*Приложение 3.*

*ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ К УРОКУ.*

**Задачи на движение**.(арифметический метод)

1. Допуская, что стрелки часов движутся без скачков, определите, через какое время после того, как часы показывали 4 часа, минутная стрелка догонит часовую.[3]

Решение: вычислим скорость минутной стрелки в долях круга в минуту. Она проходит 1 круг за 60 минут, т.е. её скорость 1/60, тогда скорость часовой стрелки 1/720 части/мин. Найдем скорость сближения 1/60 - 1/720 = 11/720, расстояние сближения 1/3 круга, тогда время сближения 1/3 : 11/720 = 240/11 = 21$\frac{9}{11}$ мин. Ответ: 21$\frac{9}{11}$ мин.

2. Работа началась между 9 и 10 часами утра, а закончилась между 15 и 16 часами того же дня. Определите продолжительность работы, если в момент начала и в момент окончания работы минутная и часовая стрелки были перпендикулярны.[3]

Решение: вычислим скорость минутной стрелки в долях круга в минуту. Она проходит 1 круг за 60 минут, т.е. её скорость 1/60, тогда скорость часовой стрелки 1/720 части/мин. Найдем скорость сближения 1/60 - 1/720 = 11/720, расстояние сближения ¾ - ¼ = ½. Найдем время сближения 1\2 : 11/720 = 32$\frac{8}{11}$ мин, это означает, что работа была начата в 9 часов 32$\frac{8}{11}$ минут, и аналогично найдем, что работа была закончена в 15 часов 32$\frac{8}{11}$ мин, тогда продолжительность рабочего дня равна 6 часам. Ответ: 6 ч.

3. Теплоход проходит путь от А до В по течению за 3 часа, а возвращается обратно за 4 часа. За какое время преодолеет путь от А до В плывущие со скоростью течения плоты?[13]

Решение: Скорость по течению составляет 1/3 часть пути в час, против течения – 1/4 . Так как разность скоростей по и против течения есть удвоенная скорость течения, то (1/3 – ¼) : 2 = 1/24, и время движения плота из А в В составит 24 часа. Ответ: 24 ч.

4. Обнаружив в 4 км от себя уползающую черепаху, Ахилес начал преследование. Сократив расстояние до черепахи в 8 раз и осознав свое превосходство, он прекратил погоню. Какой путь проделал Ахилес с начала движения, если его скорость в 15 раз больше скорости черепахи, причем движение Ахилеса и черепахи происходит по одной прямой? [13]

5.Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки на расстоянии 24 км, одновременно вышли теплоход и плот. Теплоход, прибыв в В, простоял там 7 часов и , отправившись обратно в А, встретил плот на середине пути от А в В. Найти скорость теплохода в стоячей воде, если скорость плота совпадает со скоростью реки и равна 1 км/ч. [13]

Кроме этих задач можно еще предложить ученикам № 10.37, 10.43-10.45, 10.60 из сборника Галицкого[3].

**Задачи «про трубы».**

Особо нелюбимы для учеников задачи «про трубы», где происходит наливание или выливание определённого объема. По своей сути это тоже задачи на производительность. Здесь неизвестный объем работы – единица или объем резервуара, производительность – объем жидкости, протекающей за единицу времени.

Перед решением более сложных задач можно привести примитивный пример, старинная задача[5]: « Волк съедает овцу за три дня, пастух – за 6 дней. За сколько дне съедят овцу волк и пастух вместе?».

Решение: принимая объем «работы» за единицу, получим «производительность» волка 1/3 части в день, пастуха – 1\6. Совместная «производительность» равна 1/3 + 1/6 = ½. Ответ: за 2дня. Далее решаем задачи посложнее:

1.Две трубы, работая совместно, наполняют бассейн за 6 часов. За какое время наполняет бассейн каждая труба в отдельности, если известно, что в течение 1 часа из первой трубы вытекает на 50% больше воды, чем из второй?[3]

Решение: Аналогично предыдущей задача, приняв за 1/***x*** и 1/***y*** производительности труб, составим уравнение 1/***x*** + 1/***y*** = 1/6. Учитывая, что производительность одной в 1,5 раза больше другой, получим 1/***x*** + 1/***1.5x*** = 1/6. Тогда ***x = 10*** и  ***y = 15.*** Ответ 10ч и 15 ч.

2.Бассейн может наполняться водой с помощью двух насосов разной производительности. Если половину бассейна наполнить, включив лишь первый насос, а затем, выключив его, продолжить наполнение с помощью второго насоса, то весь бассейн наполнится за 2 ч 30 минут. При одновременной работе обоих насосов бассейн наполняется за 1 час 12 минут. Какую часть бассейна наполняет за 20 минут работы насос меньшей производительности?

Решение: Обозначив за ***x*** и ***y*** производительности насосов, и за единицу объем бассейна, получим два уравнения: ***0.5/x + 0.5/y = 2,5*** и ***1/( x + y) = 1,2***, объединим их в систему и решим. Тогда ***x = 1/3*** и  ***y = ½***, и за 1/3 часа первый насос заполнит 1/3 ∙ 1/3 = 1/9. Ответ: 1/9 часть.

3.В бассейн проведены две трубы – подающая и отводящая, причем через первую бассейн наполняется на 2 часа дольше, чем через вторую опорожняется. При заполненном на 1/3 бассейне были открыты обе трубы, и бассейн оказался пустым через 8 часов. За сколько часов, действуя отдельно, первая труба наполняет, а вторая опорожняет бассейн?

Решение: Так как при работе обеих труб одновременно бассейн опустел, можно сделать вывод, что производительность отводящей трубы выше. Обозначив за ***x*** и ***y*** производительности двух труб, составим два уравнения *1/x =1/y +2 и 1/3 : (y – x) = 8,* объединим их в систему и решим. Тогда ***x = 1/8*** и  ***y = 1/6.*** Тогда время выполнения работы для первой трубы равно 6 ч и для второй трубы 8 ч. Ответ:6ч и 8 ч.

Кроме этих задач можно еще предложить ученикам № 10.66, 10.71 из сборника Галицкого[3].

**Задачи на процентное содержание.**

Особое место среди текстовых задач следует отвести задачам на процентное содержание. По школьной программе их изучение заканчивается в 6 классе, что совершенно недостаточно, тем более, что в последнее время среди экзаменационных задач проценты очень популярны.

Основные элементы таких задач: вес, объем вещества, концентрация – вес вещества в единице объема. Основные пути решения: применение пропорций, составление уравнений, систем.

Начать можно с простого примера: Если 17 л раствора содержат 6 л спирта, то сколько спирта в 9 л раствора?

Решение: 9 л раствора содержат спирта во столько раз меньше, во сколько раз 9 меньше 17, т.е. 6 : 17/9 = 54/17 . Ответ: 3$\frac{3}{17}$ л.

Важно отметить, что эта задача вновь решена арифметическими методами, и желательно дальше придерживаться таких решений.

1.Товар А до уценки стоил в 1,4 раза дороже, чем товар В. Товары А были уценены на 15%, а товары В на 30%. Во сколько раз товар А дороже товара В после уценки?

Решение: Отношение стоимостей товаров А к В до уценки равно 14/10 или 7/5. Изменение цены товара А на 15% изменит это отношение в 0.85 раза, а изменение цены товара В на 30% уменьшит отношение в 0,7раза. Т.о. получим $\frac{7}{5}$ ∙ $\frac{85}{100} $: $\frac{7}{10}$ = $\frac{7}{5}$ ∙ $\frac{85}{100} $∙ $\frac{10}{7}$ = $\frac{17}{10}$ = 1.7. Ответ: в 1.7 раза.

2.Смешали 10%-ный и 25%-ный растворы соли и получили 3 кг 20%-ного раствора. Какое количество каждого раствора в килограммах было использовано?

Решение: Рассмотрим разницу между концентрациями требуемого и имеющихся растворов. Разница с первым раствором равна 10%, а со вторым 5%. Значит второго раствора нужно взять во столько же раз больше, во сколько раз 10 больше 5. Т.е. отношение масс растворов 1 : 2 и, зная общий вес раствора , получим 1 кг первого раствора и 2 кг второго. Ответ: 1 кг и 2 кг.

3. При выпаривании из 8 кг рассола получили 2 кг пищевой соли, содержащей 10% воды. Каков процент содержания воды в рассоле?

Решение: Сколько было соли в рассоле?  ***2 кг – 100%***

***x кг – 90%,*** получим ***x = 1,8 кг***

Сколько было воды? ***8 - 1.8 = 6.2 кг.***

Сколько процентов это составляет? ***8 кг – 100%***

 ***6.2 кг – x %, x = 77.5%*** воды. Ответ:77,5%.

4. Завод увеличивал объем выпускаемой продукции ежегодно на одно и тоже число процентов. Найдите это число, если известно, что за два года объем выпускаемой продукции увеличился на 21%.

Решение: Пусть ежегодно объем увеличивался на ***y%***, тогда он увеличился в 1 + ***y*** раз (***y*** – процентная доля) и т.к. за два года объем увеличился в 1,21 раза, составим уравнение ***(1+ y)2 = 1,21***, откуда ***y*** ***= 0,1*** или 10%. Ответ:10%.

Для закрепления можно решить задачи № 10.27, 10.29 из сборника Галицкого[3].

В дальнейшем, если все разобранные здесь задачи не вызывают затруднений, следует переходить к решению задач по сборникам Сканави, Ткачука, Говорова, а также к некоторым специальным метода решения задач, таким как метод неопределенных коэффициентов, поиск оптимального выбора, решению позиционных задач.

**Самостоятельные работы и зачетное домашнее задание.**

По теме: «Трудоемкость».

Вариант1.

1. Борис и Леонид наполняли газом воздушные шарики, причем Борису требовалось на наполнение одного шарика на 1 минуту меньше, чем Леониду. Сколько шариков может надуть каждый за 0,5 ч, если за это время Борис надувает на один шарик больше, чем Леонид?

2.Двое рабочих, из которых второй начинает работать на 1,5 дня позже первого, могут отремонтировать квартиру за 7 дней. Если бы ремонт выполнял каждый в отдельности, то первому потребовалось бы на 3 дня больше, чем второму. За сколько дней каждый из них, работая в отдельности может выполнить ремонт квартиры?

 Вариант 2.

1.Для того чтобы связать один ряд шарфа, Наташе требуется на 2 минуты больше, чем Оле. Сколько рядов может связать каждая из них за час, если за это время Наташа вяжет на один ряд меньше, чем Оля?

2. Один цех завода должен был изготовить 810 фанерных щитов, а второй 900 таких же щитов. Первый выполнил всю работу, затратив на это на 3 дня больше, чем второй. Сколько щитов в день делали в каждом цехе, если во втором делали в день на 4 щита больше, чем в первом?

Ответы: Вариант 1. №1: 6 шариков и 5 шариков, №2: 14 дней и 11 дней;

 Вариант 2. №1: 5 рядов и 6 рядов, №2: 54 щита и 58 щитов.

По теме: « Задачи на движение».

 Вариант1.

 Из пункта А по реке отправляется плот. Одновременно навстречу ему из пункта В, расположенного ниже по течению относительно пункта А, отправляется катер. Встретив плот, катер сразу поворачивает и идет вниз по течению. Какую часть пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде в 4 раза больше скорости течения реки?

Вариант 2.

Из пункта А по реке отправляется плот. Через час из пункта А вниз по течению отправляется катер. Найдите время, требующееся катеру, чтобы догнать плот и возвратиться в пункт А, если скорость катера в стоячей воде вдвое больше скорости течения реки.

Ответы: Вариант 1. 4/10 пути.

 Вариант 2. 2 часа.

По теме: «Арифметические методы решения» .

 Вариант 1.

Биржа запланировала провести торги в июле и августе. Если объем торгов в июле оставить на запланированном уровне, а план на август превысить в три раза, то суммарный объем торгов , проводимых в эти два месяца, возрастет в два раза. Найти отношение объемов торгов, запланированных на июль и август и выяснить, во сколько раз надо увеличить план на июль, оставляя неизменным план на август, чтобы суммарный объем торгов, проводимых за эти два месяца, возрос в три раза.

 Вариант 2.

Суммарный доход двух предприятий возрастет втрое, если доход первого останется неизменным, а доход второго увеличится в 4 раза. Найти отношение первоначальных доходов этих предприятий и выяснить, во сколько раз надо увеличить доход первого предприятия, оставляя первоначальным доход второго, чтобы их суммарный доход возрос в четыре раза.

Ответы: Вариант 1. 1 : 1, в 5 раз.

 Вариант 2. 1 : 2, в 10 раз.

**Зачетное домашнее задание.**

1. Теплоход прошел по течению реки 48 км, а затем вернулся в пункт отправления, затратив на весь путь 5 ч. Найдите скорость течения реки, если скорость теплохода в стоячей воде 20 км/ч.

Ответ: 4 км/ч

2. Два сварщика, работая вместе, могут выполнить заказ за 7 дней, причем второй начинает работу на 1,5 дня позже первого. За сколько дней каждый из них может выполнить этот заказ, работая отдельно, если второму на это потребуется на три дня меньше, чем первому?

Ответ: 11 дней и 14 дней.

3. В однокруговом шахматном турнире было сыграно 78 партий. Сколько человек участвовало в турнире?

Ответ: 13 человек.

4. Придумайте и решите задачу, решение которой приводит к уравнению:

$\frac{20}{x+10}$ ***+*** $\frac{40}{50- x}$ ***= 2at2***

5. Тело движется по закону: ***S(t) = 0,5at2 + V0t.*** За первые две секунды оно прошло 44 м, а за следующие 2 секунды ещё 52 м. За какое время с начала движения оно пройдет 300м?

Ответ: 10 сек.

6. Смешав 8 г одной жидкости с 6 г другой, получили смесь с удельным весом 0,7 г/см3. Найдите удельный вес каждой жидкости, если удельный вес первой на 0,2 г/см3 больше удельного веса второй.

Ответ: 0,6 г/см3 и 0,8 г/см3.

7. В сплав магния и алюминия, содержащий 22 кг алюминия, добавили 15 кг магния, после чего содержание магния в сплаве повысилось на 33%. Найдите массу полученного сплава.

Ответ: 40 кг.

8. Первый слиток сплава содержал 6 кг меди, а второй 12 кг. В первом слитке было на 40% меньше меди, чем во втором. После того, как оба слитка сплавили в один, полученный слиток стал содержать 36% меди. Найдите процентное содержание меди в первом и втором слитках.

Ответ: 20%, 60%.

9. По окружности движутся два тела. Первое тело проходит один круг на 2 секунды быстрее второго. Если оба тела движутся в одном направлении, то они встречаются через каждые 60 секунд. Какую часть окружности проходит каждое тело за 1 секунду?

Ответ: 1/10 и 1/12.

10. Расстояние между пристанями равно 21 км. Отправляясь от одной из этих пристаней к другой, катер возвращается обратно к первой через 4 часа, затрачивая из этого времени 30 минут на стоянку. Найти скорость катера.

Ответ: 12,5 км/ч.

11. После двух последовательных повышений зарплата увеличилась в 1$\frac{7}{8}$ раза. На сколько процентов повысилась зарплата в первый раз, если второе повышение по количеству процентов было в два раза больше, чем первое?

Ответ: 25%.

12. Из пункта А вышел пешеход, а через 3,5 ч из пункта А по тому же маршруту выехал велосипедист, который догнал пешехода в пункте В. На следующий день пешеход и велосипедист отправились в путь одновременно из пунктов А и В навстречу друг другу и встретились через 1 час 40 минут. Сколько времени необходимо велосипедисту, чтобы доехать из А в В?

Ответ: 2 ч 20 мин.

13. Два ученика вышли одновременно из пункта А, шаг одного из них 60 см, а другого 69 см. В первый раз их шаги совпали через 17 сек после начала движения, а после 5 мин движения их шаги совпали в пункте В. Определите расстояние от А до В.

Ответ: 248,4 м.

14. Имеются два слитка сплавов золота и меди. В первом слитке отношение массы золота и меди равно 1 : 2, а во втором 2 : 3. Если сплавить 1/3 первого слитка с 5/6 второго, то в полученном сплаве окажется столько золота, сколько было в первом меди, а если 2/3 первого слитка сплавить с половиной второго, то в полученном слитке окажется меди на 1 кг больше, чем было золота во втором слитке. Сколько золота в каждом слитке?

Ответ: 1,2 кг и 2,4 кг.

15. В магазин привезли сахар и сахарный песок в 63 мешках, всего 4,8 т, причем мешков с сахарным песком было на 25% больше, чем с сахаром. Масса каждого мешка с сахаром составляла ¾ массы мешка с сахарным песком. Сколько привезли килограммов сахара и сколько сахарного песка?

Ответ: 1800 кг и 3000 кг.