**Практическая работа №5**

**Тема: Решение простейших логарифмических неравенств**

**Цель работы:** отработать навыки решения логарифмических неравенств

**Теоретическая основа:**

**Решение логарифмических неравенств** имеет много общего с решением показательных неравенств:

а) При переходе от логарифмов к выражениям, стоящим под знаком логарифма, мы также сравниваем основание логарифма с единицей;

б) Если мы решаем **логарифмическое неравенство** с помощью замены переменных, то нужно решать относительно замены до получения простейшего неравенства.

Однако, есть одно очень важное отличие: поскольку логарифмическая функция имеет ограниченную область определения, при переходе от логарифмов к выражениям, стоящим под знаком логарифма, необходимо учитывать [область допустимых значений](https://ege-ok.ru/2012/01/13/oblast-dopustimyih-znacheniy/).

Если при решении [логарифмического уравнения](https://ege-ok.ru/2012/02/06/reshenie-logarifmicheskih-uravneniy-1/) можно найти корни уравнения, а потом сделать проверку, то при решении  **логарифмического неравенства** этот номер не проходит: **при переходе от логарифмов к выражениям, стоящим под знаком логарифма необходимо записывать ОДЗ неравенства**.

Итак. Простейшее **логарифмическое неравенство** имеет вид:

log_a{f(x)} V log_a{g(x)}, где V - один из знаков неравенства: <,>, ≤ или ≥.

**Если основание логарифма больше единицы (a>1https://ege-ok.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png)https://ege-ok.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png, то при переходе от логарифмов к выражениям, стоящим под знаком логарифма, знак неравенства сохраняется**, и неравенство

log_a{f(x)}>log_a{g(x)}https://ege-ok.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

равносильно системе:delim{lbrace}{matrix{2}{1}{{f(x)>g(x)} {g(x)>0} }}{ }

https://ege-ok.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png**Если основание логарифма больше нуля и меньше единицы (0<a<1), то при переходе от логарифмов к выражениям, стоящим под знаком логарифма, знак неравенства меняется на противоположный**, и неравенство

log_a{f(x)}>log_a{g(x)}https://ege-ok.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

равносильно системе:

delim{lbrace}{matrix{2}{1}{{f(x)<g(x)} {f(x)>0} }}{ }https://ege-ok.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

Рассмотрим примеры **решения логарифмических неравенств**.

**1**. Решим  неравенство:

log_{1/3}{(x+4)}>log_{1/3}{(x^2+2x-2)}https://ege-ok.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

Так как основание логарифмов в обеих частях неравенства меньше 1, при переходе к выражениям, стоящим под знаком логарифма, знак неравенства меняется на противоположный. Выражения, стоящие под знаком логарифма должны быть строго больше нуля. Перейдем к системе:

delim{lbrace}{matrix{2}{1}{{x+4<x^2+2x-2} {x+4>0} }}{ }https://ege-ok.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

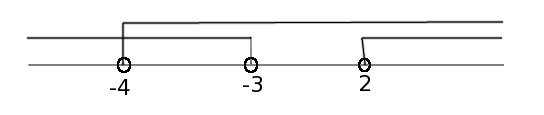
Обратите внимание: мы указываем, что больше нуля должно быть меньшее из выражений, которые стоят под знаком логарифма. В этом случает большее выражение автоматически будет больше нуля.

Решим систему неравенств:delim{lbrace}{matrix{2}{1}{{x^2+x-6>0} {x>-4} }}{ }

https://ege-ok.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

Корни квадратного трехчлена: x_1=-3,  x_2=2

Отсюда:



**Ответ:** {x} in{(-4;-3)}{union}{x}in{(2,{infty})}

**2**. Решим неравенство:

log_2{(2-x)}+log_{1/2}{(x-1)}>log_{sqrt{2}}{3}https://ege-ok.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

Мы видим, что  в основании логарифмов стоят степени числа 2, поэтому мы можем привести логарифмы к одному основанию. Сделаем это, воспользовавшись [свойствами логарифмов:](https://ege-ok.ru/2012/01/26/logarifm-svoystva-logarifmov/)

log_2{(2-x)}-log_{2}{(x-1)}>2log_{2}{3}https://ege-ok.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

Перенесем логарифм с отрицательным коэффициентом из левой части неравенства в правую (так как умножать легче, чем делить).

log_2{(2-x)}>log_{2}{(x-1)}+2log_{2}{3}https://ege-ok.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

Так как в неравенстве присутствуют логарифмы с одинаковым основанием и в первой степени, мы можем представить обе части неравенства в виде логарифма по основанию 2:

log_2{(2-x)}>log_{2}{(x-1)}*{3}^2https://ege-ok.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

Теперь мы можем перейти от логарифмов к выражениям, стоящим под знаком логарифма. Основание больше 1, поэтому знак неравенства сохраняется. **Не забываем про ОДЗ**:

delim{lbrace}{matrix{2}{1}{{2-x>9(x-1)} {x-1>0} }}{ }https://ege-ok.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

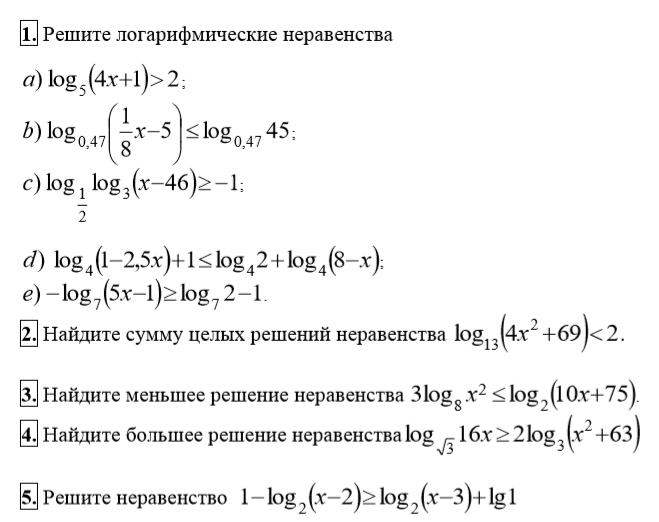
Отсюда:

delim{lbrace}{matrix{2}{1}{{x<1,1} {x>1} }}{ }https://ege-ok.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

**Ответ:**{x} in{(1;1,1)}

**Задачи для самостоятельного решения:**

Вариант №1



Вариант№2

