

## БАНК ЗАДАЧ С ПОДЗАДАЧАМИ

Задание 1.

а) Решите уравнение  $6^{x^2-3x+1} + 6^{x^2-3x} = 42$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[0; 3,5]$

Ответ: а)  $\frac{3-\sqrt{13}}{2}; \frac{3+\sqrt{13}}{2}$ ; б)  $\frac{3+\sqrt{13}}{2}$

Подзадачи:

1. Разложите на множители, один из которых не содержит переменную в показателе

1.1.  $6^{x^2-3x+1}$

1.2.  $3^{2x^2-6x-2}$

1.3.  $4^{5x^2-2-6x}$

2. Разложите на множители, один из которых не содержит переменную в показателе

2.1  $7^{x^2+2x+2} - 7^{x^2+2x}$

2.2  $4^{2x^2-6x} + 4^{2x^2-6x-2}$

3. Оцените число

3.1.  $\sqrt{13} + 1$

3.2.  $\frac{5-\sqrt{17}}{2}$

Задание 2.

а) Решите уравнение  $5^{x^2-3x+1} + 5^{x^2-3x-2} = 126$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-\sqrt{2}; 0]$

Ответ: а)  $\frac{3-\sqrt{17}}{2}; \frac{3+\sqrt{17}}{2}$ ; б)  $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$

Подзадачи:

1. Вынесите общий множитель, содержащий общую часть

1.1.  $3^{x^2+2x+3} - 3^{x^2+2x}$

1.2.  $a^{2-3x^2+4x} + a^{4x-3x^2}$

1.3.  $2^{2x^2+3x+1} + 2^{2x^2+3x-3}$

2. Оцените число

2.1.  $\sqrt{17} + 1$

2.2.  $\frac{3+\sqrt{13}}{2}$

2.3.  $\frac{3-\sqrt{15}}{2}$

Задание 3.

а) Решите уравнение  $3 \cdot 2^{x-3} + 2^{\sqrt{x^2+9-6x}} = \frac{13}{2}$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[0; 2\sqrt{2}]$ .

Ответ: а)  $\log_2 13; \log_2 \frac{4}{3}$ ; б)  $\log_2 \frac{4}{3}$

Подзадачи:

1. Извлеките квадратный корень (повторение извлечения квадратного корня из квадрата подкоренного выражения, понятие модуля)

1.1  $\sqrt{x^2 + 16} - 8x$

$$1.2 \sqrt{x^2 + 36 + 12x}$$

2. Решите уравнение

$$2.1 3^x = 25$$

$$2.2 5^x = 35$$

$$2.3 10^x = 42$$

3. Сравните числа

$$3.1 3\sqrt{3} \text{ и } \log_2 32$$

$$3.2 2\sqrt{5} \text{ и } \log_3 81$$

$$3.3 5\sqrt{2} \text{ и } \log_2 120$$

$$3.4 4\sqrt{3} \text{ и } \log_3 241$$

Задание 4.

а) Решите уравнение  $(2 \cdot 9^{3x+0,5} + 27^{2x+1} - 11) \times (2x^2 - x - 1) = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\log_3 \frac{1}{3}; \log_3 \frac{1}{\sqrt{3}}]$

$$\text{Ответ: а) } -\frac{1}{6}; -\frac{1}{2}; 1 \text{ б) } -\frac{1}{2}$$

Подзадачи:

1. Вычислите (задания на определение логарифма)

$$1.1. \log_4 16 =$$

$$1.2. \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} =$$

$$1.3. \log_3 \frac{1}{27} =$$

$$1.4. \log_2 \sqrt{2} =$$

$$1.5. \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{2} =$$

$$1.6. \log_5 \frac{1}{\sqrt{5}} =$$

Упростите выражение (задания на повторение свойства степени)

1.7.  $3 \cdot 4^{x+0,5} =$

1.8.  $5 \cdot 81^{x+0,25} =$

Задание 5.

а) Решите уравнение  $(\log_{0,7} \log_7(x - 2)) (5^{x-4} + 2^{x-1} + 2^x - 5^{x-2}) = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{9}; 2\sqrt{6}]$

Ответ: а) 4; 9 б) 4

Подзадачи:

1. Вычислите, если это возможно (задания на определение логарифма)

1.1.  $\log_2 \log_4 16 =$

1.2.  $\log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} =$

1.3.  $\log_{\frac{1}{3}} \log_3 \frac{1}{27} =$

1.4.  $\log_4 \log_2 \sqrt{2} =$

1.5.  $\log_2 \log_{\sqrt{2}} 4 =$

1.6.  $\log_4 \log_5 \frac{1}{\sqrt{5}} =$

2. Решите уравнение (задания на определение логарифма)

2.1.  $\log_2 \log_4 x = 2$

2.2.  $\log_{\sqrt{3}} \log_2 x = 2$

3. Решите уравнение (задания на повторение метода почленного деления)

3.1.  $3^x = 5^x$

3.2.  $25 \cdot 2^x = 4 \cdot 5^x$

Задание 6.

а) Решите уравнение  $(\log_3 \log_5(x^2 - 44)) - \left(\log_{\frac{1}{3}} \log_{\frac{1}{5}} \left(\frac{1}{x^2 - 44}\right)\right) = 2$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[2^{-2 \log_3 9}; 10\sqrt{2}]$

Ответ: а) -13; 13 б) 13

Подзадачи (задания на повторение свойств логарифма):

1. Вычислите

1.1.  $3^{\log_2 8}$

1.2.  $5^{-\log_3 9}$

1.3.  $2^{3 \log_3 9}$

1.4.  $49^{-2 \log_9 \sqrt{3}}$

2. Представьте выражение в виде логарифма с целым основанием

2.1.  $\log_{\frac{1}{7}} \left(\frac{1}{x^2 - 55}\right)$

2.2.  $\left(\log_{\frac{1}{3}} \log_5(x^2 - 144)\right)$

2.3.  $\log_{\frac{1}{4}} \log_{\frac{1}{7}} \left(\frac{1}{x^2 - 25}\right)$

Задание 7.

а) Решите уравнение  $\log_5 x \cdot \log_3 x = \log_3 x^2 + \log_5 x^3 - 6$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[8\sqrt{11}; 8\sqrt{13}]$ .

Подзадачи:

1. Упростите

1.1.  $\log_3 120 + \log_3 15 - \log_3 200$

1.2.  $2\log_2 5 + \frac{1}{2}\log_2 4 - 2\log_2 10$

2. Вынесите общий множитель за скобки, если это возможно

2.1.  $\log_7 x \cdot \log_2 x - \log_7 x^4$

2.2.  $\log_6 x \cdot \log_{\frac{1}{3}} x - \log_3 x^5$

2.3.  $\log_7 x (\log_2 x - 4) - (\log_2 x^2 - 4)$

2.4.  $\log_7 x (\log_2 x - 4) - (\log_2 x - 4)^2$

2.5.  $\log_7 x (\log_2 x - 4) - \log_2(x - 4)$

Задание 8

а) Решите уравнение  $\log_3 \frac{27}{x} - \frac{10}{\log_3 81x} = 0$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\log_6 \frac{1}{7}; \log_6 215]$ .

Подзадачи:

1. Представьте в виде слагаемых

1.1.  $\log_5 \frac{25}{x^2}$

1.2.  $\log_5 625x$

1.3.  $\log_3 \frac{x}{27}$

1.4.  $\log_2 128x^3$

2. Укажите какие из чисел -3; -2; 1; 4 принадлежат отрезку:

2.1.  $[\log_3 0,1; 2\sqrt{3}]$ ;

2.2.  $[\log_5 \frac{1}{26}; \log_5 4]$ ?

Задание 9

а) Решите уравнение  $\log_x \sqrt{6} + \log_x (6x) = 3 + \log_x^2 \sqrt{6}$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[1; 2]$ .

Подзадачи:

1. При каких значениях  $x$  имеет смысл выражение:

1.1.  $\log_x(4x - 2)$ ;

1.2.  $\log_{x-2}(x + 2)$ ?

2. Сколько корней имеет уравнение:

2.1.  $x^2 = 12$ ;      2.3  $x^2 = -25$

2.2.  $x^3 = -27$ ;      2.4  $x^4 = \frac{1}{16}$ ?

3. Упростите выражение

3.1.  $\log_x(3x) + \log_x \sqrt{3} - 1 =$

$$3.2 \log_x 3 + \log_x x + \frac{1}{2} \log_x 3 - 1 =$$

$$3.3 1,5 \log_x 3 \log_5(25x^2) + \log_x \sqrt{5} - \log_{\sqrt{x}} \sqrt[4]{5} + \log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} x =$$

Задание 10

а) Решите уравнение

$$((1 + \log_4 5) \times \log_{20} x - (\log_4 14 + \log_{0,25}(x - 5))) \times (x^2 - 14x + 48) = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[4\sqrt{3}; \log_2 250]$ .

Подзадачи:

1. Приведите логарифм к основанию 5

$$1.1 \log_7 9$$

$$1.2 \log_7 25$$

$$1.3 \log_{125} x^2$$

В ходе подготовки можно использовать подзадачи из предыдущих заданий.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ КАРТОЧКИ С ЗАДАНИЯМИ

<p>Задание 1.</p> <p>а) Решите уравнение <math>6^{x^2-3x+1} + 6^{x^2-3x} = 42</math></p> <p>б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку <math>[0; 3,5]</math></p>
<p>Задание 2.</p> <p>а) Решите уравнение <math>5^{x^2-3x+1} + 5^{x^2-3x-2} = 126</math></p> <p>б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку <math>[-\sqrt{2}; 0]</math></p>
<p>Задание 3.</p> <p>а) Решите уравнение <math>3 \cdot 2^{x-3} + 2^{\sqrt{x^2+9-6x}} = \frac{13}{2}</math></p> <p>б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку <math>[0; 2\sqrt{2}]</math>.</p>
<p>Задание 4.</p> <p>а) Решите уравнение <math>(2 \cdot 9^{3x+0,5} + 27^{2x+1} - 11)(2x^2 - x - 1) = 0</math></p> <p>б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку <math>[\log_3 \frac{1}{3}; \log_3 \frac{1}{\sqrt{3}}]</math></p>
<p>Задание 5.</p> <p>а) Решите уравнение <math>(\log_{0,7} \log_7(x - 2))(5^{x-4} + 2^{x-1} + 2^x - 5^{x-2}) = 0</math></p> <p>б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку <math>[\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{9}; 2\sqrt{6}]</math></p>
<p>Задание 6.</p> <p>а) Решите уравнение <math>(\log_3 \log_5(x^2 - 44)) - \left(\log_{\frac{1}{3}} \log_{\frac{1}{5}} \left(\frac{1}{x^2 - 44}\right)\right) = 2</math></p> <p>б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку <math>[2^{-2 \log_3 9}; 10\sqrt{2}]</math></p>
<p>Задание 7.</p>

<p>а) Решите уравнение <math>\log_5 x \cdot \log_3 x = \log_3 x^2 + \log_5 x^3 - 6</math>.</p> <p>б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку <math>[8\sqrt{11}; 8\sqrt{13}]</math>.</p>
<p>Задание 8</p> <p>а) Решите уравнение <math>\log_3 \frac{27}{x} - \frac{10}{\log_3 81x} = 0</math>.</p> <p>б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку <math>[\log_6 \frac{1}{7}; \log_6 215]</math>.</p>
<p>Задание 9</p> <p>а) Решите уравнение <math>\log_x \sqrt{6} + \log_x(6x) = 3 + \log_x^2 \sqrt{6}</math>.</p> <p>б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку <math>[1; 2]</math>.</p>
<p>Задание 10</p> <p>а) Решите уравнение <math>((1 + \log_4 5) \cdot \log_{20} x - (\log_4 14 + \log_{0,25}(x - 5)))(x^2 - 14x + 48) = 0</math>.</p> <p>б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку <math>[4\sqrt{3}; \log_2 250]</math>.</p>

#### КАРТОЧКИ С ПОДЗАДАЧАМИ

<p>Разложите на множители, один из которых не содержит переменную в показателе</p> <p>4. <math>6^{x^2-3x+1}</math></p> <p>5. <math>3^{2x^2-6x-2}</math></p> <p>6. <math>4^{5x^2-2-6x}</math></p>	<p>Разложите на множители, один из которых не содержит переменную в показателе</p> <p>1. <math>7^{x^2+2x+2} - 7^{x^2+2x}</math></p> <p>2. <math>4^{2x^2-6x} + 4^{2x^2-6x-2}</math></p>
<p>Оцените число</p> <p>1. <math>\sqrt{13} + 1</math></p> <p>2. <math>\frac{3+\sqrt{13}}{2}</math></p> <p>3. <math>\frac{5-\sqrt{17}}{2}</math></p>	<p>Оцените число</p> <p>1. <math>\sqrt{17} + 1</math></p> <p>2. <math>\frac{3-\sqrt{15}}{2}</math></p>
<p>Вынесите общий множитель, содержащий общую часть</p> <p>1. <math>3^{x^2+2x+3} - 3^{x^2+2x}</math></p> <p>2. <math>a^{2-3x^2+4x} + a^{4x-3x^2}</math></p> <p>3. <math>2^{2x^2+3x+1} + 2^{2x^2+3x-3}</math></p>	<p>Упростите выражение (задания на повторение свойства степени)</p> <p>1. <math>3 \cdot 4^{x+0,5} =</math></p> <p>2. <math>5 \cdot 81^{x+0,25} =</math></p>
<p>Решите уравнение</p> <p>1. <math>3^x = 25</math></p> <p>2. <math>5^x = 35</math></p> <p>3. <math>10^x = 42</math></p>	<p>Извлеките квадратный корень</p> <p>1. <math>\sqrt{x^2 + 16 - 8x}</math></p> <p>2. <math>\sqrt{x^2 + 36 + 12x}</math></p>
<p>Упростите</p>	<p>Сравните числа</p>

1. $\log_3 120 + \log_3 15 - \log_3 200$ 2. $2\log_2 5 + \frac{1}{2}\log_2 4 - 2\log_2 10$	1. $3\sqrt{3}$ и $\log_2 32$ 2. $2\sqrt{5}$ и $\log_3 81$ 3. $5\sqrt{2}$ и $\log_2 120$ 4. $4\sqrt{3}$ и $\log_3 241$
Упростите выражение (задания на повторение свойства степени)  1. $3 \cdot 4^{x+0,5} =$ 2. $5 \cdot 81^{x+0,25} =$	Решите уравнение (задания на определение логарифма)  1. $\log_2 \log_4 x = 2$ 2. $\log_{\sqrt{3}} \log_2 x = 2$
Вычислите (задания на определение логарифма)  1. $\log_4 16 =$ 2. $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} =$ 3. $\log_3 \frac{1}{27} =$ 4. $\log_2 \sqrt{2} =$ 5. $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{2} =$ 6. $\log_5 \frac{1}{\sqrt{5}} =$	Вычислите, если это возможно (задания на определение логарифма)  1. $\log_2 \log_4 16 =$ 2. $\log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} =$ 3. $\log_{\frac{1}{3}} \log_3 \frac{1}{27} =$ 4. $\log_4 \log_2 \sqrt{2} =$ 5. $\log_2 \log_{\sqrt{2}} 4 =$ 6. $\log_4 \log_5 \frac{1}{\sqrt{5}} =$
Решите уравнение (задания на повторение метода почленного деления)  1. $3^x = 5^x$ 2. $25 \cdot 2^x = 4 \cdot 5^x$	Вычислите  1. $3^{\log_2 8}$ 2. $5^{-\log_3 9}$ 3. $2^{3 \log_3 9}$ 4. $49^{-2 \log_9 \sqrt{3}}$
Представьте выражение в виде логарифма с целым основанием  1. $\log_{\frac{1}{7}} \left( \frac{1}{x^2 - 55} \right)$ 2. $\left( \log_{\frac{1}{3}} \log_5 (x^2 - 144) \right)$ 3. $\log_{\frac{1}{4}} \log_{\frac{1}{7}} \left( \frac{1}{x^2 - 25} \right)$	Вынесите общий множитель за скобки, если это возможно  3. $\log_7 x \cdot \log_2 x - \log_7 x^4$ 4. $\log_6 x \cdot \log_{\frac{1}{3}} x - \log_3 x^5$ 5. $\log_7 x (\log_2 x - 4) - (\log_2 x^2 - 4)$ 6. $\log_7 x (\log_2 x - 4) - (\log_2 x - 4)^2$ 7. $\log_7 x (\log_2 x - 4) - \log_2 (x - 4)$
Приведите логарифм к основанию 5  1. $\log_7 9$ 2. $\log_7 25$ 3. $\log_{125} x^2$	Представьте в виде слагаемых  1. $\log_5 \frac{25}{x^2}$ 2. $\log_5 625x$ 3. $\log_3 \frac{x}{27}$ 4. $\log_2 128x^3$
Укажите какие из чисел -3; -2; 1; 4 принадлежат отрезку: 1. $[\log_3 0,1; 2\sqrt{3}]$ ;	Сколько корней имеет уравнение  1. $x^2 = 12$ ;      3. $x^2 = -25$

2. $\left[\log_5 \frac{1}{26}; \log_5 4\right]$ .	2. $x^3 = -27$ ; 4. $x^4 = \frac{1}{16}$
При каких значениях $x$ имеет смысл выражение: 1. $\log_x(4x - 2)$ ; 2. $\log_{x-2}(x + 2)$ ?	Упростите выражение 1. $\log_x(3x) + \log_x \sqrt{3} - 1 =$ 2. $\log_x 3 + \log_x x + \frac{1}{2} \log_x 3 - 1 =$ 3. $1,5 \log_x 3 \log_5(25x^2) + \log_x \sqrt{5} - \log_{\sqrt{x}} \sqrt[4]{5} + \log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} x =$

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанный нами проект реально осуществить в любом образовательном учреждении. Задания успешно интегрируются в образовательную среду, так как отражают реалии и потребности учащихся, нацеленных на поступление в ВУЗ. Подзадачи можно использовать не только для подготовки к решению данных заданий, но и при изучении показательных и логарифмических уравнений.