + x_2 = -p. \end{cases}$

Выводы: а) если q> о, то уравнение имеет два одинаковых по знаку корня, а это в свою очередь зависит от p.

Если p>0, то оба корня отрицательны, p<0, то оба корня положительны.

Пример1. $x^2-3x+2=0$; $x_1=2$ и $x_2=1$, так как $q=2>0$ и $p=-3<0$;
$X^2+8x+7=0$; $x_1= -7$ и $x_2= -1$, так как $q=7>0$ и $p=8>0$.

в) Если q <0, то уравнение имеет два различны по знаку корня, причем больший по модулю корень будет положителен, если p<0, или отрицателен, если p>0.

Пример 2. $x^2+4x-5=0$; $x_1= -5$ и $x_2=1$, так как $q = -5<0$ и $p=4>0$;
$X^2-8x-9=0$; $x_1=9$ и $x_2= -9$, так как $q= -9<0$ и $p= -8<0$.

Задание для самостоятельного решения.

1) $x^2-2x-15=0$; 2) $x^2+10x +9=0$; 3) $x^2-6x+9=0$; 4) $4x^2+7x-2=0$; 5) $2x^2-11x+15=0$.

3.1. Этот способ используют, когда можно легко найти корни уравнения, используя теорему Виета и, что самое важное, когда дискриминант есть точный квадрат.

Рассмотрим квадратное уравнение $ax^2+вx+c=0$, умножая обе его части на а, получаем уравнение $a^2x^2+aвx+ac=0$. Пусть $ax=y$, откуда $x=y/a$; тогда приходим к уравнению $y^2+вy+ac=0$. Его корни y_1 и y_2 найдем по теореме Виета. Значит $x_1=y_1/a$ и $x_2=y_2/a$. При этом способе коэффициента умножается на свободный член, как бы «перебрасывается» к нему.

Пример1. $2x^2-11x+15=0$.

Перебросим коэффициент 2 к свободному члену, получим
$У^2-11y+30=0$.
По теореме Виета $y_1=5$ и $y_2=6$, отсюда следует $x_1=5/2$ и $x_2=6/2$
Т.е. $x_1=2,5$ и $x_2=3$.

$$3\sqrt{2}x^2 - (3+\sqrt{2})x + 1 = 0$$

$$y^2 - (3+\sqrt{2})y + 3\sqrt{2} = 0$$

Пример 2. $y_1 = 3, y_2 = 2$

$$x_1 = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x_2 = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3}.$$

Задание для самостоятельного решения.

1) $3x^2+x-4=0$; 2) $4x^2+12x+5=0$; 3) $5x^2-11x+6=0$.

3.2. *Первый случай.*

Дано $ax^2+вx+c=0$, где а не рано 0.

а) Если, а+в+с=0, то $x_1=1$, $x_2=c/a$.

Доказательство провести самостоятельно.

б) Если, а - в + с=0, или в=а + с, то x_1= -1, x_2= -с/а.

Доказательство провести самостоятельно.

<u>Пример1.</u> Решим уравнение $345x^2-137x-208=0$.

Так как 345-137-208=0, то $x_1=1$, x_2= -208/345.

Ответ: 1; -208/345.

<u>Пример 2.</u> Решим уравнение $132x^2-247x+115=0$.

Так как 132-247+115=0, то $x_1=1$, x_2=115/132.

Ответ: 1;115/132.

<u>Задание для самостоятельного решения.</u>

1) $11x^2+25x-36=0$; 2) $839x^2-448-391=0$; 3) $1999x^2-2000x+1=0$.

Второй случай.

Если второй коэффициент в=2к – четное число, то формулу корней можно записать так
$$x_{1,2} = \frac{-\kappa \pm \sqrt{\kappa^2 - ac}}{a}.$$

<u>Пример 3.</u> $3x^2-14x+16=0$.

а=3, в= -14, с=16, к= -7;

Д= 1, Д>0, два различных корня;

$X_1=2$; $x_2=8/3$.

Ответ: 2;8/3.

<u>Задание для самостоятельного решения.</u>

1) $15x^2-22x-37=0$; 2) $4x^2+20x+25=0$; 3) $9x^2-12x+4=0$.

Третий случай.

Приведенное уравнение $x^2+px+q=0$, совпадает с уравнением общего вида, где а=1, в=р, с=q. Поэтому для приведенного квадратного уравнения формула корней примет вид: $x_{1,2}=\frac{-p \pm \sqrt{p^2-4q}}{2}$, или $x_{1,2}=\frac{-p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$.

Эту формулу удобно использовать, когда р- четное число.

<u>Пример 4.</u> $x^2-14x-15=0$.

$X_{1,2}=7 \pm \sqrt{49+15}$

$X_1=15$, $x_2=-1$.

Ответ: 15; -1.

<u>Задание для самостоятельного решения.</u>

1) $x^2+6x-40=0$; 2) $x^2+18x+81=0$; 3) $x^2-56x+64=0$.

4.1. Если в уравнении $x^2+px+q=0$, перенести второй и третий члены в правую часть, то получим $x^2=-px-q$.

Построим графики зависимостей $y=x^2$ и $y=-px-q$.

Возможны 3 случая:

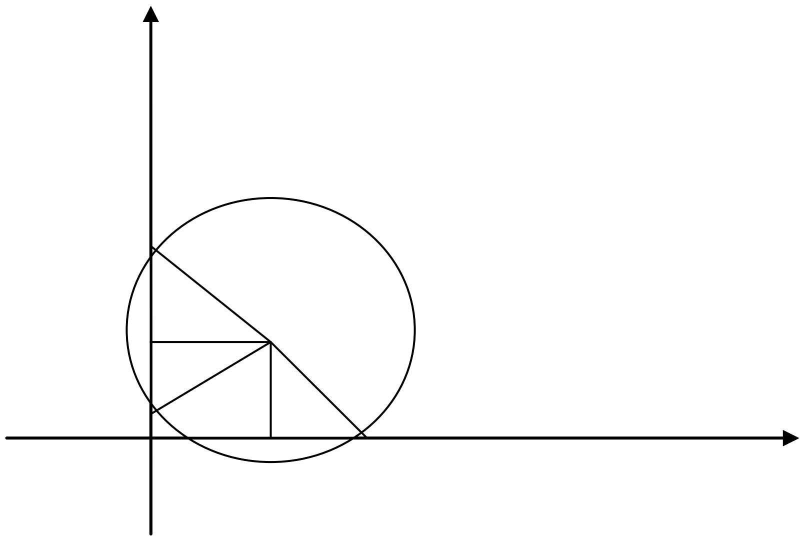
- Прямая и парабола пересекаются в двух точках, абсциссы точек являются корнями уравнения;(пример: $x^2=-3x-4=0$)
- Прямая и парабола могут касаться и значит уравнение имеет один корень; (пример: x2-2x+1=0)
- Прямая и парабола не имеют общих точек т.е. уравнение не имеет корней. (пример: x2-2x+5=0)

Задание для самостоятельного решения.

Решите графически уравнения:
1) x^2-x-6=0; 2) x^2+4x+6=0; 3) x^2+2x-3=0; 4) $4x^2$-4x-1=0.

4.2. Графический способ решения квадратных уравнений с помощью параболы неудобен т.к. требуется много времени и точность невелика.

Предлагаем воспользоваться циркулем и линейкой. Допустим искомая окружность пересекает ось абсцисс в точках В(x_1,0) и Д(x_2;0), где x_1 и x_2 корни уравнения ax^2+вх+с=0.



Так как окружность проходит через точки А(0;1) и С(0;$\frac{c}{a}$) на оси ординат. Тогда по теореме о секущих имеем ОВ*ОД=ОА*ОС, откуда ОС= $\frac{OB \cdot OД}{OA} = \frac{x_1 \cdot x_2}{1} = \frac{c}{a}$

Центр окружности находится в точке пересечения перпендикуляров SF, SK, восстановленных в серединах хорд АС и ВД, поэтому

SK= $\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\frac{-в}{a}}{2} = \frac{-в}{2a}$, SF= $\frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{1+\frac{c}{a}}{2} = \frac{a+c}{2c}$.

Значит:

1) Построим точки S$\left(\frac{-в}{2a};\frac{a+c}{2a}\right)$ (центр окружности) и А(0;1).
2) Проведем окружность с радиусом SA;
3) Абсциссы точек пересечения этой окружности с осью Ох являются корнями исходного квадратного уравнения.

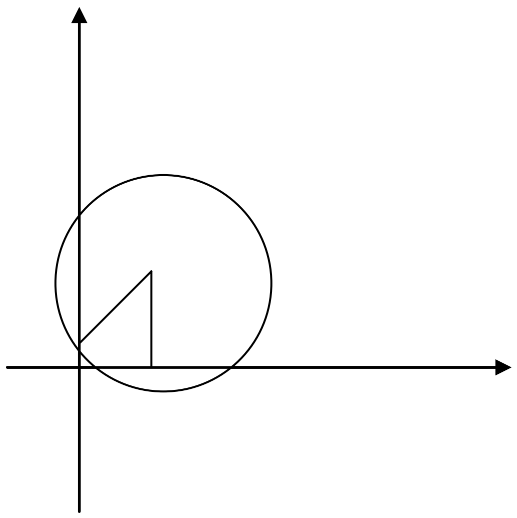
Возможны три случая.

1) Радиус окружности больше ординаты центра (AS>SK), окружность пересекает ось Ох в двух точках В и Д. (рис.1а, два решения)

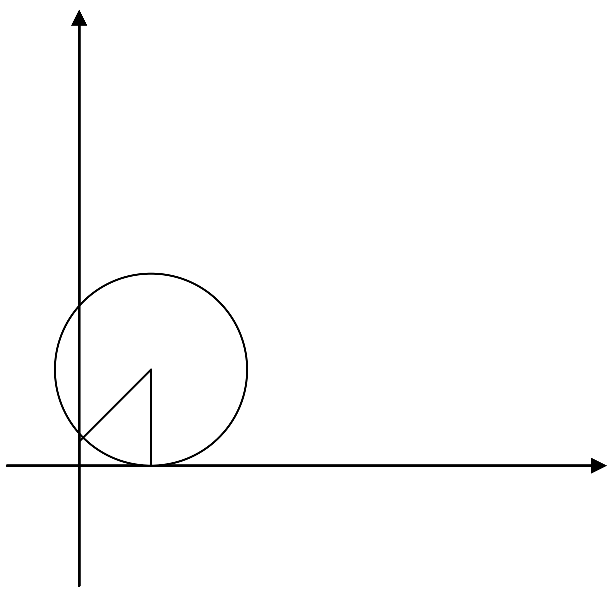
2) Радиус окружности равен ординате центра (AS=SB), окружность касается оси Ох в точке В. (рис.1б, одно решение)

3) Радиус окружности меньше ординаты центра (AS<SB), окружность не имеет общих точек с осью абсцисс. (рис.1в, нет решений.)

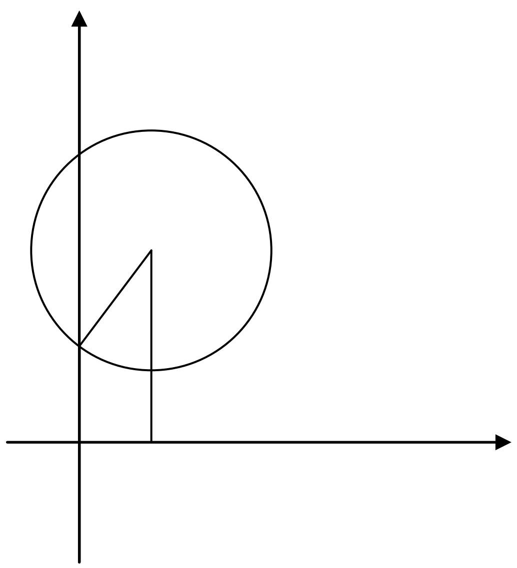
1а.



1б.



1в.



<u>Задание для самостоятельного решения.</u>

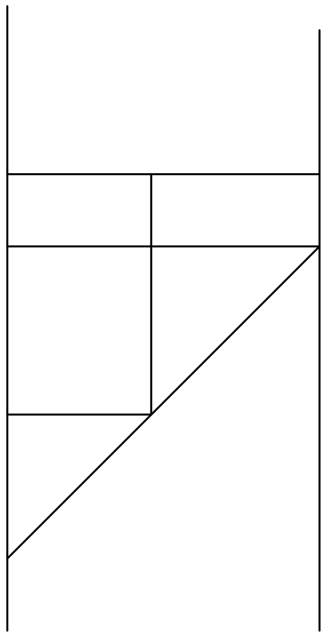
Решите с помощью циркуля и линейки следующие уравнения:
1) x^2-3x+2=0; 2) x^2-3x-10=0; 3) x^2+4x+5=0.

5.1. Это старый и забытый способ решения квадратных уравнений, помещенный (четырехзначные математические таблицы/ Брадис В.М. –М.: Просвещение, 1990г).

Таблица 22. Номограмма для решения уравнения $z^2+pz+q=0$. Она позволяет, не решая уравнения, определить корни уравнения по его коэффициентам.

Криволинейная шкала построена по формулам OB=$\frac{a}{1+z}, AB=\frac{-z^2}{1+z}$.

Полагая OC=p, ED=q, OE=a, из подобия треугольников CAH и CDF получим пропорцию $\frac{p-q}{p-AB}=\frac{a}{OB,}$ откуда после подстановок и упрощений вытекает уравнение $z^2+pz+q=0$, где буква z означает метку любой точки криволинейной шкалы.



<u>Пример 1.</u> Для уравнения z2+5z-6=0 номограмма дает положительный корень z1=1,0, а отрицательный корень находим, вычитая положительный корень из –p, т.е. z2= -p-1= -5-1= -6,0.

<u>Пример 2.</u> Для решения уравнения z^2-2z-8=0 номограмма дает положительный корень z_1=4,0, отрицательный равен z_2= -p-z_1=2-4=-2,0.

<u>Пример 3.</u> Для решения уравнения z^2+4z+3=0, оба корня которого отрицательные числа, берем z_1= -t и находим по номограмме два положительных корня t_1 и t_2 уравнения t^2-4t+3=0, это t_1=1, t_2=3, а затем
z_1= -t_1= -1,z_2= -t_2= -3. Если коэффициенты p и q выходят за пределы шкалы, то выполняют подстановку z=kt и решают с помощью номограммы уравнение
$t^2+\frac{p}{k}k+\frac{q}{k^2}=0$, где k берут с таким расчетом, чтобы имели место неравенства

$$12{,}6 \le \frac{p}{k} \le 12{,}6 - 12{,}6 \le \frac{q}{k^2} \le 12{,}6 .$$

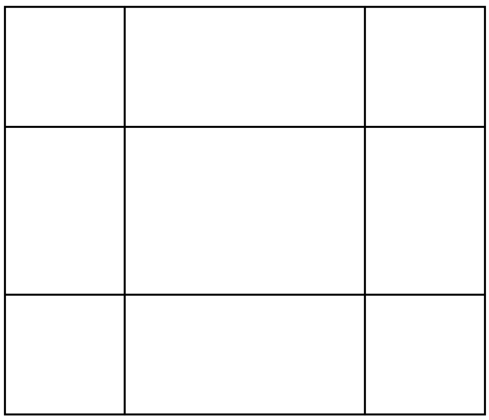
Пример 4. Для уравнения z^2-25z+66=0 коэффициенты p и q выходят за пределы шкалы, выполним подстановку z=5t, получим уравнение t^2-5t+2,64=0, которое решаем номограммой и получим t_1=0,6,t_2=4,4, откуда $z_1=5t_1$=3,0,$z_2=5t_2$=22,0.

Задание для самостоятельного решения.

Решите с помощью номограммы уравнения:
1) z^2-7z+6=0, 2) z^2+5z+4=0, 3) z^2-2z+3=0, 4) z^2-z-6=0.

5.2. В древности квадратные уравнения решали не алгебраически, а геометрически.
Пример 1. x^2+10x=39.

Рассмотрим квадрат со стороной x, на его сторонах строятся прямоугольники так, что другая сторона каждого из них равна 2,5, следовательно, площадь каждого равна 2,5x. Полученную фигуру дополняют затем до нового квадрата АВСД, достраивая в углах четыре равных квадрата, сторона каждого из них 2,5, а площадь $6\frac{1}{4}$.



Площадь квадрата АВСД можно представить как сумму площадей: первоначального квадрата x^2, четырех прямоугольников(4*2,5x=10x) и четырех пристроенных квадратов($6\frac{1}{4}\cdot 4 = 25$), т.е. S=x^2+10x+25.

Заменяя x^2+10x числом 39, получим, что S=30+25=64, откуда следует, что сторона квадрата АВСД равна 8. для искомой стороны первоначального квадрата получим x=8-2,5-2,5=3.

Пример 2. А так решали уравнение древние греки y^2+6y-16=0, где
y^2+6y=16, или y^2+6y+9=16+9. Это один и тот же квадрат, а исходное уравнение y^2+6y-16+9-9=0 одно и то же уравнение. Откуда и получаем, что y+3=± 5, или y_1=2, y_2= -8.

<u>Задание для самостоятельного решения.</u>

Решить геометрически уравнение y^2-6у-16=0.

____________________________Литература__________________________________

Брадис В.М. Четырехзначные математические таблицы для средней школы-М.: Просвещение,1990г.

Злоцкий Г.В. Карточки-задания при обучении математике. Книга для учителя. –М.: Просвещение,1992г.

М., Математика (приложение к газете «Первое сентября») №21/96,10/97,24/97,18/98,21/98,20/2000.

V. Приближенные методы извлечения квадратного корня (2ч)

Мы должны приучаться к тому,
чтобы во всяком возникающем вопросе
исследовать и находить его корень.
Д.Локк

<u>Основная цель</u> – показать учащимся некоторые методы нахождения корней, позволяющие довольно скоро получать их приближения.

Основное содержание:

1. Историческая справка;
2. Алгоритм извлечения квадратного корня;
3. Решение задач.

Методические рекомендации

1. Извлечение корня, является шестым математическим действием.

Это видоизменение латинской буквы r, начальной в латинском слове, означающем «корень». В 16 веке, когда знаком корня служила не строчная, а прописная буква R, а рядом с ней ставилась первая буква латинских слов «квадратный» (q) или «кубический» (c), чтобы указать какой именно корень требуется извлечь. Например, писали R.q4352 вместо нынешнего $\sqrt{4352}$. Если прибавить к этому, что в ту эпоху еще не вошли в общее употребление знаки + и - а вместо них писали буквы p.,m. Кроме обозначения $\sqrt{a}$ теперь употребляется и другое $a^{\frac{1}{n}}$. Оно было предложено голландским математиком 16 века Стевином.

2.Для нахождения корня $\sqrt{273529}$ произведем действия:

а) Десятичную запись числа 273529 разобьем на группы по две цифры;

б) Для старшей группы цифр, образующей число 27, подберем такую цифру, чтобы ее квадрат был наибольшим, но не превосходил числа 27; такая цифра 5.

в) из старшей группы цифр вычтем найденный в предыдущем пункте квадрат первой цифры ответа и к полученной разности27-25=2 припишем справа следующую группу цифр 35; получим 235;

г) удвоив записанное в ответе число 5, припишем справа такую цифру, чтобы произведение полученного в результате числа на эту цифру было наибольшим, но не превосходило числа 235; такой цифрой будет 2 т.к.102*2=204 меньше 235, но 103*3=309 больше 235).

д) Из числа 235 вычтем найденное в предыдущем пункте произведение 204 и к остатку 31 снесем следующую группу цифр29; получим число 3129;

е) удвоив в ответе 52, припишем справа такую цифру, чтобы произведение полученного в результате числа на эту цифру, было наибольшим, но не превосходило числа 3129; такая цифра 3;

ж) разность между снесенным числом 3129 и полученным произведением равна 0, поэтому корень из 273529 извлекается нацело и равен 523.

```
102          1043            √273529 =523
  2             3             25
-----        ------          ----
204          3129              235
                               204
                              -----
                                3129
                                3129
                             ----------
                                   0
```

Приведите обоснование данному алгоритму и найдите с его помощью корень из числа 8259876.

(Ответ: 48*8=384; 567*7=3969; 5744*4=22976

```
√8259876 =2874
 4
---------
 425
 384
  ----
   4198
   3969
 ---------
     22976
     22976
```

3.а) Разложив на простые множители целое число, можно определить, извлекается ли из него нацело корень данной степени. Попробуйте таким путем определить, корни каких степеней извлекаются нацело из числа 1728.

(Ответ: 1728=222222333 то нацело из числа 1728 извлекается только кубический корень $\sqrt[3]{2^6 \cdot 3^3} = 2^2 \cdot 3 = 12$. Показатели 6 и 3 имеют общий делитель 3.)

б) Что больше $\sqrt[5]{5} или \sqrt{2}$? Требуется решить, не вычисляя значения корней.

(Ответ: Возведем оба выражения в 10-ю степень, получаем $(\sqrt[5]{5})^{10} = 5^2 = 25, (\sqrt{2})^{10} = 2^5 = 32; т.к. 32 > 25, то \sqrt{2} > \sqrt[5]{5}$).

в)Что больше $\sqrt{7} + \sqrt{10} или \sqrt{3} + \sqrt{19}$? Решить самостоятельно.

(Ответ: $\sqrt{3} + \sqrt{19} > \sqrt{7} + \sqrt{10}$).

г) извлечение кубического корня в уме.

Для этого надо знать кубы чисел до 10. Извлечение производится так: от названного числа мысленно отделяют запятой три знака справа (389,017). Если в числе слева от запятой оказывается не более трех знаков, то искомое число будет двузначным, и можно назвать крайнюю справа цифру его. Это будет 3Куб тройки оканчивается 7. Первую цифру искомого числа можно узнать по числу, стоящему слева от запятой (389). Какое число, возведенное в куб, дает 389? 7^3=343, 8^3=512. Берем меньшее -7.

____________________________Литература_____________________________

Примени математику.- М.: Наука. ГЛ.ред.физ.-мат.лит.,1990г/Сергеев И.Н.,Олехин С.Н., Гашков С.Б.

Занимательная алгебра.М.: Наука Гл.ред.физ.-мат.лит.,/Перельман Я.И.

VI. *Теорема Пифагора (3ч)*

Открытия делаются именно благодаря исследованию случаев, которые являются исключением из правил.
Р.А.Грегори

Основная цель – показать различные способы доказательств теоремы Пифагора и ее значение в жизни.

Основное содержание:

1. Историческая справка;
2. Решение старинных задач;
3. Распределение заданий по группам;
4. Подготовка к защите проекта.

Методические рекомендации.

1. Историческая справка.

Вы уже знакомы с теоремой Пифагора, но хочется преподнести более подробный рассказ.

В Древней Греции жил ученый Пифагор (580г.до н.э.- 500 г. до н.э.) С его именем связано много легенд. Он много путешествовал, был в Индии, Египте, Вавилоне, изучал древнюю культуру и достижения науки разных стран. Вернувшись на родину, Пифагор организовал кружок молодежи из представителей аристократии. В кружок принимались с большими церемониями после долгих испытаний. Каждый вступающий отрекался от своего имущества и давал клятву хранить в тайне учения основателя. Так, на юге Италии, которая была тогда греческой колонией, возникла пифагорейская школа. Пифагорейцы занимались математикой, философией, естественными науками. Ими было сделано много важных открытий в арифметике и геометрии. В школе существовал декрет, по которому авторство всех математических работ приписывалось Пифагору. Пифагор был убит в уличной схватке во время народного восстания.

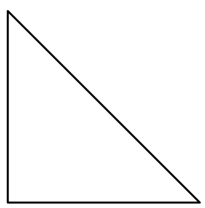
(Более подробно о жизни Пифагора можно предложить рассказать группе №1).

2. ***Решение старинных задач.***

Задача 1. (Арифметика Магницкого Л.Ф.)

Случися некоему человеку к стене лествицу прибрати, стены же тоя высота есть 117 стоп. И обреете лествицу долготою 125 стоп. И ведати хощет, колико стоп сея лествицы нижний конец от стены отстояти имать.

Решение: Дано:



$\Delta ABC, \angle C = 90°б$

$AC = 117 стоп,$

$AB = 125 стоп.$

$Найти : CB$

Пусть CB=x стоп. Тогда, по тереме Пифагора имеем равенство:

$125^2=117^2+x^2$,

$x^2=125^2-117^2$;

$x^2=(125-117)(125+117)$,

$x^2=8*242$,

$x^2=4*4*121$,

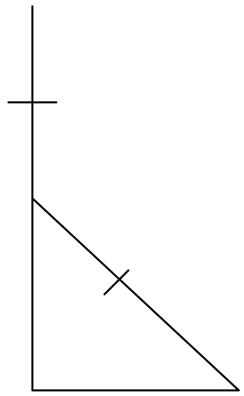
x=$\sqrt{4\cdot 4\cdot 121}, x = 2\cdot 2\cdot 11, x = 44.$

Ответ: 44 стопы.

Задача 2. Часто математики записывали свои задачи в стихотворной форме. Вот задача индийского математика 12 века. Бхаскары:

«На берегу реки рос тополь одинокий.
Вдруг ветра порыв его ствол надломал.
Бедный тополь упал. И угол прямой
С теченьем реки его ствол составлял.
Запомни теперь, что в том месте река
В четыре лишь фута была широка.
Верхушка склонилась у края реки.
Осталось три фута всего от ствола,
Прошу тебя, скоро теперь мне скажи:
У тополя как велика высота?»

Решение: Дано:



$\Delta BAC, \angle A = 90°$
$AC = 3 фута,$
$AB = 4 фута.$
$Найти: KA.$

AK= AB+BK. По теореме Пифагора $BC^2= AB^2+AC^2$, $BC^2=9+16$, $BC^2=25$, $BC=5$.
AK=3+5=8 футов.
Ответ: 8 футов.

Задача 3. (для самостоятельного решения.)
Над озером тихим,
С полфута размером, высился лотоса цвет.
Он рос одиноко. И ветер порывом
Отнес его в сторону. Нет
Боле цветка над водой.
Нашел же рыбак его ранней весной
В двух футах от места, где рос.
Итак, предложу я вопрос:
Как озера вода здесь глубока. (Ответ: $3\frac{3}{4}$ фута).

2. Распределение заданий по группам.

1 группа. Сбор и обработка информации о Пифагоре.

2 группа. Решает задачу.

От пристани одновременно отплыли два парохода: один на юг со скоростью 16 морских миль, а другой на запад со скоростью 12 морских миль. Какое расстояние будет между пароходами через 2,5 часа? (При решении можно использовать компас).

3группа. Решить старинную задачу, используя бичевку.

Землемеры Древнего Египта для построения прямого угла пользовались бичевкой, разделенной узлами на 12 равных частей. В углах построения должны быть узлы. Показать, как они это делали. Объяснить это мудрое решение.

4 группа. Решить задачу с помощью реек. Две рейки соединены под прямым углом. Как с помощью полученного приспособления найти центр круга и его диаметр?

5 группа. Осуществляет поиск различных доказательств теоремы Пифагора.

4. Подготовка к защите проекта.

Деятельность учащихся:

- На этом этапе работы, первая группа осуществляет межпредметную связь с историей;
- Вторая- межпредметную связь с физикой и географией;
- Третья и четвертая группы проводят творческую работу;
- Пятая группа объединяет межпредметную связь истории, алгебры, геометрии и творческую работу; в свою очередь делится также на три подгруппы.1-я подгруппа использует аддитивное доказательство теоремы Пифагора. 2-я – использует метод достроения. 3-я подгруппа применяет алгебраический метод;
- Учащиеся обобщают и анализируют информацию;
- Осваивают новое опытным путем;
- Показывают умение пользоваться справочной литературой;
- Оформляют проект;
- Выдвигают гипотезу.

Деятельность учителя:

- Обозначает цели и задачи проектного исследования;
- Определяет методы исследования;
- Конкретизирует источники информации;
- Определяет путь решения проблем;
- Обобщает и анализирует информацию;
- Корректирует поиск по уточненным направлениям;
- Редактирует результат;
- Получает конкретный материальный продукт;
- Организует проведение «внешней» оценки.

Литература

М., Математика (приложение к газете «Первое сентября»

За страницами учебника математики: Пособие для учащихся средней школы – М.: Просвещение, 1989. / Депман И.Я., Виленкин Н.Я.

Скопец З.А. Геометрические миниатюры. М.,1990г.

VII. Геометрические построени.(4ч)

Интерес- это источник тонких и великих идей.

Д.Дидро.

Основная цель – показать применение геометрических знаний в жизненной практике, научить быть экономными, приобщить к производительному труду, приобщать к определенной профессии.

Основное содержание:

1. Подготовка интегрированного занятия по геометрии и обслуживающему труду.
2. Выполнение практических работ по группам.

Методические рекомендации.

1. Подготовка интегрированного занятия по геометрии и обслуживающему труду.

Для проведения занятия необходимо повторить теоретический материал.

Провести повторение можно в виде вопрос-ответ, где за каждый правильный ответ начисляется 0,5 балла (для портфолио).

Вопросы:

a) Определение подобия, коэффициент подобия k;

b) Понятие гомотетии, коэффициент гомотетии, центр гомотетии;

c) Определение окружности, радиуса, дуги, полуокружности;

d) Формула длины окружности, радиуса окружности;

e) Понятие концентрической окружности.

f)Понятие выкройки, линии пришива;

g) Что необходимо для построения уменьшенной (увеличенной) выкройки.

Затем необходимо разделиться на 4 группы. Для выполнения практической части будет предложен определенный алгоритм.

1 группа. Занимается выкройкой спинки блузы, с помощью преобразования гомотетии.

2 группа. Занимается выкройкой спинки блузы, с помощью преобразования подобия.

3 группа. Строит выкройку для воротника-спирали.

4 группа. Строит выкройку манжеты для рукава.

Каждая группа после выполнения работы должна сделать вывод.

3. Выполнение практических работ по группам.

Практическая работа №1.

- Рассмотреть случай, когда центр гомотетии находится внутри геометрической фигуры - это точка О.
- Через точку О и точки А, В, С, Д, D, E, F провести лучи.
- Получить выкройку меньшего размера (44). 44:2=22, отложим $A'C'$ =22см.
- Опираясь на точки $A'иC'$, провести линии, параллельные данным.

Вывод: Если необходимо увеличить выкройку, то проводится аналогичная работа. Выполняется при любом К.

Практическая работа №2.

- Поместить исходную выкройку в клетчатую сетку.
- Отметить положение характерных точек.
- Найти коэффициент подобия k=$\dfrac{A'C'}{AC}$, $A'C' = k \cdot AC$.
- Для уменьшенной выкройки построить сетку, где каждая клетка имеет сторону, которая составляет число k от первоначальной стороны.
- Отметить положение точек и получить выкройку.

Вывод: В случае уменьшения выкройки k<1, в случае увеличения k>1.Этот способ удобен при k=2,3,

Практическая работа №3.

- Построим окружность радиуса R_1=3,5 см с центром в точке О. Ее длина равна $2\pi R_1$.
- Построим полуокружность радиуса R2=2R1 с центром в точке А, и ее длина равна $2\pi R_2$.
- Построим полуокружность радиуса R3=4R1 с центром в точке В. Длина дуги MD= $2\pi R_1$, а длина полуокружности MDN равна $4\pi R_1$.
- Строим полуокружность радиуса R4=6R1 с центром в точке А.
- Строим полуокружность радиуса R5=8R1 с центром в точке В.
- Выделенная линия является линией пришива, при R1=3,5 см ее длина равна 66,5 см.Для полного воротника надо две детали- отрезок CD- место их соединения.
- Длина линии пришива определяется $2\pi R_1 + 2\pi R_1 + 2\pi R_1 = 6\pi R_1$.
- $6\pi R_1 = 6 \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}5 = 66{,}5$ см.(рис1а)

Вывод: весь воротник должен быть равен 66,5 умножить на 2 т.е.133 см. Ширина самой широкой части равна 14 см.

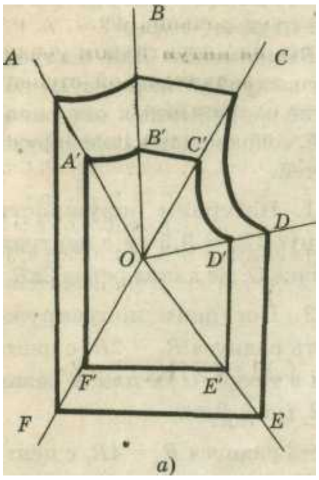


Рис.1а.

Практическая работа №4.

- Измерить ширину l низа рукава- это длина окружности.
- Найти $r = \dfrac{l}{2\pi} = \dfrac{l}{6{,}28}$.
- Построить окружность с центром в точке O1 и радиуса $r = \dfrac{l}{2\pi} = \dfrac{l}{6{,}28}$.
- Построить концентрическую окружность радиуса r1, где r1=r+14; 14 см –ширина кольца.

<u>Вывод:</u> Ширину кольца можно менять, но для этого необходимо произвести новый расчет. Все концентрические окружности гомотетичны, а все окружности- подобны. Две любые окружности гомотетичны, но для этого необходимо определять центр гомотетии.

_______________________Литература_____________________________

М., Математика (приложение к газете «Первое сентября» №9/2000г.)

Геометрия. Дополнительные главы к школьному учебнику 8-9 класс

Учебное пособие для классов с углубленным изучением математики. /Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутузов и др М.:Просвещение,2004г.

VIII. Логика и жизнь(4ч.)

…из всех гипотез, которые могут быть составлены
для известной группы явлений, выбирайте ту,
которая не пресекает дальнейшего мышления
об исследуемом объекте.

Л.С.Берг

Основная цель – показать применение логики в юриспруденции.

Основное содержание:

1. Понятие доказательства.
2. Структура доказательства.
3. Способы доказательства и опровержение.
4. Правила доказательства и опровержения.

Методические рекомендации.

1. Понятие доказательства.

Достижение объективного истинного знания является целью познания человека. Особенность научного, в том числе и юридического познания состоит в том, что новые результаты признаются истинными и включаются в эмпирический и теоретический фундамент науки, если они выдержали логическую проверку на основание и считаются доказанными. Логический механизм обоснования истинности суждений раскрывается в теории доказательств.

Доказательство - это логическая операция обоснованности истинности какого-либо суждения с помощью других и связанных с ним суждений. Сам процесс нередко называют доказыванием. Новые идеи в науке не принимаются на веру, какой бы авторитетной не была личность учёного. Для этого надо убедить других при помощи аргументации - последовательным и строгим доказательством исходной идеи. Доказательное рассуждение - характерная черта научного стиля и мышления.

Доказательное рассуждение ставит своей задачей формирование обоснованных убеждений. Под убеждениями имеются в виду взгляды и представления, определяющие поведение и поступки людей. Если основу убеждений составляют знания, то человек с пониманием сути дела ставит и решает практические задачи. Стихийный метод формирования убеждений основывается на вере.

Вера - это принятие без достаточной критической проверки чужих мнений под влиянием интереса, традиций и т.д. В религии, в разнообразных верованиях истина не доказывается, а просто открывается тому, кто уверовал в религиозные догматы.

2. Структура доказательства.

Логика изучает операцию доказательства, отвлекаясь от конкретного содержания мыслей. В реальном суждении используются различные способы обоснования или аргументации зависимости от области знаний. Они отличаются исходными посылками, типами умозаключений, строгостью. Но, несмотря, на содержательные и структурные различия, доказательство рассуждения включает 3 взаимосвязанных элемента: тезис, аргументы, демонстрацию.

Тезис доказательства - это суждение, истинность которого обосновывают в процессе аргументации. Он является главным элементом доказательства и отвечает на вопрос: что доказывают? В качестве тезиса может выступать теоретическое положение науки, теорема и т.д. В судебно-следственной деятельности доказывают суждения об отдельных обстоятельствах преступного события. В качестве обобщающего тезиса в обвинительном заключении следователя, и в приговоре суда выступает ряд взаимосвязанных суждений, в которых излагаются все существенные обстоятельства, характеризующие с различных сторон единичное событие преступления.

Аргументы - доводы или основания доказательства - это исходные теоретические или фактические положения, с помощью которых обосновывают тезис.

В качестве аргументов в различных областях знания могут выступать различные по своему содержанию суждения:

1) теоретические и эмпирические суждения;

2) аксиомы, т.е. наиболее очевидные и потому не доказываемые в данной области положения;

3) утверждения о фактах. Фактами или фактическими данными называют единичные события или явления, для которых характерны определенное время, место, конкретные условия их существования.

Демонстрация - это логическая связь между аргументами и тезисом.

Она представляет собой одну из форм условной зависимости. Аргументы (A1, A2,...An) - это основание доказательства, а тезис Т - является их логическим следствием. (A1, A2,...An) $\rightarrow$ T

Логический переход от аргументов к тезису протекает в форме умозаключения. Это может быть отдельное умозаключение, но чаще - цепочка рассуждений. 1Продемонстрировать 0 - значит показать, что тезис логически следует из принятых аргументов по правилам соответственно умозаключений. Особенность: в процессе доказательства по заранее сформулированному заключению (Тезис), восстанавливают посылки вывода (аргументы).

3. Способы доказательства и опровержение.

По способу обоснования тезиса различают две разновидности доказательств: прямое и косвенное.

Прямым называется доказательство, в котором при обосновании тезиса не пользуются противоречащими тезису допущениями. Косвенным называется доказательство, в котором истинность тезиса обосновывается с использованием противоречащего тезису допущения (антитезиса).

В самой структуре антитезиса определяют два вида косвенного доказательства - апагогическое (уводящее) и разделительное.

Апагогическим называют косвенное обосновывание тезиса путём установления ложности противоречащего ему допущения. Аргументация в этом случаи строится в три этапа: 1) условное допущение (тезис); 2) выведение следствий; 3) сопоставление следствий с достоверными суждениями; 4) переход от ложности следствий к ложности тезиса.

Разделительным доказательством называют косвенное обоснование тезиса, выступающего членом дизъюнкции, путём установления ложности и исключения всех других членов дизъюнкции. Обоснование строится по методу исключения.

(A, B, C - несколько выдвигаемых положений)

$$\frac{A \vee B \vee C,\ \neg B,\ \neg C}{A}$$

Опровержением называется логическая операция, устанавливающая ложность или необоснованность ранее выдвинутого тезиса. Пропонент и оппонент - участники дискуссии.

Опровержение может быть выдвинуто тремя способами: 1) критика тезиса 0- показ несостоятельности (ложности) выдвинутого пропонентом тезиса. Опровержение может быть прямым или косвенным. Прямое - это сведение тезиса к абсурду, косвенное - обоснование и доказательство противоположного тезиса. 2) 1критика аргументов - показ сомнительности или ложности документов (неточное изложение фактов). Сомнения в правильности доводов с необходимостью переносятся и на тезис. 3) критика демонстрации 0 - показ отсутствия логической связи между аргументами и тезисом. Тезис повисает в воздухе и считается необоснованным.

4. Правила доказательства и опровержения.

1. Правила по отношению к тезису:

а) Определенность тезиса. Правила определенности означает, что тезис должен быть сформулирован ясно и чётко. Описание тезиса с помощью новых терминов вполне допустимо, но в таком случае следует чётко выявлять их смысл через раскрытие основного содержания употребляемых понятий. Необходим также структурный анализ суждения с определением вида суждения, субъекта и предиката и т.д.

б) Неизменность тезиса. Правило запрещает видоизменять и отступать от первоначально сформулированного положения в процессе данного рассуждения. В случае несоблюдения возникает подмена тезиса, либо вообще потеря тезиса. Полная подмена тезиса проявляется в том, что выдвинув определенное положение, пропонент в итоге практически доказывает нечто другое, близкое или сходное с тезисом. Частичная подмена выражается в том, что в ходе выступления пропонент пытается видоизменить собственный тезис, сужая или смягчая своё первоначальное утверждение.

2. Правила по отношению к аргументам:

а) Истинность и доказательность аргументов. На основе этого выводится истинность тезиса.

б) Автономное обоснование аргументов, т.е. прежде чем обосновать тезис, следует проверить истинность самих аргументов.

в) Непротиворечивость аргументов (ведь из противоречия формально следует всё, что угодно).

г) Достаточность аргументов. В своей совокупности они должны быть такими, чтобы из них по правилам логики с необходимостью вытекал доказываемый тезис.

3. Правила по отношению к демонстрации.

а) В процессе аргументации требуется точное определение или описание в большой посылке, выполняющей роль довода, исходного или эмпирического положения.

б) В процессе аргументации требуется точное и достоверное описание конкретного события, которое дано в меньшей посылке.

в) Дедуктивная аргументация приводит к достоверному образованию тезиса при соблюдении структурных правил этой формы вывода, относящихся к терминам, количеству, качеству и логическим связям между посылками умозаключения. Индуктивный способ применяется в тех случаях, когда в качестве доводов используются фактические знания. Аналогия применяется в случае уподобления единичных понятий и явлений.

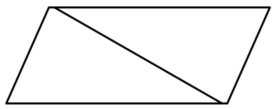
Задание для самостоятельного решения.

1. Тезис «Автомобиль опрокинулся вследствие превышения скорости на повороте» доказывается следующим образом: «Причинами опрокидывания автомобиля на повороте может быть превышение скорости, резкое торможение или неправильное расположение груза. Экспертизой установлено, что ни резкое торможение, ни неправильное расположение груза не имели места. Значит, автомобиль опрокинулся по причине превышения скорости на повороте». Определить вид этого доказательства и установить, состоятельно оно и почему?

2. Доказан ли тезис «Согласно теореме Пифагора, данный треугольник прямоугольный», если для его обоснования приводятся следующие положения: «Согласно теореме Пифагора, в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов. В данном треугольнике мы имеем равенство квадрата гипотенузы сумме квадратов катетов». Если тезис доказан или нет, то почему?

3. Какую логическую ошибку совершает ученик, доказывая теорему «Четырехугольник, у которого противоположные стороны равны, есть параллелограмм»

следующим образом: $\Delta ABD = \Delta BCD$, так как у них BD- общая сторона, BC=AD по условию и угол 1=углу 2 как накрест лежащие углы при параллельных прямых AD и BC?



Литература

Лыскова В.Ю., Ракиткин Е.А. Логика в информатике. - М.: Лаборатория Базовых знаний,2001г.

Нагибин Ф.Ф.,Канин Е.С. Математическая шкатулка: Пособие для учащихся средней школы-М.:Просвещение, 1988г.

IX. Арифметическая и геометрическая прогрессии(4ч.)

…ум заключается не только в знании,
но и в умении прилагать знания на деле.
Аристотель.

Основная цель- показать использование знаний по смежным дисциплинам и развивать умение анализировать происходящие изменения.

Основное содержание:

1. Подготовительный этап.
2. Решение задач.
3. Деловая игра.

Методические рекомендации.

1. Подготовительный этап.

Ребята разбиваются на группы.

- Администрация предприятия (учитель и один ученик);
- Экономист;
- Математики (учащимся хорошо разобравшиеся в теме);
- Расчетная группа.

Повторить понятия арифметической и геометрической прогрессии.

Решение задач основано на применении ряда формул и понятий.

Пусть А- некоторая переменная величина, зависимая от t, A_0 при t_0, A_1 при t_1.

а) Абсолютным приростом величины А за время t_1 называется разность A_1-A_0;

б) Относительным приростом величины А за время t_1 называется отношение $(A_1-A_0)/A_0$;

в) Процентным приростом p% величины А за время t_1называется величина $(A_1-A_0)/A_0*100\%$;

г) $A_1=A_0(1+p/100) = A_0+A_0p/100$;

д) $A_2=A_1(1+p/100) = A_0(1+p/100)^2$;

е) $A_n= A_0(1+p/100)$ n.

Решение задач.

А) Второй член геометрической прогрессии составляет 20% от ее первого члена. Сколько процентов составляет пятый ее член от третьего?

Решение: По условию $в_1*q=0,2*в_1$, откуда q=0,2. $в_5/в_3=(в_1*q^4)/(в_1*q^2) = q^2=1/25=4\%$

Б) Второй член арифметической прогрессии составляет 88% от первого. Сколько процентов от первого члена составляет пятый член этой прогрессии?

Решение: Разность прогрессии составляет 12%от первого члена. Так как $a_5=a_1+4d$, то пятый член прогрессии составляет 100%-4*12%=52%.

2. Деловая игра.

Администрация. Входе подготовки к игре мы познакомились с экономическими терминами, искали интересные задачи. Сегодня мы должны проанализировать работу предприятия. Нас интересует эффективность работы. Слово экономисту.

Экономист. Под экономической эффективностью понимается способ организации производства, при котором затраты на производство определенного количества продукции минимальны.

Задача 1.

Образовалась прибыль в размере100 у.е. Есть три банка, в которые можно вложить деньги: 1-й банк- простые проценты из расчета 3% в месяц; 2-й банк- под простые проценты из расчета 40% в год; 3-й банк- под сложные проценты из расчета 30% годовых. Мы хотим положить деньги на три года. В каком банке это наиболее выгодно?

Администрация. Просим математиков разобраться с понятием простых и сложных процентов.

Математик. Простые проценты- это прообраз арифметической прогрессии. Постоянно за определенный промежуток времени начисляется одна и та же сумма, определенная количеством процентов.1-й банк каждый месяц начисляет 3/100 от 100у.е., т.е. $a_1=100$, $d=0{,}03*100=3$, $n=37$. 2-й банк каждый год начисляет 0,40 от суммы 100 у.е., т.е. $a_1=100$, $d=0{,}4*100=40$, $n=4$. Под a_1 подразумевается сумма на начало года, поэтому a_4- это сумма на конец третьего года. Сложные проценты начисляются иначе. 3-й банк дает30% в год. Это значит, что каждый год сумма увеличивается в 1,3 раза. Здесь мы имеем дело с геометрической прогрессией: $в_1=100$, $q=1{,}3$, $n=4$. a_{37}, a_4, $в_4$-?

(Расчетная группа производит расчеты.)

Экономист. Выгоднее вложить деньги во второй банк. Но необходимо произвести расчеты, если хотим положить деньги на 5 лет. На 5 лет лучше положить деньги в третий банк.

Администрация. На предприятии выпускается продукция нескольких видов. Мы продаем ее в городе, и по России.

Экономист. Под оборотом товаров понимается транспортировка, хранение и реализация товара.

Задача 2.

Оборот продукции в городе увеличивается на 20% от первоначального ежегодно, а по России в 1,2 раза. Начальный оборот год назад составлял 200у.е. Где будет более выгодно продавать нашу продукцию через год?

Математик. Оборот продукции в городе подчиняется законам арифметической прогрессии: $a_1=200$, $d=40$. Необходимо найти a_3. Оборот по России подчиняется геометрической прогрессии: $в_1=200$, $q=1{,}2$. Найти $в_3$.

(Расчетная группа производит расчеты.)

Экономист. Выгоднее продавать продукцию по России.

Администрация. Проанализируем себестоимость нашей продукции на сегодняшний день.

Экономист. Под себестоимостью понимают затраты предприятия на производство и реализацию товара в денежном выражении.

Задача 3.

Себестоимость первых партий товара составила 10 у.е. Из-за увеличения стоимости электроэнергии себестоимость каждой следующей партии в первом подразделении увеличилась в 1,2 раза, а во втором на 25% от себестоимости первых партий. В каком подразделении выгоднее выпустить три партии данной продукции?

Математик. В первом подразделении работает геометрическая прогрессия: $в_1=10$, $q=1,2$, найти $в_4$. Во втором- арифметическая: $a_1=10бв=2,5$. Найти a_4.

(Расчетная группа производит расчеты.)

Экономист. Выгоднее выпустить эту продукцию в первом подразделении.

Задача 4.

Экономист. Каждое предприятие обязано платить налоги- часть своего дохода для содержания бюджета. На сколько выгодно платить налоги в конце года вместо ежемесячных выплат? Ежемесячно платится 40% от прибыли в 100у.е. или за целый год, но за каждый месяц просрочки необходимо платить не только налог, но и 0,3 от суммы налога.

Математик. В случае просрочки за декабрь платиться 40 у.е., за ноябрь 40+0,3*40=52у.е., за октябрь 52+0,3*40=64 у.е. т.е. мы имеем арифметическую прогрессию 40,52,64, …, $a_1=40$, $d=12$. Найти S_{12}.

(Расчетная группа производит расчеты.)

Экономист. Платить налоги ежемесячно выгоднее почти в 3 раза.

Администрация. Можно рассмотреть еще и такие вопросы как, заработная плата сотрудников на предприятии; повышение прибыли предприятия и.т.д.

Литература

Учебное пособие для 7-9 классов средней школы. Факультативный курс по математике. /Сост. И. Л. Никольская-М.: Просвещение;1991г.

Алгебра. Дополнительные главы к школьному учебнику 8-9 класс. Учебное пособие для классов с углубленным изучением математики. /Под ред. Г. В. Дорофеева-М.: Просвещение,2004г.

X. Методы доказательства неравенств.

Для исследователя исключения из правил
означают не только ошибочность прежних теорий,
но и возможность новых открытий.

Р.А.Грегори.

Основная цель- раскрыть перед учащимися теоретическую и практическую значимость доказательства неравенств, и показать их применение к решению прикладных задач.

Основное содержание:

1. Применение доказательства неравенств в самой математике.
2. Применение доказательства неравенств в решении задач на оптимизацию.
3. Применение доказательства неравенств в решении различных прикладных задач.

Методические рекомендации.

1.Применение доказательства неравенств в самой математике.

Доказать неравенство- это значит установить, что при указанных значениях переменной, данное неравенство обращается в верное числовое неравенство.

Можно выделить следующие методы доказательства неравенств:

1) По определению неравенства (оценка знака разности).
2) Синтетический метод, основу которого составляют опорные неравенства:

а) $a^2>0$ для любого действительного а;

б) $\frac{a+в}{2} \geq \sqrt{ав}, a \geq 0, в \geq 0 - неравенствоКоши;$

в) $\frac{1}{a}+\frac{1}{в} \geq \frac{2}{\sqrt{ав}}, a>0, b>0;$

г) $\frac{a}{в}+\frac{в}{a}\geq 2, a\cdot в>0;$

д) ax2+вx+c>0, если a>0, D<0.

3) Переход от неравенства а>в к равенству а=в+с, с>0.
4) Использование свойств транзитивности неравенств.
5) Возведение обеих частей неравенства в натуральную степень.
6) Метод от противного.
7) Метод математической индукции.
8) Метод полной индукции.
9) Геометрический метод.

2. Применение доказательства неравенств в решении задач на оптимизацию.

Задача 1. Дано а,в – любые действительные числа. Доказать неравенство $16а^2+9в^2>-24ав$.

Доказательство:

Применим первый метод. Имеем: $16а^2+9в^2+24ав=(4а+3в)^2$.

Вывод: $(4а+3в)^2>0$, что и требовалось доказать.

Задача 2. Дано x,y – любые действительные числа. Доказать, что ни при каких x, y не выполняется неравенство $2x^2+5xy+9y^2<-9xy-40y^2+x^2$.

Доказательство:

Применим первый метод. Имеем: $2x^2+5xy+9y^2-(-9xy-40y^2+x^2) = x^2+14xy+49y^2$.

Оценим выражение $x^2+14xy+49y^2$ по знаку: $x^2+14xy+49y^2=(x+7y)^2$. Значит $(x+7y)^2<0$, что невозможно, т.е. заданное неравенство не выполняется ни при каких значениях переменных x, y.

Задача 3. Дано: $a_1,a_2, \dots,a_n$- неотрицательные числа, $a_1a_2 \dots a_n=1$. Доказать: $(1+a_1)(1+a_2)\dots(1+a_n)\geq 2^n$.

Доказательство: Применим второй метод $\frac{1+a_1}{2}\geq\sqrt{a_1}, a_1\geq 0, \frac{1+a_2}{2}\geq\sqrt{a_2}, a_2\geq 0,$

$\frac{1+a_n}{2}\geq\sqrt{a_n}, a_n\geq 0,$

По свойствам неравенств, мы можем перемножить полученные неравенства:

$\frac{(1+a_1)(1+a_2)...(1+a_n)}{2}\geq 1;$ $(1+a_1)(1+a_2)\dots(1+a_n)\geq 2^n$.

Задача 4. Дано: $a\geq 0, в\geq 0, c\geq 0, d\geq 0. Доказать \sqrt{(a+c)(в+d)}\geq\sqrt{ав}+\sqrt{cd}$.

Доказательство. Применим метод от противного: предположим, что выполняется неравенство $\sqrt{(a+c)(в+d)}<\sqrt{ав}+\sqrt{cd}$.

$$(a+c)(в+d)<ав+cd+2\sqrt{авcd};$$

Возведем обе части неравенства в квадрат $ac+вd+ad+dc<ав+cd+2\sqrt{авcd};$

$$вc+ad<2\sqrt{авcd}; \frac{вc+ad}{2}<\sqrt{авcd}.$$

Вывод: получаем противоречие с неравенством Коши.

3.Применение доказательства неравенств в решении различных прикладных задач.

Задача 5. Требуется огородить забором длины 2а земельный участок прямоугольной формы. Какой наибольший по площади участок может быть огорожен забором длины 2а?

1 этап. Анализ условия. Надо найти площадь S=xy и при каких x и y значение S-наибольшее.

2 этап. Моделирование. Пусть x и y – соответственно длина и ширина прямоугольника, S- его площадь. По условию 2x+2y=2a; x+y=a.

3 этап. Решение задачи. y=a-x; S=x(a-x). Здесь допустимы два уровня рассуждений: наглядный и строгий.

Наглядный уровень. Допустим, что имеем не переменные x и y, а число 8(четное); его можно представить в виде суммы двух чисел: 1+7; 2+6; 3+5; 4+4. В каждом случае произведение 7,12,15,16. Значит произведение наибольшее, если числа равны. Аналогично для нечетных чисел.

Строгий уровень. Дано: x+y=a. Доказать, что произведение xy будет наибольшим тогда, когда x=y=a/2. Для доказательства достаточно показать, что любое произведение $x_n y_n$ меньше xy при x=y.

Доказательство. Возьмем любые значения x_n ,y_n, x_n=a/2+в; тогда y_n=a-(a/2+в)=a/2-в

$x_n y_n$=-(a/2+в)(a/2-в)=a^2/4-$в^2$.

xy= a^2/4 при x=y=a/2.

Значит $a^2/4-в^2<a^2/4$, т.е. $x_n y_n$<xy. Произведение двух чисел будет наибольшим тогда, когда x=y.

Литература

Учебное пособие для 7-9 классов средней школы. Факультативный курс по математике. /Сост. И. Л. Никольская-М.: Просвещение;1991г.

Алгебра. Дополнительные главы к школьному учебнику 8-9 класс. Учебное пособие для классов с углубленным изучением математики. /Под ред. Г. В. Дорофеева-М.: Просвещение,2004г.

Кривоногов В.В. Нестандартные задания по математике:5-11 классы. - М.: Издательство «Первое сентября»,2002г.