## Ход урока

1. Проверка д/з.

№1. Упростить

а) $\sqrt{\frac{\sin 4\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha-\operatorname{tg}\alpha}}\cdot\frac{1}{\sin 2\alpha}+1;\quad \frac{3\pi}{4}<\alpha<\pi = \sqrt{\frac{2\sin 2\alpha\cdot\cos 2\alpha}{\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}}}\cdot\frac{1}{\sin 2\alpha}+1=$

$$=\sqrt{\frac{2\cdot 2\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha\cdot\cancel{\cos 2\alpha}}{\cancel{\cos 2\alpha}}}\cdot\frac{1}{\sin 2\alpha}+1==\frac{\cdot\cancel{\sin 2\alpha}}{\cancel{\sin 2\alpha}}+1=-1+1=0$$

Ограничения: $\frac{\sin 4\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\alpha}\geq 0$

$\cos\alpha\neq 0;\ \sin\alpha\neq 0$

$\cos 2\alpha\neq 0$

б) $\frac{\sin 3\alpha+4\sin^3\alpha}{\cos 3\alpha-4\cos^3\alpha}-\frac{\cos 3\alpha-\cos^3\alpha}{\sin 3\alpha+\sin^3\alpha}=$

$$=\frac{3\sin\alpha-\cancel{4\sin^3\alpha}+\cancel{4\sin^3\alpha}}{\cancel{4\cos^3\alpha}-3\cos\alpha-\cancel{4\cos^3\alpha}}-\frac{\cos\alpha\cdot(4\cos^2\alpha-3-\cos^2\alpha)}{\sin\alpha\cdot(3-3\sin^2\alpha)}=$$

$$=-3\operatorname{tg}\alpha-\frac{\cancel{3}\cos\alpha\cdot(\cos^2\alpha-1)}{\cancel{3}\sin\alpha\cdot(1-\sin^2\alpha)}=$$

$$=3\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{ctg}\alpha\cdot\frac{-\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}=$$

$$=3\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{ctg}\alpha\cdot\operatorname{tg}^2\alpha=4\operatorname{tg}\alpha$$

№2

а) Дано:

$\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$

Найти:

а) $\cos 2\alpha$

б) $\operatorname{tg}\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$

Решение:

а) $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3} => \cos\alpha=-\frac{\sqrt{6}}{3}$

$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha=1-2\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$

б) $\operatorname{tg}\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}}{1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}}=\frac{\operatorname{tg}\alpha-1}{1+\operatorname{tg}\alpha}=\frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}-1}{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}=$

$=\frac{\sqrt{2}+1}{-\sqrt{2}+1}=-3-2\sqrt{2}$

б) Дано:

$\operatorname{ctg}\alpha=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$

Найти:

$\operatorname{tg}2\alpha$

$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$

Решение:

$\sin\alpha=-\frac{\sqrt{6}}{3};\ \cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\operatorname{tg}\alpha=\sqrt{2}$

$\operatorname{tg}2\alpha=\frac{2\sqrt{2}}{1-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\frac{2\sqrt{2}}{-1}=-2\sqrt{2}$

$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha==-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{6}}{3}$

$=\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{6}$

3) Доказать

$$\frac{\operatorname{tg}(\pi+2\alpha)\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{\operatorname{tg}2\alpha-\operatorname{tg}\alpha}+2\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\cdot\pi\cdot\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}-2\alpha\right)$$

II. Обобщение и систематизация знаний

**Упростить выражение:**

$\cos 3\alpha * \cos 6\alpha * \cos 12\alpha = \frac{2\sin 6\alpha\cos 6\alpha\cos 12\alpha}{8\sin 3\alpha} = \frac{\sin 24\alpha}{8\sin 3\alpha}$

Найти наименьшее и наибольшее значения функции

а) $y = 5\sin x - 12\cos x$

$y = 13\sin(x-t)$

$y_{\text{наим}} = -13$

$y_{\text{наиб}} = 13$

б) $A = 3(\sin\alpha)^2 + \cos 2\alpha = 1 + (\sin\alpha)^2$

$1 \le A \le 2 \qquad 0 \le (\sin\alpha)^2 \le 1$

в) $A = (\sin\alpha)^6 + (\cos\alpha)^6 = 1 - \frac{3}{4}\sin 2\alpha$

$\frac{1}{4} \le A \le \frac{7}{4}$

в) $A = \frac{1-\cos\alpha+\cos 2\alpha}{\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)} = 2\cos\alpha - 1$

$-3 \le A \le 1$ , кроме 0

Дано: $\cos\alpha = \frac{2n}{n^2+1}$.

Найти: $\sin 2\alpha$ ; $\operatorname{tg} 2\alpha$

Решение:

$$\operatorname{tg}2\alpha = \frac{4n(n^2-1)}{6n^2-n^4-1}$$

$$\sin\alpha = \frac{(n^2-1)}{(n^2+1)}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{4n(n^2-1)}{(n^2+1)(n^2+1)}$$

**III. Контроль знаний**

**Диктант.**

Вычислить и заполнить таблицу (в ответе должно получиться слово, определяющее качество характера, которым обладает каждый лицеист)

| | |
|---|---|
| Т | $2\sin 15°\cos 15°$ |
| Д | $\left(\cos\frac{\pi}{8}\right)^2 - (\sin\frac{\pi}{8})^2$ |
| С | $\frac{2\operatorname{tg}75°}{1-(\operatorname{tg}75°)^2}$ |
| Л | $1-2(\sin 15°)^2$ |
| Р | $2\left(\cos\frac{\pi}{8}\right)^2 - 1$ |
| В | $\sin 22°30'\cos 22°30'$ |
| Г | $-\sin\frac{4\pi}{8} - \cos\frac{4\pi}{8}$ |

| | |
|---|---|
| Б | $\sin 75° \sin 15°$ |
| О | $\operatorname{tg} 20° \operatorname{tg} 40° \operatorname{tg} 60° \operatorname{tg} 80°$ |
| А | $\operatorname{tg} 15° + \operatorname{ctg} 15°$ |

| | |
|---|---|
| | $\frac{1}{4}$ |
| | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| | $4$ |
| | $-1$ |
| | $3$ |
| | $1$ |
| | $3$ |
| | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ |
| | $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ |
| | $\frac{1}{2}$ |
| | $\frac{\sqrt{2}}{4}$ |
| | $3$ |

Ответ: благородство

**IV. Подведение итогов.**
Сегодня на уроке мы обобщили тему: «Преобразование тригонометрических выражений». Еще раз разобрали знаки тригонометрических функций в различных четвертях. Вспомнили формулы суммы, разности, произведения синусов, косинусов, тангенсов, котангенсов и показали применение этих формул на примерах.

**Домашнее задание.**

1. Доказать тождество $\frac{\sin(180°+\alpha)}{\sin(20°+\frac{\alpha}{4}) * \sin\left(70°-\frac{\alpha}{4}\right)} = \cos(40° + \frac{\alpha}{4})$

2. Дано: $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$; $\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \pi$

Найти: $\cos 2\alpha$ ; $\operatorname{tg}(\alpha - \frac{\pi}{4})$

Дано: $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\pi \le \alpha \le \frac{3\pi}{2}$

Найти: $\operatorname{tg} 2\alpha$ ; $\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha)$

3. Упростить:

$4\sin(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}) * \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right) * \sin\alpha$

$1 - \frac{1}{\cos 2\alpha} - \operatorname{ctg}\alpha * \operatorname{tg} 2\alpha$

Сегодня на уроке:

| |
|---|
| Я узнал… |
| Мне было интересно… |
| Мне хотелось бы повторить … |
| Я собой… |

**VI. Итог**
Благодарю всех за урок и, в завершении, предлагаю заполнить таблицу

4. Упростить:

$4\sin(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}) * \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right) * \sin\alpha$

$1 - \frac{1}{\cos 2\alpha} - \operatorname{ctg}\alpha * \operatorname{tg} 2\alpha$

**VI. Итог**

**Заполните таблицу**

Сегодня на уроке:

| | |
|---|---|
| Я узнал… | |
| Мне было интересно… | |
| Мне хотелось бы повторить урок… | |
| Я доволен собой… | |