**Задача №1**. В ∆АВС известно, что <А=$α$. Биссектрисы углов В и С пересекаются в точке О. Докажите, что <ВОС=900+$\frac{α}{2}$ .

 Решение:

 Из ∆АВС: <А+<В+<С=1800. Откуда <В+<С=1800-$α$. Разделим обе части

 равенства на 2: $\frac{<В}{2}+\frac{<С}{2}$ =900- $\frac{α}{2}$ .

Из ∆ВОС: <ВОС=1800- ($\frac{<В}{2}+\frac{<С}{2}$) =1800-(900- $\frac{α}{2})=$ 900 + $\frac{α}{2}$ .

Утверждение этой задачи делает очевидными ответы на следующие вопросы:

*- Существует ли треугольник, две биссектрисы которого перпендикулярны?* Ответ: нет, так как если <ВОС=900, то $α=0, что$ противоречит условию.

- *Существует ли треугольник, в котором одна биссектриса делит пополам другую?*

Ответ: нет, так как если ВО=ОК, то СО – биссектриса и медиана, проведенная к стороне ВК, тогда ∆КСВ – равнобедренный с основанием ВК и СО – высота, значит <ВОС=900 – противоречие задаче №1.

Задача, для решения которой пригодился ключ задачи №1.

*Биссектрисы ВК и СМ ∆АВС пересекаются в точке О. <А=600. Докажите ОК=ОМ.*

Эта задача - пример применения ключа задачи №1 в другой теме: «Вписанные и описанные окружности».

Решение:

1)ВО и СО – биссектрисы, значит АО тоже биссектриса ∆АВС . <МАО=<КАО=300.

2)<А=600, значит <ВОС=<МОК=1200 (вертикальные)

3)В четырехугольнике АМОК сумма противолежащих <А и <МОК 1800, значит существует окружность, описанная около четырехугольника АМОК.

4) $<$МАО=<МКО=300 и <КАО=<КМО=300 (вписанные углы опирающиеся на одну дугу).

5) В ΔОМК <КМО=<МКО, значит Δ равнобедренный, след. ОМ=ОК.

**Рациональность решения планиметрических задач на ЕГЭ по математике**.

Работая несколько лет в региональной предметной комиссии по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ЕГЭ по математике, несколько раз отмечала нерациональность предложенных решений и разработанных критерий оценки к ним. Приведу пример задания 16.

**Задача №2**. Две окруж­но­сти ка­са­ют­ся внут­рен­ним об­ра­зом в точке *A*, причём мень­шая про­хо­дит через центр боль­шей. Хорда *BC* боль­шей окруж­но­сти ка­са­ет­ся мень­шей в точке *P*. Хорды *AB* и *AC* пе­ре­се­ка­ют мень­шую окруж­ность в точ­ках *K* и *M* со­от­вет­ствен­но.

а) До­ка­жи­те, что пря­мые *KM* и *BC* па­рал­лель­ны.

б) Пусть *L* — точка пе­ре­се­че­ния от­рез­ков *KM* и *AP*. Най­ди­те *AL*, если ра­ди­ус боль­шей окруж­но­сти равен 10, а *BC* = 12.

Решение.

а) Пусть *O* — центр боль­шей окруж­но­сти. Линия цен­тров ка­са­ю­щих­ся окруж­но­стей про­хо­дит через точку ка­са­ния, по­это­му *OA* — диа­метр мень­шей окруж­но­сти.

Точка *K* лежит на окруж­но­сти с диа­мет­ром *OA*, зна­чит, ∠*AKO* = 90°. От­ре­зок *OK* — пер­пен­ди­ку­ляр, опу­щен­ный из цен­тра боль­шей окруж­но­сти на хорду *AB*. По­это­му *K* — се­ре­ди­на *AB*. Ана­ло­гич­но, *M* — се­ре­ди­на *AC*, по­это­му *KM* — сред­няя линия тре­уголь­ни­ка*ABC*. Сле­до­ва­тель­но, пря­мые *MK* и *BC* па­рал­лель­ны.

В теме «Касательная к окружности» 8 класса доказывается утверждение: угол между касательной к окружности и хордой, выходящей из точки касания, равен градусной мере дуги, стягивающей данную хорду. Это доказывается в результате решения ключевой задачи.

Используем эту ключевую задачу для второго способа решения:

Построим общую касательную к окружностям в точке А.

Угол между этой касательной и хордой АС равен вписанному в большую окружность углу АВС и вписанному в меньшую окружность углу АКМ. Значит угол АВС равен углу АКМ, которые являются соответственными для прямых КМ и ВС, секущей-касательной, следовательно параллельность КМ и ВС доказана причем гораздо рациональней.