В данном сборнике не были представлены задачи, где долг по кредиту следует «гасить» в соответствии с предложенной таблицей, поэтому следующие две задачи – с платформы «Решу ЕГЭ».

1. «В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на три года в размере *S* млн рублей, где *S* — целое число. Условия его возврата таковы:

− каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

− с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

− в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Месяц и год** | **Июль 2026** | **Июль 2027** | **Июль 2028** | **Июль 2029** |
| Долг (в млн рублей)  | *S* | 0,8*S* | 0,4*S* | 0 |

Найдите наибольшее значение *S*, при котором каждая из выплат будет меньше 5 млн рублей.»

**Решение:** обозначим выплаты через Х1, Х2, Х3 . Составим таблицу:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| n | Долг до начисления % | Долг после начисления % | Выплата | Остаток |
| 1 год | S | 1,2S | Х1 | 1,2S-Х1=0,8S |
| 2 год | 0,8S | 0,8S\*1,2 | Х2 | 0,8S\*1,2-Х2=0,4S |
| 3 год | 0,4S | 0,4S\*1,2 | Х3 | 0,4S\*1,2-Х3=0 |
| 4 год | 0 |  |  |  |

Вычислим каждый платеж:

1,2S-Х1=0,8S 0,8S\*1,2-Х2=0,4S 0,4S\*1,2-Х3=0

Х1= 1,2S-0,8S Х2= 0,8S\*1,2-0,4 Х3=0,4S\*1,2

Х1= 0,4S Х2=0,56S Х3= 0,48S

Чтобы все выплаты были меньше 5 млн руб., достаточно, чтобы наибольшая из них была меньше 5 млн руб., то есть

0,56S<5

S<8 13/14

Так как S - целое число, то S=8

*Ответ:* **8 млн рублей.**

1. «15 января планируется взять кредит в банке на 6 месяцев в размере 1 млн руб. Условия его возврата таковы:

− Первого числа месяца долг увеличивается на *r*% по сравнению с концом предыдущего месяца, где *r* целое число.

− Со 2 по 14 число необходимо выплатить часть долга.

− 15 числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии с таблицей

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц | Январь | Февраль | Март | Апрель | Май | Июнь | Июль |
| Долг | 1 | 0,6 | 0,4 | 0,3 | 0,2 | 0,1 | 0 |

Найдите наибольшее *r*, при котором сумма выплат будет меньше 1,2 млн руб.»

**Решение:** обозначим выплаты через Х1, Х2, Х3, Х4, Х5, Х6.

В конце месяца размер долга увеличивается на r%, то есть долг увеличивается в m=1+r/100 раз. Составим таблицу:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| n | Долг до начисления % | Долг после начисления % | Выплата | Остаток |
| 15.01 | 1 | 1m | Х1 | 1m-X1=0,6 |
| 15.02 | 0,6 | 0,6m | Х2 | 0,6m-X2=0,4 |
| 15.03 | 0,4 | 0,4m | Х3 | 0,4m-X3=0,3 |
| 15.04 | 0,3 | 0,3m | Х4 | 0,3m-X4=0,2 |
| 15.05 | 0,2 | 0,2m | Х5 | 0,2m-X5=0,1 |
| 15.06 | 0,1 | 0,1m | Х6 | 0,1m-X6=0 |
| 15.07 | 0 |  |  |  |

Вычислим каждый платеж:

Х1=1m-0,6

X2=0,6m-0,4

X3=0,4m-0,3

X4=0,3m-0,2

X5=0,2m-0,1

X6=0,1m

Сумма всех выплат должна быть меньше1,2 млн рублей, то есть:

X1+X2+X3+X4+X5+X6<1,2

1m-0,6+0,6m-0,4+0,4m-0,3+0,3m-0,2+0,2m-0,1+0,1m<1,2

2,6m-1,6<1,2

2,6m<2,8

m<14/13

Но m=1+r/100, значит

1+r/100<14/13

r<100/13

r<7 9/13

Так как r- целое, то максимальное значение, удовлетворяющее условию задачи равно 7.

**Ответ: 7%**

**Математическая модель: экстремальные задачи; задачи на ограничение производственных возможностей**

1. **(Вариант20)**

 «Предприниматель купил здание и собирается открыть в нем отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 30 квадратных метров и номера «люкс» площадью 40 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 940 квадратных метров. Предприниматель может определить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 4000 рублей в стуки, а номер «люкс» – 5000 рублей в стуки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в стуки на своем отеле предприниматель?»

**Решение:**

 Пусть в отеле  стандартных номеров и  номеров типа «люкс». В сумме по площади они должны покрывать пространство в 940 кв. м. Это можно записать в виде уравнения



 Очевидно, что наибольшая прибыль будет получена, если вся площадь будет использована под номера без остатка. Это условие можно записать в виде

 и .

 Неравенство должно выполняться, иначе значение  будет дробным и не вся площадь будет использована под номера.

 Из последнего неравенства имеем



 Так как  это число номеров, то оно может принимать значения 1,2,...,22. При этом, если , то , а если , то . Для определения максимального дохода достаточно рассмотреть эти два крайних варианта. В первом случае размер дохода составит

,

а во втором

.

**Ответ:** 125000.

1. **(Вариант35)**

 «В двух областях есть по 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,2 кг алюминия или 0,2 кг никеля. Во второй области для добычи х кг алюминия в день требуется х^2 человеко-часов труда, а для добычи у кг никеля в день требуется у^2 человеко-часов труда. Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 1 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?»

**Решение:**

 Чтобы произвести наибольший объем сплава, надо добыть максимальное количество алюминия и никеля в каждой из областей, в равных пропорциях. Поэтому в первой области 20 рабочих следует разбить на две равные группы по 10 человек, которые будут добывать

 (кг)- алюминия и  (кг) –никеля в сутки.

 Во второй области следует также поровну распределить рабочих по 10 человек, которые добудут

 (кг)- алюминия и ( кг)- никеля

 В результате, отправляя на завод в сумме по 30 кг алюминия и 30 кг никеля, можно будет выплавить по 60 кг сплава ежедневно.

**Ответ:** 60.

1. **(Вариант 36)**

 « У фермерского хозяйства есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 500 ц/га, а на втором – 300 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором – 500 ц/га.

Фермерское хозяйство может продать картофель по цене 5000 руб. за центнер, а свёклу – по цене 8000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?»

**Решение:**

 Пусть  - количество гектар, засаженных картофелем на первом поле, тогда  – количество гектар, засаженных свеклой на первом поле. Тогда прибыль, полученная с первого поля, равна:



откуда видно, что максимальная доходность будет достигнута при наибольшем значении  га и прибыль с первого поля составит:

 тыс. рублей.

 Обозначим через  - количество гектар, засаженных картофелем на втором поле, а  - количество гектар, засаженных свеклой на втором поле. Прибыль со второго поля составит:



 Наибольшая доходность со второго поля достигается при  и равна 40000 тыс. рублей. Таким образом, максимальная доходность с обоих полей, равна:

 тыс. рублей,

что составляет 65 млн. рублей.

**Ответ:** 65 000 000.