**Часть 2. Олимпиадные задачи (олимпиада «Олимпус»)**

**1.** *Упростите выражение* $\sqrt{36-18\sqrt{3}}$ + $\sqrt{36+18\sqrt{3}}$.

Воспользуемся формулой $\sqrt{a\pm b\sqrt{N}}$ =$\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^{2}-Nb^{2}}}{2}}$ $\pm $ $\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^{2}-Nb^{2}}}{2}}$.

Решение:

$1) \sqrt{36-18\sqrt{3}}$ = $\sqrt{\frac{36+\sqrt{36^{2}-3∙18^{2}}}{2}}-\sqrt{\frac{36-\sqrt{36^{2}-3∙18^{2}}}{2}}= \sqrt{\frac{36+\sqrt{1296-972}}{2}}-\sqrt{\frac{36-\sqrt{1296-972}}{2}}=$

$\sqrt{\frac{36+18}{2}}-\sqrt{\frac{36-18}{2}}=\sqrt{27}$ $-$ $\sqrt{9}$ = 3$\sqrt{3 }$– 3;

$2) \sqrt{36+18\sqrt{3}}$ = $\sqrt{\frac{36+\sqrt{36^{2}-3∙18^{2}}}{2}}+\sqrt{\frac{36-\sqrt{36^{2}-3∙18^{2}}}{2}}= \sqrt{\frac{36+\sqrt{1296-972}}{2}}+\sqrt{\frac{36-\sqrt{1296-972}}{2}}=\sqrt{\frac{36+18}{2}+}\sqrt{\frac{36-18}{2}}=\sqrt{27}$ + $\sqrt{9}$ = 3$\sqrt{3 }$+ 3;

3) 3$\sqrt{3 }$– 3 + 3$\sqrt{3 }$+ 3 = 6$\sqrt{3 }$.

Ответ: 6$\sqrt{3 }$

**2**. *Какой цифрой оканчивается частное чисел 647 и 165?*

Решение.

647:165 = (43)7:(42)5 = 421:410 = 411 = 222 = 210$∙$210$∙$22 = 1024$∙1024∙4$.

Произведение последних цифр 4$ ∙$4$∙4 $= 64, значит, частное оканчивается цифрой 4.

Ответ: цифрой 4.

**Часть 3. Решение уравнений (№ 13) из материалов ЕГЭ**

**1.** *Решите уравнение и найдите его корни, принадлежащие отрезку [0;2].*

Решение:

$\frac{9}{\left(х+1\right)^{2}}$ +$ \frac{\left(х+1\right)^{2}}{16}$ = 3$∙\left(\frac{3}{х+1}- \frac{х+1}{4}\right)-\frac{1}{2}$;

пусть t = $\frac{3}{х+1}- \frac{х+1}{4}$, тогда

t2 =$ \frac{9}{\left(х+1\right)^{2}}$ + $\frac{\left(х+1\right)^{2}}{16}-2∙\frac{3∙\left(x+1\right)}{(x+1)∙4}$ = $\frac{9}{\left(х+1\right)^{2}}$ +$ \frac{\left(х+1\right)^{2}}{16}-1,5;$ t2+$1,5 $=$ \frac{9}{\left(х+1\right)^{2}}$ +$ \frac{\left(х+1\right)^{2}}{16}$;

t2 + 1,5 = 3t – 0,5; t2 –3t + 2 = 0;t1 = 2; t2 = 1.

1) $\frac{3}{х+1}- \frac{х+1}{4}$ = 2;

12$-$x2$-$2x$-$1$-$8х$-$8 = 0;

x2+10x$-$3 = 0;

D=112=4$∙28$;

x=$-$5$\pm \sqrt{28};$

x1,2=$-$5$\pm 2\sqrt{7}$.

2) $\frac{3}{х+1}- \frac{х+1}{4}$ = 1;

12$-$x2$-$2x$-$1$-$4х$-$4 = 0;

$-$x2$-$6x+7 = 0;

x2+6x$-$7 = 0;

x1=1; x2=$-$7.

Ответ:

а) –5$-2\sqrt{7}$; $-$7; –5$+2\sqrt{7}$; 1;

б) –5$+2\sqrt{7}$; 1.

**2.** *Решите уравнение* 2(3х – 5)2 + 3х + 19= 15$\left|3^{х}-5\right|$ *и найдите его корни, принадлежащие отрезку* [0;1].

Решение:

2(3х – 5)2 + 3х + 19= 15$\left|3^{х}-5\right|$;

2(3х – 5)2 +(3х $-$5) + 24 $-$15$\left|3^{х}-5\right|$ = 0; пусть (3х $-$5) = t.

1. Если t$ \geq $0, то 2t2 + t + 24 – 15t = 0; 2t2 – 14t + 24 = 0; t2 – 7t + 12 = 0; t1= 3, t2= 4.

3х $-$5 = 3, 3x = 8, x = log38; 3х$-$5 = 4, 3x = 9, x = 2.

2) Если t$< $0, то 2t2 + t + 24 + 15t = 0; 2t2 +16t + 24 = 0; t2 + 8t + 12 = 0; t1= $-$ 2, t2= $-$ 6.

3х $-$5 = $-$ 2, 3x = 3, x = 1; 3х $-$5 = $-$ 6, 3x = $-$ 1, уравнение не имеет корней.

Ответ:

а) 1; log38; 2;

б) 1.