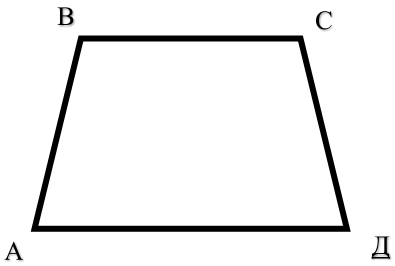
<u>БИЛЕТ № 3</u>

1. *Трапеция. Средняя линия трапеции.*

<u>Определение</u>:

Трапецией называется четырёхугольник, у которого только две противолежащие стороны параллельны.



АВСД – трапеция

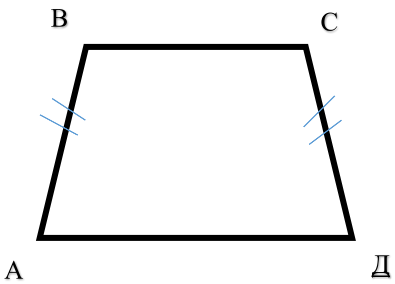
ВС || АД

АД и ВС – основания трапеции

АВ и СД – боковые стороны трапеции.

<u>Виды трапеций:</u>

а) *<u>Равнобокая</u> трапеция* – это трапеция, у которой боковые стороны равны.



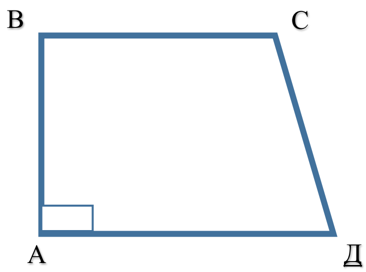
АВСД – равнобокая трапеция

ВС || АД

АД и ВС – основания трапеции

АВ = СД – боковые стороны трапеции.

б) *<u>Прямоугольная</u> трапеция* – это трапеция, та, у которой одна из боковых сторон и основания образовывают прямой угол.



АВСД – прямоугольная трапеция

ВС || АД

АД и ВС – основания трапеции

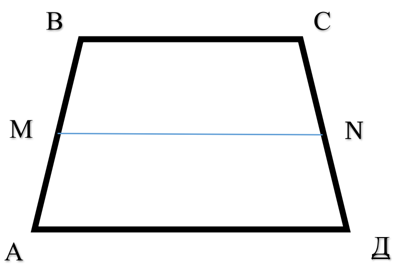
АВ и СД – боковые стороны трапеции.

ВА $\perp$ АД

<u>Средняя линия трапеции:</u>

Определение:

Средняя линия трапеции – это отрезок, соединяющий середины боковых сторон трапеции.



АВСД – трапеция

ВС || АД

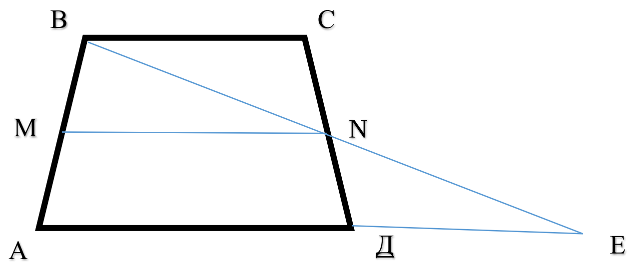
АД и ВС – основания трапеции

АВ и СД – боковые стороны трапеции.

MN – средняя линия трапеции.

<u>Теорема</u>: (о свойстве средней линии трапеции).

Средняя линия трапеции параллельна её основаниям и равна их полусумме.



Дано:

АВСД – трапеция

ВС ǁ АД

АД и ВС – основания трапеции

АВ и СД – боковые стороны трапеции.

MN – средняя линия трапеции.

Доказать:

MN ǁ ВС ǁ АД

MN = $\frac{1}{2}$(АД + ВС)

Доказательство:

а) Дополнительное построение: проведём ВЕ через точку N,

ВЕ ∩ АД = Е.

б) Рассмотрим Δ NВС и Δ NЕД:

∟BNC = ∟ДNE, т.к. они вертикальные.

CN = NД - по условию, т.к. MN – средняя линия трапеции.

∟BCN = ∟NДЕ, т.к. они внутренние накрест лежащие при ВС ǁ АД и секущей ВЕ.

Следовательно, Δ NВС = Δ NЕД (по II признаку равенства треугольников, по стороне и прилежащим к ней углам).

в) Из равенства треугольников следует, что BN = NE и ВС = ДЕ, а т.к. ВМ = МА – по условию (т.к. MN – средняя линия трапеции), то MN – средняя линия треугольника АВЕ.

г) По свойству средней линии треугольника имеем, что .

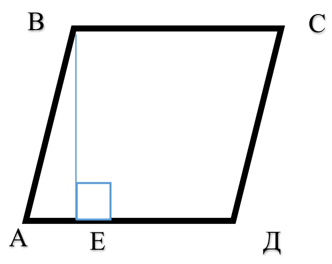
1. MN ǁ АД, а значит, MN ǁ ВС ǁ АД

2. MN = $\frac{1}{2}$ АЕ, следовательно, MN = $\frac{1}{2}$(АД + ВС).

ч. и т. д.

2. ***ЗАДАЧИ:***

1) ***Сторона ромба равна 9, а один из углов равен 150°.Найти высоту ромба.***



Дано:
АВСД - ромб
АВ = 9
ВЕ - высота
∟В = 150°
Найти:
ВЕ - ?

Решение:

а) По теореме о внутренних односторонних углах:

∟А + ∟В = 180°, следовательно,

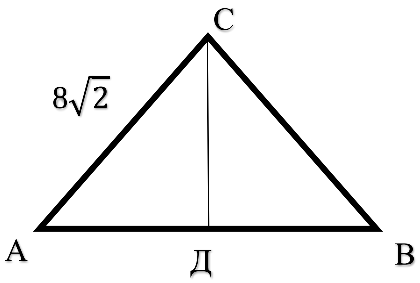
∟А = 180° – ∟В = 180° – 150° = 30°

б) Рассмотрим треугольник АВЕ:

∟АЕВ = 90°, т.к. ВЕ – высота, по условию.
∟А = 30°,
Следовательно, по теореме о угле в 30°,
ВЕ = $\frac{1}{2}$ АВ = $\frac{1}{2}$ * 9 = 4,5.

Ответ: 4,5.

2) ***В прямоугольном равнобедренном треугольнике АВС найти высоту СД, опущенную из вершины прямого угла на гипотенузу, если известно, что АС = $8\sqrt{2}$.***



Дано:
Δ АВС – равнобедренный,
(АС = ВС), прямоугольный
(∟С = 90°).
СД – высота
АС = $8\sqrt{2}$
Найти:
СД - ?

Решение:

а) По теореме о сумме углов треугольника: ∟А + ∟В + ∟С = 180°

б) Так как Δ АВС – равнобедренный, АС = ВС (по условию) и прямоугольный (∟С = 90°), то
∟А = ∟В (по свойству углов равнобедренного треугольника) и
∟А = ∟В = (180° – ∟С) : 2 = (180° – 90°) : 2 = 90° : 2 = 45°

в) Рассмотрим треугольник АСД:

∟АДС = 90°, СД – высота (по условию), и

∟А = ∟В = 45°

Следовательно, Δ АСД – равнобедренный, прямоугольный,
Значит, АД = СД.

г) Пусть АД = СД = Х, тогда,
По теореме Пифагора: $АС^2 = СД^2 + АД^2$

$$(8\sqrt{2})^2 = X^2 + X^2$$
$$2X^2 = 64 * 2$$
$$X^2 = 64 * 2 : 2$$
$$X^2 = 64$$
$$X = \sqrt{64}$$
$$X = 8.$$

д) Следовательно, СД = АД = 8.

Ответ: 8.