

**Тематическое планирование математического кружка. 9 класс**

№ урока	Тема урока	Кол-во часов	Цели и задачи (краткое содержание)	Подбор примерных заданий
<b>Решение уравнений с параметрами (10 часов)</b>				
1	Линейное уравнение $ax = b$ .	1	Вводный урок. Решение линейных уравнений. Понятие параметра. Исследовать уравнение : уравнение вида $ax = b$ с переменной $x$ имеет единственное решение при $a \neq 0$ ; имеет бесконечное множество решений при $a = 0, b = 0$ ; не имеет решений при $a = 0, b \neq 0$ .	<ol style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{3x-4}{5} + \frac{2x+1}{3} = \frac{4x-3}{2}</math></li> <li><math>\frac{4x-1}{2} - \frac{6x+2}{3} = -\frac{1}{6}</math></li> <li><math>6x+2+4(2x-1) = 11x-2</math></li> <li><math>7x = a</math></li> <li><math>ax = 9</math></li> <li><math>3a(a-1)x = a-1</math></li> <li><math>(a+1)x = a^2 - 1</math></li> <li><math>(a^2 - 1)x = 2a^2 + a - 3</math></li> <li><math>\frac{a+2}{a-2}x = \frac{a^2-4}{a+3}</math></li> </ol>
2	Линейное уравнение, приводимое к виду $ax = b$ .	1	Решить уравнение - значит указать, при каких значениях параметров существуют значения $x$ , удовлетворяющие данному уравнению. При решении уравнений с параметром стремятся выделить «особые» значения параметра(контрольные), в которых или при переходе через которые происходит качественное изменение уравнения.	<ol style="list-style-type: none"> <li><math>a^2(x-1) = x-a</math></li> <li><math>\frac{a}{x-2} = \frac{x+1}{x^2-4}</math></li> <li><math>\frac{a+2}{a-2}x = \frac{a^2-4}{a+3}</math></li> <li><math>\frac{a-1}{2ax+3} = 1</math></li> <li><math>\frac{x-3}{x+5} = \frac{a-x}{x+5}</math></li> <li><math>\frac{3ax-5}{(a+2)(x^2-9)} = \frac{2a+1}{(a+2)(x-3)} - \frac{5}{x+3}</math></li> <li>При каких значения параметра <math>a</math> уравнение не имеет корней?  <math>9x+a^2-(2-\sqrt{3})a-2\sqrt{3} = a^4x-a^2(a+\sqrt{3})</math> .</li> </ol>
3	Квадратное уравнение с	1	Влияние параметра на дискриминант и	Установить, при каких $a$ уравнение не имеет

	параметром.		старший коэффициент сводится в большинстве случаев к регулированию количества корней : - не имеет корней -имеет корни -имеет один корень -имеет два корня -имеет положительные корни -имеет отрицательные корни -имеет корни разного знака -имеет один из корней, равный нулю.	корней (имеет 2 корня и т.д.). 1. $x^2 - 2(a-1)x + a + 5 = 0$ 2. $(a^2 - 1)x^2 + 2(a-1)x + 1 = 0$ 3. $(a+1)x^2 - 2(a+1)x + a - 2 = 0$ 4. $\frac{x}{a(x+1)} - \frac{2}{x+2} = \frac{3-a^2}{a(x+1)(x+2)}$ .
4	Использование теоремы Виета.	1	Теорема Виета и обратная теорема Виета. Тождественные преобразования. Формулы сокращенного умножения.	1. Определить при каких $a$ корни уравнения $x^2 - 3ax + a^2 = 0$ будут таковы, что $x_1^2 + x_2^2 = 112$ . 2. При каких $a$ разность корней уравнения $2x^2 - (a+1)x + a + 3 = 0$ равна 1? 3. Определить численное значение $a$ в уравнении $x^2 - ax + a - 2 = 0$ , при котором сумма квадратов корней уравнения будет наименьшей. 4. При каких значениях параметра $a$ отношение корней уравнения $x^2 + ax + a + 2 = 0$ равно 2. 5. Найти все значения параметра $a$ , при которых корни уравнения $(a-2)x^2 - 2ax + 2a - 3 = 0$ действительны и положительны.
5-6	Знаки и расположение корней квадратного уравнения	2	Знаки и расположение корней квадратного уравнения исследуются с помощью теоремы Виета. Для этого используются соответствующие теоремы и следствия из них (необходимые и достаточные условия).	1. При каких значениях $a$ корни уравнения $(a-1)x^2 + x + (a-2)(a^2 + 4) = 0$ имеют противоположные знаки? 2. При каких значениях $a$ оба корня уравнения $x^2 - (a+1)x + a + 4 = 0$ отрицательны? 3. При каких значениях $a$ корни уравнения $x^2 + (2a-4)x + 2a - 1 = 0$ больше 1? 4. При каких значениях $a$ корни уравнения

				$4x^2 - 2x + a = 0$ принадлежат $(-1; 1)$ ? 5. Корни $x_1$ и $x_2$ уравнения $x^2 + ax + 1 = 0$ удовлетворяют неравенству $x_1^2 + x_2^2 > 1$ . Определить возможные значения, которые может принимать параметр $a$ .
7-8	Уравнения высших степеней.	2	Решение уравнений высших степеней. Способ группировки. Введение новой переменной. Теорема Безу. Схема Горнера. Симметричное уравнение. Приведение к квадратным уравнениям с параметром.	1. $x^3 + x - 10 = 0$ 2. $2x^4 + 3x^3 - 16x^2 + 3x + 2 = 0$ 3. $x^4 - (a+2)x^2 - (a+3) = 0$ 4. Определите все значения параметра $a$ , при каждом из которых три различные корни уравнения $x^3 + (a^2 - 9a)x^2 + 8ax - 64 = 0$ образуют геометрическую прогрессию. Найдите эти корни. 5. Найти все значения параметра $a$ , при которых уравнение $x^4 + (a+1)x^3 + (2a+1)x^2 - (a+1)x + 1 = 0$ на промежутке $(-\infty; -1)$ имеет не менее двух корней.
9-10	Уравнения с двумя переменными	2	Решение уравнений с двумя переменными с параметром требуют искусственного приема, чтобы свести данное уравнение к сумме двух полных квадратов и решению полученной системы.	Найти все действительные решения уравнения: 1. $8a^4(x^4 + y^4) - 4a^2(x^2 + y^2) + 1 = 0$ 2. $x^6 + a^2y^6 + 4a(x^3 - y^3) + 4(a^2 + 1) = 0$
<b>Решение неравенств с параметрами (6 часов)</b>				
11-12	Линейные неравенства с параметром.	2	Линейное неравенство. Правила преобразований неравенств. Важность знака коэффициента при решении неравенств. При решении необходимо учесть и рассмотреть все случаи.	1. $ax - 6 \leq 2a - 3x$ 2. $a - 2 < 2a^2x - 4ax$ 3. $(a^2 + a + 1)x - 3a > (2 + a)x + 5a$ 4. $x + \frac{x-1}{a+1} > \frac{x+1}{a+1} - ax$ 5. $\frac{a^2x+1}{2} - \frac{a^2x+3}{3} < \frac{a+9x}{6}$ 6. $ x+2  \leq ax+1$

				<p>7. <math>\frac{2x-1}{a+1} - \frac{x+1}{2a-2} &gt; \frac{2x-3}{a+1}</math></p> <p>8. Найти значение параметра <math>a</math>, при котором наименьшее решение неравенства <math>\frac{2ax+9}{x} \leq 1</math> равно <math>-3</math>.</p> <p>9. Найти значение параметра <math>a</math>, при котором наибольшее положительное решение неравенства <math>\frac{x+50}{x} \geq a</math> равно <math>10</math>.</p> <p>10. Найти все значения параметра <math>a \in [-4; 4]</math>, при которых неравенство <math>(a-2)(x+1)(a-3)+2x &gt; 0</math> выполняется при любых <math>x \geq 0</math>.</p>
13-14	Квадратные неравенства с параметром.	2	Решение квадратных неравенств тесно связано с расположением параболы. Расположение параболы (относительно оси ОХ) полностью определяется знаками дискриминанта и старшим коэффициентом. Решение квадратных неравенств с помощью теоремы Виета.	<p>1. <math>ax^2 + 2x + a &gt; 0</math></p> <p>2. <math>x^2 - 8ax + 15a^2 &lt; 0</math></p> <p>3. При каких <math>a</math> неравенство <math>x^2 - 2(4a-1)x + 15a^2 - 2a - 7 &gt; 0</math> справедливо при всех <math>x</math>?</p> <p>4. При каких значениях <math>a</math> множество решений неравенства <math>x^2 + ax - 1 &lt; 0</math> образует интервал длины <math>5</math>?</p> <p>5. При каких значениях <math>a</math> неравенство <math>ax^2 + (2-a)x + 3 - 2a \leq 0</math> выполняется только для одного действительного значения <math>x</math>?</p> <p>6. Найти все значения параметра <math>a</math>, при которых неравенство <math>ax^2 - 4x + 3a + 1 &gt; 0</math> выполняется для всех <math>x &lt; 0</math>.</p> <p>7. Найдите все значения параметра <math>a</math>, при каждом из которых множество решений неравенства <math>6x^2 + 4a^2 + 6ax - 3x - 24a + 35 &lt; 0</math> содержит хотя бы одно целое число.</p>
15-16	Метод интервалов.	2	Использование метода интервалов для	1. При каких значениях параметра $a$

			решения неравенств.	<p>решением неравенства <math>(x - a)^2(x - 2)(x + 3) \leq 0</math> является отрезок?</p> <p>2. При каких <math>a</math> неравенство <math>(x^3 - 8)(a - x) \geq 0</math> имеет единственное решение?</p> <p>3. Найти все значения <math>a</math>, при которых неравенство <math>\frac{x - 2a - 1}{x - a} &lt; 0</math> выполняется для всех таких <math>x</math>, что <math>x \in [1; 2]</math>.</p> <p>4. При каких значениях параметра <math>a</math> решением неравенства <math>(x - a)(x - 3)(x + 1) \leq 0</math> служит сплошной промежуток?</p> <p>5. Для всех <math>a \geq 0</math> решить неравенство <math>(ax^2 - x + 3)(a^2x^2 + ax + 3a + 1) \geq 0</math>.</p> <p>6. Найти все значения <math>a</math>, для каждого из которых неравенство <math>(2 - a)x^3 + (1 - 2a)x^2 - 6x + (5 + 4a - a^2) &lt; 0</math> выполняется хотя бы при одном значении <math>a \in [-1; 2]</math>.</p>
<b>Решение систем уравнений с параметрами (8 часов)</b>				
17-18	Решение систем линейных уравнений.	2	Основные методы решения линейной системы - метод подстановки, метод исключения неизвестного и метод сложения.	<p>1. При каком <math>a</math> система уравнений <math>\begin{cases} x - 5y = 7, \\ ax - y = -3. \end{cases}</math> не имеет решений (имеет решение, имеет бесконечное множество решений).</p> <p>2. Для всех значений параметра <math>a</math> решить систему: <math>\begin{cases} ax + (a - 1)y = 1, \\ (a + 1)x - (5 - 3a)y = a. \end{cases}</math></p> <p>3. Для каждого значения параметра <math>a</math> решить систему: <math>\begin{cases} ax + a^2y = 1, \\ x + (a - 1)y = a. \end{cases}</math></p> <p>4. При каком <math>a</math> система уравнений <math>\begin{cases} ax - 4y = a + 1, \\ 2x + (a + 6)y = a + 3. \end{cases}</math> не имеет решений.</p>
19-20	Метод определителей.	2	Понятие определителя. Формулы определителей. Применение определителей для решения систем	<p>1. Найти все значения параметра <math>a</math>, при которых система уравнений <math>\begin{cases} 3x + 7y = 20, \\ ax + 14y = 15. \end{cases}</math> имеет единственное</p>

			уравнений. Формулы Крамера.	решение. 2. Найти все значения параметра $a$ , при которых система уравнений $\begin{cases} ax - 8y = 12, \\ 2x - 6y = 15. \end{cases}$ не имеет решения. 3. Найти все значения параметра $a$ , при которых система уравнений $\begin{cases} 15x + ay = 3, \\ 5x + 10y = 1. \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений
21	Способ введения новых переменных.	1	Группировка. Выделение полного квадрата. Введение новых переменных после рациональных преобразований.	1. Найти все значения параметра $a$ , при которых система уравнений $\begin{cases} 3xy + 3ax - ay - a^2 - 3 = 0, \\ 9x^2 + 9y^2 - 6ax + 18ay + 7a^2 - 2a - 17 = 0. \end{cases}$ имеет ровно 2 различных решений.
22	Системы симметричных уравнений.	1	Аналитические выражения, которые присутствуют в задаче, обладают той или иной симметрией. Например, являются четными по одной из неизвестных или же наряду с решением $(x;y)$ имеют решение $(y;x)$ .	1. Найти все значения $a$ , при каждом из которых система $\begin{cases} y - x^2 = a, \\ x - y^2 = a. \end{cases}$ имеет ровно 2 решения. 2. При каких значениях параметра $a$ система $\begin{cases} x^2 - (2a+1)x + a^2 - 3 = y, \\ y^2 - (2a+1)y + a^2 - 3 = x. \end{cases}$ имеет единственное решение $(x;y)$ ?
23-24	Решение систем рациональных уравнений специальными приемами.	2	Большое внимание на этих уроках уделяется выдвижению учащимися гипотез, поиску путей решений, обсуждению. Группировка. Выделение полного квадрата. Введение новых переменных после рациональных преобразований. Метод подстановки, метод исключения неизвестного и метод сложения. Уравнение окружности.	1. Найти все значения $a$ , при каждом из которых система $\begin{cases} x - ax - a \geq 0, \\ x - 2 + 2a \geq 0, \\ x - 8 \geq ax. \end{cases}$ не имеет решений. 2. Определите при каких значений параметра $a$ система уравнений $\begin{cases} y + ax + a^2 = 0, \\ x^2 + y^2 - 5x + 6y + 4 = 0. \end{cases}$ имеет ровно два различных решения $(x;y)$ . 3. При каких значениях параметров $a$ и $b$ система $\begin{cases} x^2 - y^2 + a(x+y) = x - y + a, \\ x^2 + y^2 + 6xy = 1 \end{cases}$ имеет не менее 5 решений? 4. При каких значениях $a$ существует единственное решение системы $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ (x-3)^2 + (y+4)^2 = a. \end{cases}$

**Функционально-графический способ решения задач с параметрами(10 часов)**

25-26	Параллельный перенос вдоль Оу.	2	Обобщение свойств функций и их графиков. Свойства функций в задачах с параметрами. Схема исследования функций. Область значений функции. Подстановки. Экстремальные свойства функций. Свойства монотонных функций. Решение задач с параметрами с помощью графиков. Модуль.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. При каких значениях параметра <math>a</math> уравнение <math>\sqrt{x+1} = x + a</math> имеет единственное решение?</li> <li>2. При каких значениях параметра <math>a</math> неравенство <math>\sqrt{1-x^2} &gt; a - x</math> имеет решения?</li> <li>3. Найти все значения <math>a</math>, при каждом из которых система <math>\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x + y = a. \end{cases}</math> имеет единственное решение.</li> </ol>
27-28	Параллельный перенос вдоль Ох.	2		<ol style="list-style-type: none"> <li>1. При каких значениях параметра <math>a</math> уравнение <math>\sqrt{x+a} = x+3</math> имеет единственное решение?</li> <li>2. При каких значениях параметра <math>a</math> уравнение <math>a + \sqrt{6x-x^2-8} = 3 + \sqrt{1+2ax-a^2-x^2}</math> имеет ровно одно решение?</li> <li>3. Найти все значения <math>a</math>, при которых уравнение <math> 2x-a +1 =  x+3 </math> имеет ровно один корень.</li> </ol>
29-30	Поворот.	2	На этих уроках учащиеся работают полностью самостоятельно, в парах, в группах, доходят до конца решения. Учитель выступает в качестве консультанта. Так же оставляется время для консультаций по отчетным работам. Подготовка к конференции.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Сколько решений в зависимости от параметра <math>a</math> имеет уравнение <math> x+2  = ax+1</math>.</li> <li>2. При каких значениях параметра <math>a</math> уравнение <math>6\sqrt{x-2} = ax+7</math> имеет единственное решение?</li> <li>3. Найти все значения <math>a</math>, при которых уравнение <math> x^2-5x+6  = ax</math> имеет ровно 3 решения.</li> <li>4. При каких значениях параметров <math>a</math> система <math>\begin{cases} x+a = ax^2, \\  x  +  y  = 2. \end{cases}</math> имеет наибольшее число решений?</li> </ol>
31-32	Метод областей.	2		<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Найти все значения <math>a</math>, при каждом из которых общие решения неравенств <math>x^2 - 2x \leq a - 1</math> и <math>x^2 - 4x \leq 1 - 4a</math> образуют на числовой прямой отрезок длины</li> </ol>

				<p>единица.</p> <p>2. Найти все значения <math>a</math>, при каждом из которых общие решения неравенств <math>y + 2x \geq a</math> и <math>y - x \geq 2a</math> являются решениями неравенства <math>2y - x &gt; a + 3</math>.</p>
33-34	Итоговый урок	2	Учащиеся представляют и защищают отчёты по выполненным практическим работам, полученные при изучении курса «Неподдающиеся параметры»	<p>Критерии оценки практической работы (реферата, презентации):</p> <p>I. Оформление и выполнение проекта:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Актуальность темы, реальность, практическая направленность и значимость работы.</li> <li>2. Объем и полнота разработок, самостоятельность.</li> <li>3. Уровень творчества.</li> <li>4. Качество оформления проекта.</li> <li>5. Качество и полнота рецензии.</li> </ol> <p>II. Процедура защиты:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Качество доклада.</li> <li>2. Объем и глубина знаний по теме.</li> <li>3. Культура речи, манера держаться перед аудиторией.</li> <li>4. Ответы на вопросы.</li> </ol>