**Задания для самостоятельного решения**

**8 класс**

1. Раскройте модули в следующих выражениях:

 а) $\left|-3,5\right| $б) $\left|2^{3}-4^{2}\right| $в) $\left|π^{2}-12\right|$ г) $\left|\frac{1}{3}+\frac{1}{6}-\frac{1}{2}\right|$

2. Решите уравнения:

а) $\left|5х+2\right|=-2$ г) $\left|3х-2\right|=6$

б) $\left|2х-1\right|=4$ д) $\left|х-1\right|=3$

в) $\left|х+3\right|=1$ е) $\left|\left|х\right|-2\right|=3$

**3.** Решите уравнения:

а) $\left|х\right|+\left|х-3\right|=5$ в)$ \left|х+1\right|=\left|х-5\right|$

б) $\left|х-5\right|-\left|х-1\right|=2$ г) $\left|х\right|=\left|3-х\right|$

1. **класс**
2. Решите уравнение $\left|х^{2}-13х+35\right|$ = $\left|35-х^{2}\right|$

$$2. Решите уравнение x^{2}+4\left|x-3\right|-7x+11=0$$

3. Решите уравнение $\left|x-1\right|-2\left|x-2\right|+3\left|x-3\right|=4$

4. Найдите все корни уравнения 2$ ∙\left|х^{2}+2х-5\right|$= х – 1, удовлетворяющие неравенству $х < \sqrt{2}$

5. Решите уравнение $\left|\frac{х^{2}-6\sqrt{х}+7}{х^{2}+6\sqrt{х}+7}\right|$ = 1

**10 класс**

1. Решите уравнение $\sqrt{х\left(х-2\right)+1}+\sqrt{х\left(х+2\right)+1}=2$
2. Решите уравнение $cosx=\left|cosx\right|(x+1,5)^{2}$.
3. Решите уравнение $\left|x-3\right|+\left|x+2\right|-\left|x-4\right|=3$
4. $Решите уравнение 3+\sqrt{16х\left|х-2\right|+9}=4х$
5. Решите уравнение $\left|sinx\right|=sinx∙cosx$

**11 класс.**

1. Решите уравнение $\left|5^{х}-5\right|+\left|х^{2}-5х+6\right|=5^{х}+х^{2}-5х+6$
2. Решите уравнение $\left|1-2sinx+cosx\right|+2sinx+1=cos2x$
3. Решить уравнение $\left|х-\left|4-х\right|\right|$ – 2х =4
4. Решите уравнение $\left|\left|х^{3}-\sqrt{х+1}\right|-3\right|=х^{3}+\sqrt{х+1}-7$

**Ответы и решения**

**9 класс**

1. $\left|х^{2}-13х+35\right|$ = $\left|35-х^{2}\right|$

*Если модули двух чисел равны, то эти числа могут отличаться знаком*

$\left|а\right|=\left|b\right|$*, a = b; a = - b*

$$\left[\begin{matrix}x^{2}-13x+35=35-x^{2}, (1)\\x^{2}-13x+35=x^{2}-35 (2)\end{matrix}\right.$$

(1): $x^{2}-13x+35=35-x^{2},$ (2) $x^{2}-13x+35=x^{2}-35$

$ 2x^{2}-13x=0$, $-13x=-70,$

 $x=0;x=\frac{13}{2}$ $x=\frac{70}{13}$

Ответ: 0; $\frac{13}{2}$ ; $\frac{70}{13}$

1. $ x^{2}+4\left|x-3\right|-7x+11=0$
2. Если х $\geq 3$, то $ x^{2}+4\left(x-3\right)-7x+11=0$, $ x^{2}-3х-1=0,$

$x\_{1,2}=\frac{3\pm \sqrt{13}}{2}. $ Так как $\frac{3-\sqrt{13}}{2}<3,$ то не является решением уравнения

1. Если x < 3, то $ x^{2}+4\left(3-x\right)-7x+11=0$, $ x^{2}-11х+23=0,$

 $x\_{3,4}=\frac{11\pm \sqrt{29}}{2}. $ Так как $\frac{11+\sqrt{29}}{2}>3,$ то не является решением уравнения

Ответ: $\frac{3+\sqrt{13}}{2}$; $\frac{11-\sqrt{29}}{2}$

1. $\left|x-1\right|-2\left|x-2\right|+3\left|x-3\right|=4$

***х – 1 - + + +***

***х – 2 - 1 - 2 + 3 +***

***х – 3 - - -*** *+*

1. Если x > 3, то $\left(x-1\right)-2\left(x-2\right)+3\left(x-3\right)=4$, х = 5
2. Если $ 2\leq х\leq 3, то \left(x-1\right)-2\left(x-2\right)+3\left(-x+3\right)=4, х=2$
3. Если $1\leq х<2 , то \left(x-1\right)-2\left(-x+2\right)+3\left(-x+3\right)=4, 4=4$
4. Если $х<1 , то \left(-x+1\right)-2\left(-x+2\right)+3\left(-x+3\right)=4, х=1$

Ответ: $\left[1;2\right]$, х = 5

1. Найдите все корни уравнения 2$ ∙\left|х^{2}+2х-5\right| $= х – 1, удовлетворяющие неравенству $х < \sqrt{2}$

Найдем нули выражения

 $х^{2}+2х-5=0, х\_{1}=-1-\sqrt{6,} х\_{2}=-1+\sqrt{6}$

 + - +

 $-1-\sqrt{6} -1+\sqrt{6}$

Если х < $-1-\sqrt{6}$ , х $>-1+\sqrt{6}$, $х < \sqrt{2}, $ то

2($х^{2}+2х-5)$ = х – 1, $ х\_{1}=1,5; х\_{2}= -3 $

Оба корня не удовлетворяют условиям

Если $-1-\sqrt{6}$ $\leq $ х $\leq -1+\sqrt{6}$, $ х < \sqrt{2}$ , то

2($-х^{2}-2х+5)$ = х – 1, $ х\_{1}=\frac{-5+\sqrt{113}}{4}; х\_{2}=\frac{-5-\sqrt{113}}{4} $

Заданным условиям удовлетворяет только решение $\frac{ -5+\sqrt{113}}{4}$

Ответ: $\frac{ -5+\sqrt{113}}{4}$

1. Решите уравнение $\left|\frac{х^{2}-6\sqrt{х}+7}{х^{2}+6\sqrt{х}+7}\right|$ = 1

$\left[\begin{matrix}\frac{х^{2}-6\sqrt{х}+7}{х^{2}+6\sqrt{х}+7}=1\\\frac{х^{2}-6\sqrt{х}+7}{х^{2}+6\sqrt{х}+7}=-1\end{matrix}\right.$;

$\frac{х^{2}-6\sqrt{х}+7}{х^{2}+6\sqrt{х}+7}=1 $, $\frac{-12\sqrt{х}}{х^{2}+6\sqrt{х}+7}=0$, х = 0

$\frac{х^{2}-6\sqrt{х}+7}{х^{2}+6\sqrt{х}+7}=-1$, $\frac{2х^{2}+14}{х^{2}+6\sqrt{х}+7}=0$, решений нет

Ответ: х = 0

**10 класс**

1. $\sqrt{х\left(х-2\right)+1}+\sqrt{х\left(х+2\right)+1}=2$

$$\sqrt{\left(х-1\right)^{2}}+\sqrt{\left(х+1\right)^{2}}=2,$$

$$\left|х-1\right|+\left|х+1\right|=2$$

х – 1 - - +

х + 1 - -1 + 1 +

если х < - 1, то - x + 1 – x – 1 = 2, x = -1 – не является решением

$если -1\leq х\leq 1$, то - x + 1 + x + 1 = 2, 2 = 2

$если $ х > 1, то x – 1 + x + 1 = 2, х = 1 – не является решением

$$Ответ: \left[-1;1\right]$$

1. $cosx=\left|cosx\right|(x+1,5)^{2}$

$cosx >0, (x+1,5)^{2}$ = 1,

x = - 0,5;

x = - 2,5 – не является решением

соs x = 0, x = $\frac{π}{2}+πn,n\in Z$

$cosx<0, (x+1,5)^{2}$ = - 1, решений нет

Ответ: - 0,5; $\frac{π}{2}+πn,n\in Z$

1. $\left|x-3\right|+\left|x+2\right|-\left|x-4\right|=3$

1) $\left\{\begin{matrix}х<-2,\\-х+3-х-2+х-4=3\end{matrix}\right.$ ; $\left\{\begin{matrix}х\leq -2,\\х=-6\end{matrix}\right.$

2)$\left\{\begin{matrix}-2\leq х\leq 3,\\-х+3+х+2+х-4=3\end{matrix}\right.$ ; $\left\{\begin{matrix}-2\leq х\leq 3,\\х=2\end{matrix}\right.$

3)$ \left\{\begin{matrix}3<х\leq 4,\\х-3+х+2+х-4=3\end{matrix}\right.$ ; $\left\{\begin{matrix}3<х\leq 4,\\х=\frac{8}{3}\end{matrix}\right.$ ; решений нет

4)$ \left\{\begin{matrix}х>4,\\х-3+х+2-х+4=3\end{matrix}\right.$ ; $\left\{\begin{matrix}х>4,\\х=0\end{matrix}\right.$ ; решений нет.

Ответ: -6; 2

1. $3+\sqrt{16х\left|х-2\right|+9}=4х, \sqrt{16х\left|х-2\right|+9}=4х-3 $

$\left\{\begin{matrix}4х-3\geq 0,\\16х\left|х-2\right|+9=16х^{2}-24х+9\end{matrix}\right.$ ; $\left\{\begin{matrix}4х-3\geq 0,\\х\left(2\left|х-2\right|-2х+3\right)=0 \end{matrix}\right.$;

$\left\{\begin{matrix}4х-3\geq 0,\\\left[\begin{matrix}х=0,\\2\left|х-2\right|-2х+3=0\end{matrix}\right.\end{matrix}\right.$ ; $\left\{\begin{matrix}4х-3\geq 0,\\2\left|х-2\right|=2х-3\end{matrix}\right. $;

$$\left\{\begin{matrix}4х-3\geq 0,\\2х-3\geq 0,\\\left[\begin{matrix}2х-4=2х-3,\\-2х+4=2х-3.\end{matrix}\right.\end{matrix}\right.$$

Ответ: х = $\frac{7}{4}$

1. $\left|sinx\right|=sinx∙cosx$

$\left\{\begin{array}{c}sin^{2}x=sin^{2}x∙cos^{2}x,\\sinx∙cosx\geq 0\end{array}\right.$ ; $\left\{\begin{array}{c}sin^{2}x(1-cos^{2}x),\\sinx∙cosx\geq 0\end{array}\right.$

$$sin^{4}x=0, sinx=0, x= πn,n\in Z$$

Ответ: $πn,n\in Z$

**11класс**

1. Решите уравнение $\left|5^{х}-5\right|+\left|х^{2}-5х+6\right|=5^{х}+х^{2}-5х+6$

Рассмотрим функции f(x)$ =5^{х}-5$ и g(x) =$ х^{2}-5х+6$, тогда f(x) + g(x) = $5^{х}+х^{2}-5х+1$.

Уравнение $\left|f(x)\right| $+$ \left|g(x)\right| $= f(x) + g(x) равносильно системе $\left\{\begin{array}{c}f(x)\geq 0, \\g(x)\geq 0\end{array}\right.$

Следовательно, получим $\left\{ \begin{array}{c}5^{х}-5\geq 0, \\х^{2}-5х+6\geq 0\end{array}\right.$

Решениями первого неравенства системы являются все $х\in \left[1;+\infty ), \right.$ решениями второго – все $х\in (-\infty ;\left.2\right]∪\left[3;+\infty )\right.$

Значит, решение уравнения: $\left[1;\left.2\right] ∪ \right.\left[3;+\infty )\right.$

1. $\left|1-2sinx+cosx\right|+2sinx+1=cos2x$

$$\left|1-2sinx+cosx\right|-\left(1-2sinx+cosx\right)=cos2x-2-cosx$$

Применяя формулу косинуса двойного угла, получим

$$\left|1-2sinx+cosx\right|-\left(1-2sinx+cosx\right)=-2\left(\frac{3}{2}-сosx\right)\left(1+cosx\right)$$

$$\left|1-2sinx+cosx\right|-\left(1-2sinx+cosx\right)\geq 0,$$

$$-2\left(\frac{3}{2}-сosx\right)\left(1+cosx\right)\leq 0$$

$$\left\{\begin{array}{c}\left|1-2sinx+cosx\right|-\left(1-2sinx+cosx\right)=0 (1)\\\left(\frac{3}{2}-сosx\right)\left(1+cosx\right)=0 (2)\end{array}\right.$$

*Решение (2)уравнения* $ х=π+2πn, n\in Z$

Каждое из решений (2) уравнения удовлетворяют (1)

Ответ: $π+2πn, n\in Z$

1. $\left|х-\left|4-х\right|\right|$ – 2х =4

$Данное уравнение равносильно совокупности двух систем$:

$\left\{\begin{array}{c}4-х\geq 0,\\\left|х-\left(4-х\right)\right|-2х=4,\end{array}\right.$ (1) $\left\{\begin{array}{c}4-х<0,\\\left|х+\left(4-х\right)\right|-2х=4,\end{array}\right.$(2)

$$\left\{\begin{array}{c}х\leq 4,\\\left|2х-4\right|-2х=4,\end{array}\right. \left\{\begin{array}{c}х>4,\\-2х=0,\end{array}\right.$$

Вторая система решений не имеет

Первая система равносильна совокупности двух следующих систем:

$\left\{\begin{array}{c}х\leq 4,\\2х-4\geq 0,\\\left(2х-4\right)-2х=4,\end{array}\right.$(3) $\left\{\begin{array}{c}х\leq 4,\\2х-4<0,\\-\left(2х-4\right)-2х=4,\end{array}\right. (4)$

$\left\{\begin{array}{c}х\leq 4,\\х\geq 2,\\-4=4,\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}х\leq 4,\\х<2,\\-4х=0,\end{array}\right.$

Ответ: 0

1. $\left|\left|х^{3}-\sqrt{х+1}\right|-3\right|=х^{3}+\sqrt{х+1}-7$

Все корни исходного уравнения содержатся среди корней двух уравнений:

$$\left[\begin{matrix}\left|х^{3}-\sqrt{х+1}\right|-3=х^{3}+\sqrt{х+1}-7,\\\left|х^{3}-\sqrt{х+1}\right|-3=-х^{3}-\sqrt{х+1}+7;\end{matrix}\right.$$

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $\left[\begin{matrix}\left|х^{3}-\sqrt{х+1}\right|=х^{3}+\sqrt{х+1}-4,\\\left|х^{3}-\sqrt{х+1}\right|=-х^{3}-\sqrt{х+1}+10\end{matrix}\right.;$ (\*)Аналогично, каждое из этих уравнений распадается на два:$$\left[\begin{matrix}\left[\begin{matrix}х^{3}-\sqrt{х+1}=х^{3}+\sqrt{х+1}-4,\\х^{3}-\sqrt{х+1}=-х^{3}-\sqrt{х+1}+10;\end{matrix}\right.\\\left[\begin{matrix}х^{3}-\sqrt{х+1}=-х^{3}-\sqrt{х+1}+4,\\х^{3}-\sqrt{х+1}=х^{3}+\sqrt{х+1}-10;\end{matrix}\right.\end{matrix}\right.$$Получаем: $\left[\begin{matrix}\begin{matrix}\sqrt{х+1}=2,\\х^{3}=5,\end{matrix}\\\begin{matrix}х^{3}=2,\\\sqrt{х+1}=5\end{matrix}\end{matrix}\right.$Получаем четыре решения: $х\_{1}=3; х\_{2}=\sqrt[3]{5}; х\_{3}=\sqrt[3]{2}$;$ х\_{4}=24$ , среди которых содержатся корни уравнения. Проверка показывает, что $х\_{1}=3$ удовлетворяет уравнению, $х\_{2}=\sqrt[3]{5}; х\_{3}=\sqrt[3]{2}$ не подходят, так как правая часть исходного уравнения при этих значениях отрицательна, $х\_{4}=24$ не удовлетворяет уравнению (\*).

|  |
| --- |
| Ответ:3. |
|  |
|  |

 |