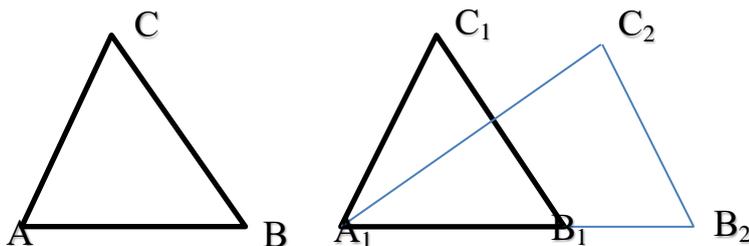


БИЛЕТ № 1

1. Первый признак равенства треугольников.

Теорема: (I признак равенства треугольников, по 2 сторонам и углу между ними).

Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.



Дано:

ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$

$AB = A_1B_1$

$\sphericalangle A = \sphericalangle A_1$

$AC = A_1C_1$

Доказать:

$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Доказательство:

а) Пусть существует $\Delta A_1B_2C_2 = \Delta ABC$, т.е. $A_1B_2 = AB$ и $\sphericalangle C_2A_1B_2 = \sphericalangle CAB$

$A_1C_2 = AC$ $\sphericalangle A_1C_2B_2 = \sphericalangle ACB$

$B_2C_2 = BC$ $\sphericalangle C_2B_2A_1 = \sphericalangle CBA$

б) т.к. $AB = A_1B_1$ (по условию) и $AB = A_1B_2$ (по предположению), то $A_1B_1 = A_1B_2$,

значит, точка B_2 совпадает с точкой B_1 .

(т.к. по аксиоме: на любой полупрямой можно отложить только один отрезок заданной длины от её начала).

в) т.к. $\sphericalangle A = \sphericalangle A_1$ (по условию) и $\sphericalangle C_2A_1B_2 = \sphericalangle CAB$ (по предположению),

то лучи A_1C_1 и A_1C_2 , а также и лучи A_1B_1 и A_1B_2 совпадают.

г) т.к. $AC = A_1C_1$ (по условию) и $AC = A_1C_2$ (по предположению), то $A_1C_1 = A_1C_2$,

значит, точка C_2 совпадает с точкой C_1 .

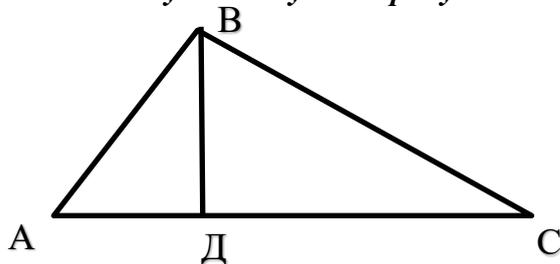
(т.к. по аксиоме: на любой полупрямой можно отложить только один отрезок заданной длины от её начала).

д) Мы доказали, что у $\Delta A_1B_2C_2$ и $\Delta A_1B_1C_1$ попарно совпали три вершины, значит они равны, а, следовательно, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

ч. и т. д.

2. ЗАДАЧИ:

1) В треугольнике один из углов при основании равен 45° , а высота делит основание на части 20 см и 21 см. Найдите большую боковую сторону.



Дано:

ΔABC

BD – высота

AD = 20 см,

DC = 21 см,

$$\angle A = 45^\circ$$

Найти:

BC - ?

Решение:

а) Рассмотрим $\triangle ABD$: $\angle ADB = 90^\circ$ (т.к. ВД – высота, по условию, $BD \perp AC$),

$$\angle A = 45^\circ \text{ (по условию),}$$

Тогда, по теореме о острых углах прямоугольного треугольника:

$$\angle A + \angle ABD = 90^\circ, \text{ откуда следует,}$$

$$\angle ABD = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

Следовательно, $\triangle ABD$ – равнобедренный, (AB – основание), т.е. $BD = AD = 20$ см,

б) Рассмотрим $\triangle CBD$: $\angle CDB = 90^\circ$ (т.к. ВД – высота, по условию, $BD \perp AC$),

$$\text{По теореме Пифагора: } BC^2 = BD^2 + CD^2$$

$$BC^2 = 20^2 + 21^2$$

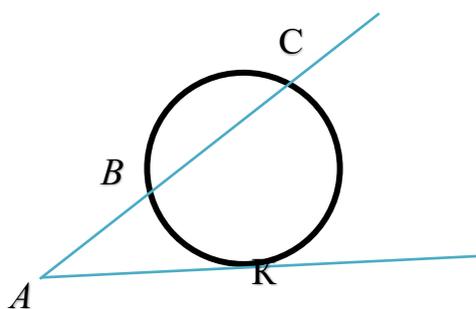
$$BC^2 = 400 + 441$$

$$BC^2 = 841$$

$$\text{Следовательно, } BC = \sqrt{841} = 29 \text{ (см).}$$

Ответ: 29 см.

2) *Через точку А, лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке К. Другая прямая пересекает окружность в точках В и С, причём $AB = 5$, $BC = 15$. Найти АК.*



Дано:

$A \notin \text{окр.}(O; R)$

AK – касательная,

K – точка касания.

$AC \cap \text{окр.}(O; R) = B \text{ и } C$

$AB = 5$,

$BC = 15$,

Найти:

AK - ?

Решение:

По свойству касательной и секущей, выходящей из точки лежащей вне окружности:

$$AK^2 = AB \cdot AC, \text{ } AB = 5 \text{ (по условию),}$$

$$AC = AB + BC = 5 + 15 = 20$$

$$\text{Тогда, } AK^2 = 5 \cdot 20 = 100$$

$$AK = \sqrt{100} = 10$$

Ответ: 10.