

Этапы учебного занятия	Задачи этапа, выполнение которых приведет к достижению планируемых результатов	Содержание учебного материала		Методы обучения	Формы организации взаимодействия	Формируемые ОК и УУД
		Деятельность преподавателя	Деятельность обучающихся			
1. Организационный момент (3мин)	Подготовка обучающихся к уроку, подготовка их рабочих мест Создать благоприятный психологический настрой на работу	Приветствие, проверка подготовленности к учебному занятию, организация внимания обучающихся	Готовятся на урок, настраивают себя на позитивную работу на уроке, включаются в деловой ритм урока	Словесный	Коллективная	ОК.1, ОК.2, ОК.8 УУД.01-УУД.04
2. Актуализация знаний (10мин)	Актуализация опорных знаний и способов действий.	Проверка домашнего задания. Разгадывание кроссворда https://drive.google.com/file/d/1U6ZO7PUR64pMH-WgCuNOOPAFmV7doo5I/view?usp=sharing	Участвуют в работе по проверке домашнего задания, в беседе с преподавателем отвечают на поставленные вопросы, находят ответы на вопросы кроссворда	Словесный, наглядный, практический.	Индивидуальная	ОК.1-ОК.4, ОК.8, ОК.9 УУД.01-УУД.04
3. Целеполагание (5мин)	Обеспечение мотивации учения обучающимися, принятие ими темы и целей урока	Мотивирует обучающихся, вместе с ними определяет цель урока; акцентирует их внимание на значимость темы. Ключевые слова темы определяют, разгадав ребус https://docs.google.com/document/d/1PJN8d49WGVUХКСХtf7BoVLY6KnWtw37Q/edit?usp=sharing&oid=	Записывают дату в тетради, разгадывают ребус и определяют тему и цель урока	Словесный, наглядный, практический.	Коллективная	ОК.1-ОК.4, ОК.8, ОК.9 УУД.01-УУД.04

		116503612882085965098&rtpof=true&sd=true				
<i>4.Открытие новых знаний (15мин)</i>	Введение понятия Исследование, рассмотрение алгоритма исследования функции с помощью производной	Показывает презентацию, поясняя на каждом этапе, пошагово введение новых понятий/ Акцентирует внимание на записи и чтении определения и основных свойств, включает видеофрагмент по теме урока (Алгоритм исследования) https://youtu.be/3eCNXEKjqnA	При просмотре данной презентации и видеофрагмента обучающиеся записывают алгоритм исследования функции с помощью производной, вспоминают основные свойства функции: область определения, четности /нечетности, нули функции, промежутки знакопостоянства и т.д.	Словесный, наглядный, практический	Индивидуальная	ОК.1-ОК.4, ОК.8, ОК.9, ОК11 УУД.01-УУД.04
<i>5.Первичное закрепление знаний (15мин)</i>	Показать разнообразие задач на применение исследования функции с помощью производной	Организовывает и контролирует процесс решения задач, комментирует ход работы 1) Чтение графика 2) Исследовательская работа в парах	Работают в парах над поставленными задачами.	Наглядный, практический	Групповая (в парах)	ОК.1-ОК.4, ОК.8, ОК.9, ОК11 УУД.01-УУД.04
<i>Физкультминутка (3 мин)</i>	Смена вида деятельности.	Проводит упражнения обеспечивает эмоциональную разгрузку обучающихся.	Выполняют упражнения, сменили вид деятельности и готовы продолжить работу.	Словесный, наглядный,	Коллективная	ОК.1-ОК.4, ОК.8, ОК.9 УУД.01-УУД.04
<i>6 Закрепление знаний. (20мин)</i>	Дать качественную оценку работы группы/ подгрупп и отдельных обучающихся	Выявляет качество и уровень усвоения знаний, а также устанавливает причины выявленных ошибок. А) Совместное решение задания с подробным объяснением:	А) выполняют заданием с последующей проверкой; Б) выполняют работу по вариантам анализируют свою работу, обсуждают правильность решения задач, защищают свой решенный пример	Практический	Коллективная, групповая (по вариантам)	ОК.1-ОК.4, ОК.8, ОК.9, ОК11 УУД.01-УУД.04

		Б) Исследовательская деятельность по вариантам				
7. Контроль и оценка знаний (10 мин)	Онлайн-тестирование по теме	Краткий инструктаж (в отсутствие интернет связи, тестирование в формате презентации) Ссылка на тест https://docs.google.com/forms/d/1c2al3GzJVtAd0FWNKygQKrNS3qOjzZg6VNR5C9B5HO0/edit?usp=sharing Игра «Кто хочет стать миллионером?» https://learningapps.org/watch?v=p8ex871tc21	Подключаются к интернету и пройдя по ссылке и решают тест	Практический	Индивидуальная	ОК.1-ОК.4, ОК.8, ОК11 УУД.01-УУД.04
8. Рефлексия (4 мин)	Дать количественную оценку работы обучающихся	Подводит итоги работы подгрупп и группы в целом.	Сдают карточки самооценки и жетоны.	Словесный,	Коллективная	ОК.1-ОК.4, ОК.8, ОК.9
9. Домашнее задание, инструктаж по его выполнению (5 мин)	Обеспечение понимания обучающимися содержания и способов выполнения домашнего задания	Дает комментарий к домашнему заданию. Ознакомиться с уроками №19,20 на РЭШ и выполнить тренировочные задания к этим урокам, ссылка на РЭШ https://resh.edu.ru/ / Алгебра и начала математического анализа, 11 класс	Записывают домашнее задание.		Коллективная/индивидуальная	ОК.1-ОК.4, ОК.8, ОК.9

Ход урока

1. Организационный момент.

Добрый день, друзья! Рада вас видеть. Я желаю вам сегодня на уроке удачи, точных расчетов и вычислений, новых открытий. И ответьте, пожалуйста, на мой первый вопрос: «Какую тему мы изучаем (ответы обучающихся производная, применение производной к исследованию функции

«Музыка может возвышать или умиротворять душу, живопись – радовать глаз, поэзия – пробуждать чувства, философия – удовлетворять потребности разума, инженерное дело – совершенствовать материальную сторону жизни людей, а математика способна достичь всех этих целей!»

Морис Клайн

Ребята, ни для кого не секрет, что каждая наука оперирует своей лексикой. Увлечшись изучением с вами последней темой по математике, я в беседе с преподавателем литературы сказала: «Неважно, сколько студент знает, но важно, чтобы у него была положительная производная». Коллега не поняла меня. А вы можете прояснить мою фразу?

Ответы обучающихся: Важно, чтобы скорость приращения знаний у студента была положительна - это залог того, что его знания возрастут!

2. Проверка домашнего задания. (решение на слайде)

№ 290. Найдите критические точки функции. Определите, какие из них являются точками максимума, какие – точками минимума:

$$\text{б) } f(x) = 9 + 8x^2 - x^4$$

$$f'(x) = (9 + 8x^2 - x^4)' = 16x - 4x^3$$

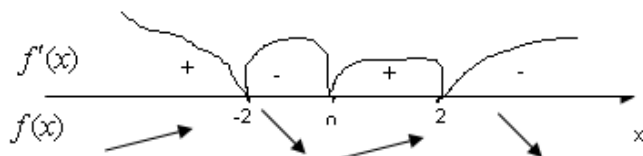
$$f'(x) = 0 \Rightarrow 16x - 4x^3 = 0$$

$$4x(4 - x^2) = 0$$

$$4x = 0 \quad \text{или} \quad 4 - x^2 = 0$$

$$x = 0 \quad x = -2 \quad x = 2$$

Выясним, какие точки являются точками максимума, какие – точками минимума для этого отметим на числовой прямой все точки, проверим знак производной на полученных промежутках:



Если производная меняет знак с «+» на «-», то критическая точка является точкой максимума, если производная меняет знак с «-» на «+» - точка минимума, значит $x_{\min}=0$, $x_{\max}=-2$, $x_{\max}=2$

Теоретическая проверка знаний. Разгадывание кроссворда

Кроссворд по теме «Производная функции и ее применение»

(см. Приложение Б)

Вывод по домашней работе

3. Целеполагание

Ключевые слова темы определим, разгадав ребус (см. приложение Г)

Вопрос: Какую аналитическую деятельность вы сейчас осуществляли относительно функций? *Предполагаемый ответ:* Исследование.

Вопрос: Для чего нужно исследование функций? *Предполагаемый ответ:* Для построения графиков.

Вопрос: Так какова тема нашего урока?

Предполагаемый ответ: Тема нашего занятия - исследование функции и построение графиков с помощью производной.

Вопрос: Как вы думаете, какова цель нашего урока? (обучающиеся формулируют цель.)

Цель урока – углубить и расширить умения строить график функции, применяя производную для исследования функции.

Преподаватель: **Исследование функции**— задача, заключающаяся в определении основных параметров заданной функции

4. Открытие новых знаний

Преподаватель: Нахождение уравнения касательной к графику функции, нахождение промежутков монотонности функции, определение экстремумов функции, нахождение наименьшего и наибольшего значения функции на отрезке – все это относится к исследованию функции. На этом занятии мы с вами обобщим все параметры функции и будем строить их графики на основе проведенных исследований

Демонстрация презентации и, видеофрагмента урока по теме

На слайде Схема исследования функции

Обучающиеся записывают общую схему исследования в тетрадь, затем вместе с преподавателем разбирают готовый пример из видеофрагмента

Алгоритм исследования функции с помощью производной

Следует найти:

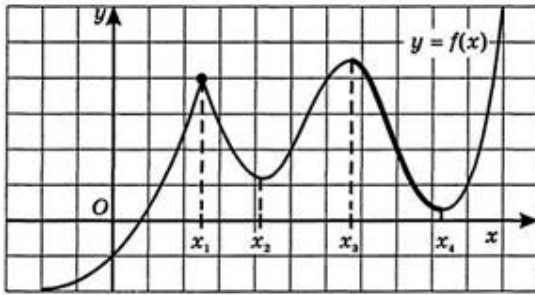
1. Область определения функции $f(x)$. Выделить особые точки (точки разрыва, если они есть).
2. Точки пересечения с осями координат.
3. Особенности функции: чётность/нечётность, периодичность.
4. Точки экстремума и интервалы монотонности функции.
5. Точки перегиба и интервалы выпуклости-вогнутости.
6. Дополнительные точки и вычислить их координаты.
7. Построить график функции.

Примечание Некоторые пункты могут быть пропущены, переставлены в другом порядке или объединены.

5.Первичное закрепление знаний

Преподаватель Выясним связь поведения функции в зависимости от производной. 1.Задание «Чтение графика функций»

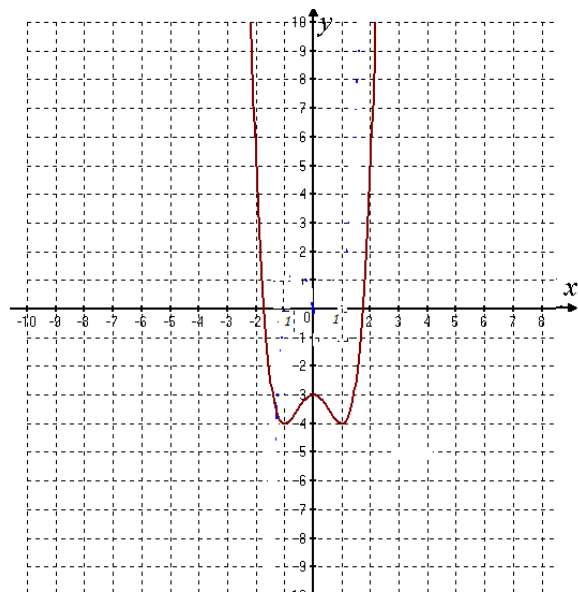
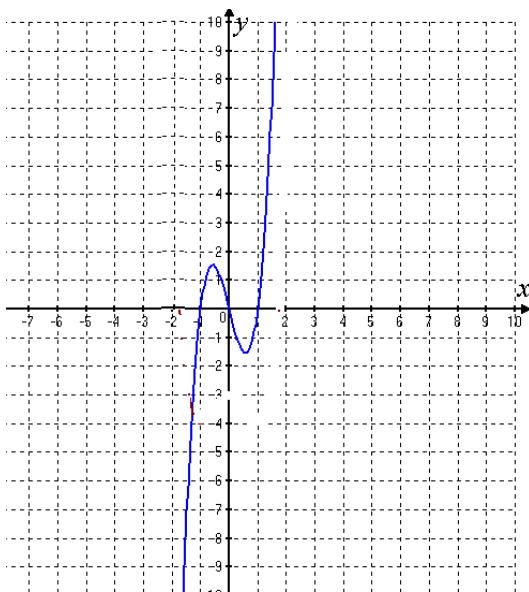
Дан график функции



По графику функции $y = f(x)$ ответьте на вопросы:

1. Сколько точек максимума имеет эта функция?
2. Назовите точки минимума функции.
3. Сколько промежутков возрастания у этой функции?
4. Назовите наименьший из промежутков убывания этой функции.

2. Исследовательская работа в парах



1. Рассмотрите интервалы, на которых функция $y = f(x)$ возрастает или убывает и поведение графика функции $y = f'(x)$ на этих интервалах. Сделайте вывод.

2. Заполните пропуски:

Если $f'(x) < 0$ в каждой точке некоторого интервала, то функция $y = f(x)$ _____ на этом интервале.

3. Рассмотрите точку максимума функции и соответствующие им точки на графике производной. Какие значения принимает производная: левее точки максимума, правее, в самой точке максимума?

4. Рассмотрите точку минимума функции и соответствующие им точки на графике производной. Какие значения принимает производная: левее точки максимума, правее, в самой точке максимума? Как можно объединить эти выводы? Запишите:

5. Если x_0 – точка экстремума функции $y = f(x)$, то производная в этой точке _____

Если функция $y = f(x)$ непрерывна в точке и производная в этой точке меняет знак с _____ на _____, то x_0 – точка максимума.

Если функция $y = f(x)$ непрерывна в точке x_0 и производная в этой точке меняет знак с _____ на _____, то x_0 – точка минимума.

Физкультминутка (3 мин) (на слайде)

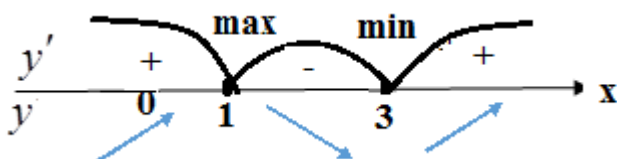
Глазки видят всё вокруг,
 Обведу я ими круг.
 Глазком видеть всё дано-
 Где окно, а где кино.
 Обведу я ими круг,
 Погляжу на мир вокруг.
 Быстро поморгать, закрыть глаза и посидеть спокойно, медленно считая до 5.
 Повторить 4-5 раз.

6 Закрепление знаний.

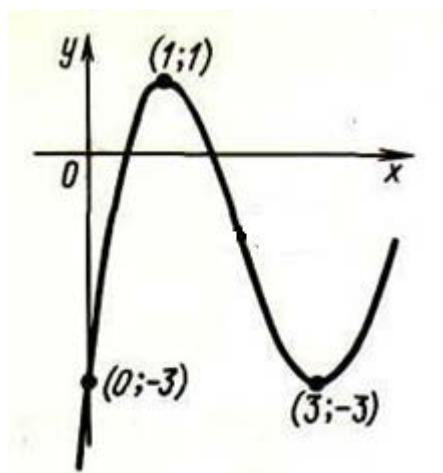
А) Совместное решение задания с подробным объяснением:

Построить график функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$

- $D(y)=\mathbb{R}$
- Найдем точку пересечения графика с осью Oy : $x=0$, $y=-3$ $A(0;-3)$
- Найдем производную: $y' = (x^3 - 6x^2 + 9x - 3)' = 3x^2 - 12x + 9$
- Находим критические точки функции:
 $y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow 3(x^2 - 4x + 3) = 0$
 $D = b^2 - 4ac$; $D = 16 - 12 = 4 = 2^2$
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$; $x = \frac{4 \pm 2}{2}$; $x_1 = 1$; $x_2 = 3$
- Точки 1 и 3 делят область определения на три промежутка



- $x_{\max} = 1$; $y_{\max} = 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 - 3 = 1$
 $x_{\min} = 3$; $y_{\min} = 3^3 - 6 \cdot 3^2 + 9 \cdot 3 - 3 = 27 - 54 + 27 - 3 = -3$
- Используя полученные данные, строим искомый график



Б) Исследовательская деятельность по вариантам

Исследуйте следующие функции и постройте их графики

1 вариант $y = x^3 - 3x^2 + x + 5$

2 вариант $y=(x^2-1)^2$

Проверка

1 вариант $y = x^3 - 3x^2 + x + 5$

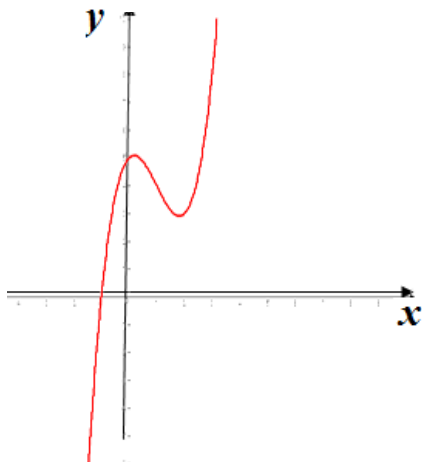
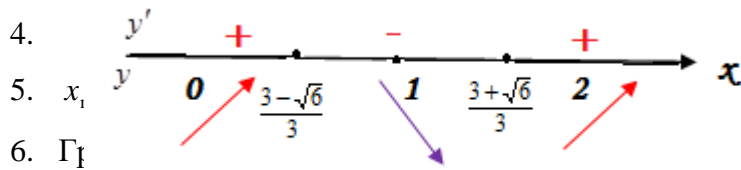
1. $D(y) = \mathbb{R}$

2. $y' = (x^3 - 3x^2 + x + 5)' = 3x^2 - 6x + 1$

$y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x + 1 = 0$

3. $D = 36 - 12 = 24 \Rightarrow \sqrt{D} = 2\sqrt{6}$

$x_{1,2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{6}}{6} \Rightarrow x_1 = \frac{3 - \sqrt{6}}{3} \approx 0,2, \quad x_2 = \frac{3 + \sqrt{6}}{3} \approx 1,8$



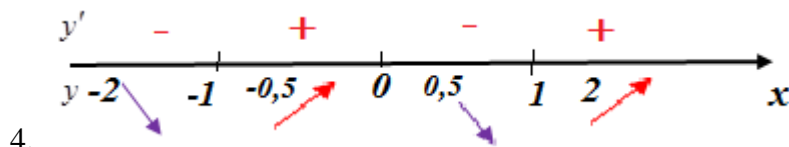
2 вариант $y=(x^2-1)^2$

1. $D(y) = \mathbb{R}$

2. $y' = ((x^2 - 1)^2)' = 2(x^2 - 1) \cdot (x^2 - 1)' = 2 \cdot 2x(x^2 - 1) = 4x(x^2 - 1)$

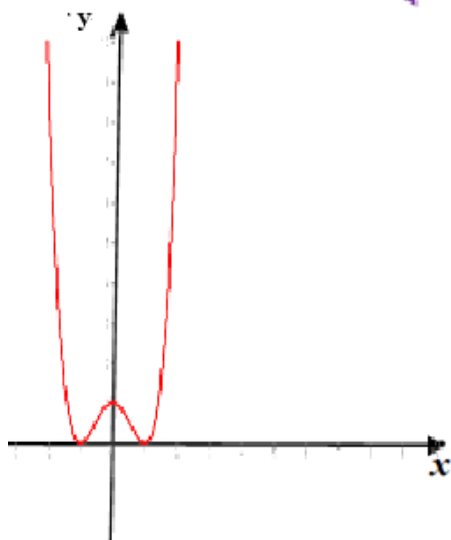
3. $y' = 0 \Rightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x^2 - 1 = 0$

$x_1 = -1, \quad x_2 = 0, \quad x_3 = 1$



5. $x_{\max} = 0; \quad x_{\min} = \pm 1$

6. График



7.Контроль и оценка знаний

Онлайн-тестирование по теме. Краткий инструктаж (в отсутствии интернет связи, тестирование в формате презентации)

Ссылка на тест

<https://docs.google.com/forms/d/1c2al3GzJVtAd0FWNKygQKrNS3qOjzZg6VNR5C9B5HO0/edit?usp=sharing>

https://docs.google.com/forms/d/1-e0L63lj_6Zulk3TBcsQe2lOK_z2H0Ys19ACTMCRk60/edit?usp=sharing

8.Рефлексия

На уроке мы проводили исследования, строили графики.

Какие виды исследований мы проводили? Ответы обучающихся: нахождение критических точек, нахождение промежутков возрастания и убывания, построение графика.

Сегодня обобщили знания по исследованию функций с помощью первой производной. Не менее интересная работа нас ожидает на следующем занятии. Определение выпуклости/вогнутости графика и определение точек перегиба, применение производной к нахождению максимального и минимального значения функций, решению задач на оптимизацию, но это будет уже на следующем занятии.

Каждый из вас сегодня на уроке занимался исследовательской деятельностью. Какую бы оценку вы дали себе за урок? Вывод по уроку Объявление оценок, замечаний по уроку

Я хочу вам пожелать, чтобы у вас была только положительная производная, чтобы знания ваши только возрастали

9. Домашнее задание, инструктаж по его выполнению

А) № 20 на РЭШ и выполнить тренировочные задания к этому уроку, ссылка на РЭШ <https://resh.edu.ru> / Алгебра и начала математического анализа, 11 класс

Б) Изучить урок 18 на РЭШ про выпуклость и точки перегиба

Спасибо за урок

Схема. График функции и график производной

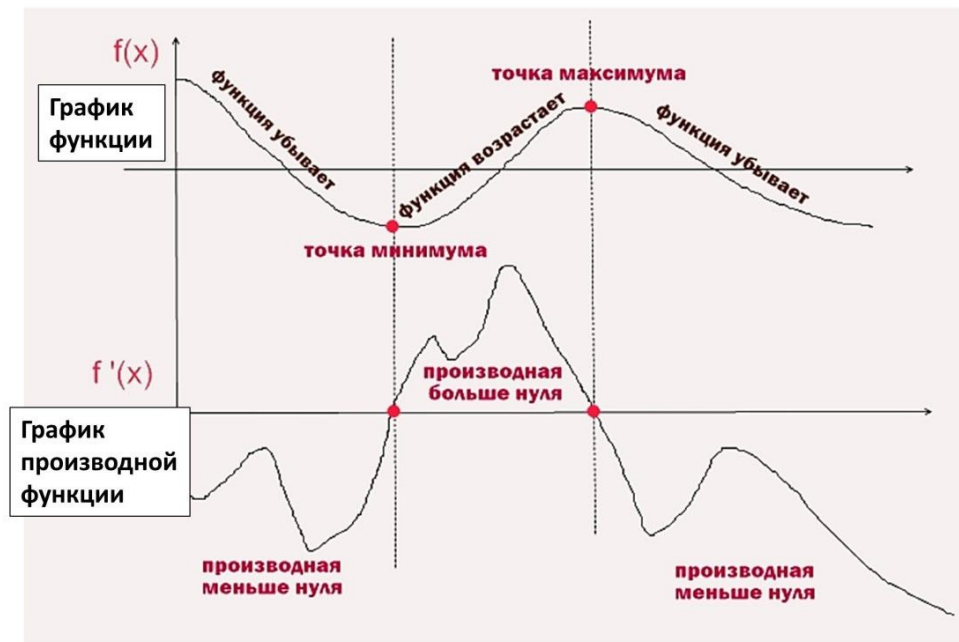
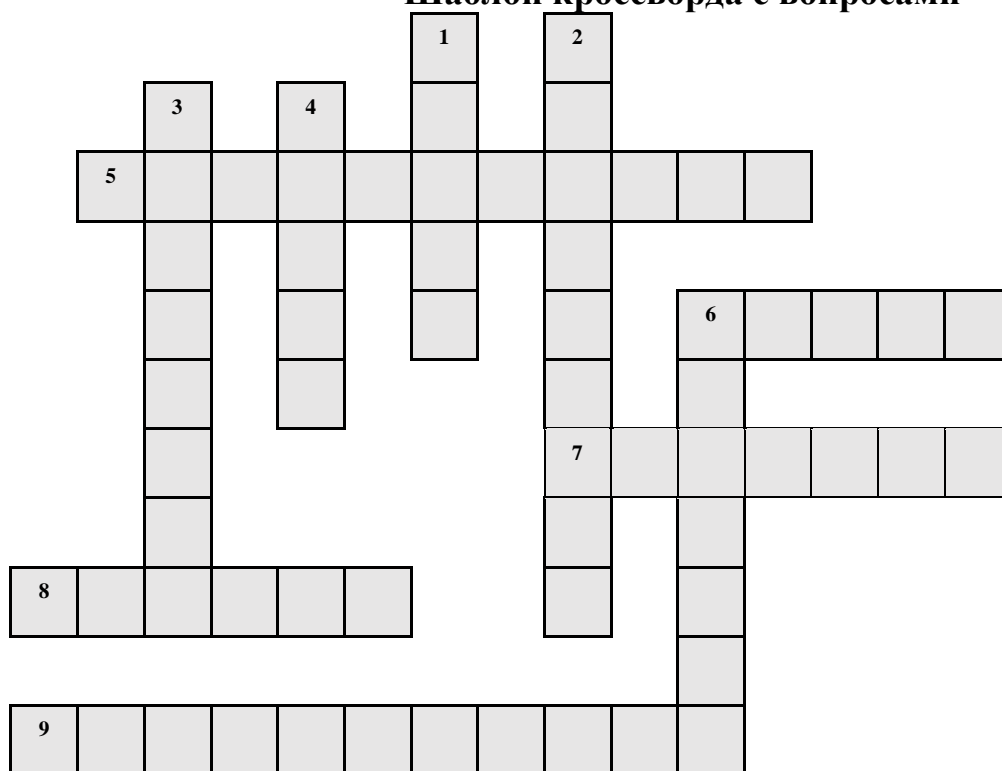


Рисунок 7. Опорная схема. График функции и график производной



Рисунок 8. Опорная схема. Исследование графиков функций с помощью производной

Шаблон кроссворда с вопросами



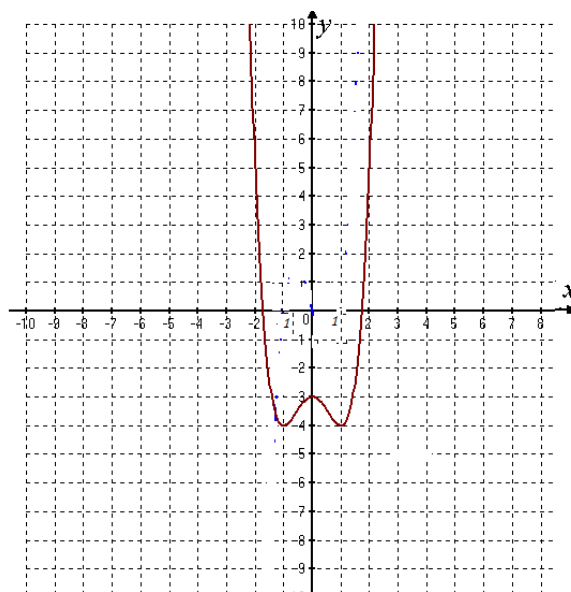
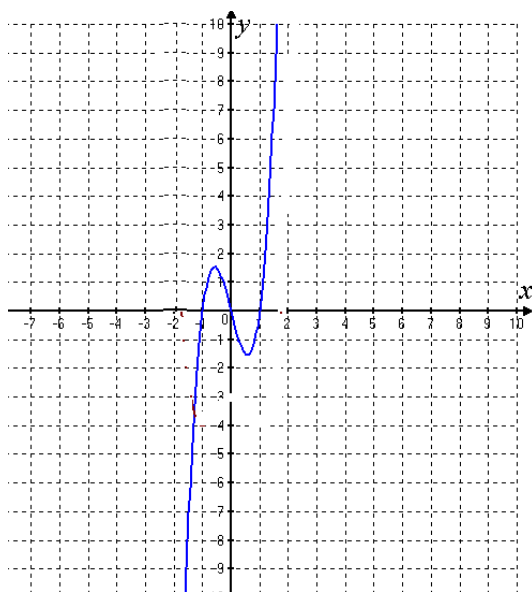
Вопросы по горизонтали:

5. Внутренняя точка области определения в которой производная равна нулю или не существует
6. Французский математик, автор теоремы о существовании экстремума
7. Одна из критических точек функции
8. То, что существует в действительности, отражает действительность, правда
9. Предел отношения приращения функции к приращению аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю

Вопросы по вертикали:

1. Основная фигура в математике
2. В переводе с латинского означает крайнее, общее название максимума и минимума.
3. Независимая переменная, с помощью которой определяется значение функции
4. Значок сверху, обозначающий производную

Исследовательская работа в парах



1. Рассмотрите интервалы, на которых функция $y = f(x)$ возрастает или убывает и поведение графика функции $y = f'(x)$ на этих интервалах. Сделайте вывод.
2. Заполните пропуски:
 Если $f'(x) > 0$ в каждой точке некоторого интервала, то функция $y = f(x)$ _____ на этом интервале.
 Если $f'(x) < 0$ в каждой точке некоторого интервала, то функция $y = f(x)$ _____ на этом интервале.
3. Рассмотрите точку максимума функции и соответствующие им точки на графике производной. Какие значения принимает производная: левее точки максимума, правее, в самой точке максимума?
4. Рассмотрите точку минимума функции и соответствующие им точки на графике производной. Какие значения принимает производная: левее точки максимума, правее, в самой точке максимума? Как можно объединить эти выводы? Запишите:
5. Если x_0 – точка экстремума функции $y = f(x)$, то производная в этой точке _____
 Если функция $y = f(x)$ непрерывна в точке и производная в этой точке меняет знак с _____ на _____, то x_0 – точка максимума.
 Если функция $y = f(x)$ непрерывна в точке x_0 и производная в этой точке меняет знак с _____ на _____, то x_0 – точка минимума.

Ключевые слова темы урока, в ребусе

производная



С



и=о



~~р~~ и

исследование



~~з, 4~~ ой



ёр=вод



функция

Ф



Я

~~ш~~ НКЦ

график

Г



5,4,1,6,7