Приложение № 1

**Задания для устного счета**

|  |  |
| --- | --- |
| Задание | Ответы |
| 1)  2) 8  3)  4)  5)  6)  7)  8)  9)  10) | 1)  2) 0  3)  4)  5)  6)  7)  8)  9)  10) |

**Задание для решения на доске.**

В 1-е классы по­сту­па­ет 43 че­ло­ве­ка: 23 маль­чи­ка и 20 де­во­чек. Их рас­пре­де­ли­ли по двум клас­сам: в одном долж­но по­лу­чить­ся 22 че­ло­ве­ка, а в дру­гом ― 21. После рас­пре­де­ле­ния по­счи­та­ли про­цент маль­чи­ков в каж­дом клас­се и по­лу­чен­ные числа сло­жи­ли. Каким долж­но быть рас­пре­де­ле­ние по клас­сам, чтобы по­лу­чен­ная сумма была наи­боль­шей?

***Ре­ше­ние.***

Ре­ше­ние 1. Вме­сто сум­мар­но­го про­цен­та будем счи­тать сум­мар­ную долю маль­чи­ков ― оче­вид­но, эти числа от­ли­ча­ют­ся в 100 раз и до­сти­га­ют сво­е­го мак­си­му­ма од­но­вре­мен­но. Каж­дый маль­чик в клас­се из 22 че­ло­век со­став­ля­ет от об­ще­го числа уча­щих­ся в этом клас­се, а в клас­се из 21 че­ло­век ― от об­ще­го числа уча­щих­ся. Зна­чит, если по­ме­нять ме­ста­ми де­воч­ку из мень­ше­го клас­са и маль­чи­ка из боль­ше­го, сум­мар­ный про­цент маль­чи­ков вы­рас­тет. Таким об­ра­зом, мак­си­мум до­сти­га­ет­ся, когда все по­доб­ные пе­ре­ста­нов­ки сде­ла­ны, то есть, когда мень­ший класс пол­но­стью со­сто­ит из маль­чи­ков, а в боль­шем клас­се ― 20 де­во­чек и 2 маль­чи­ка.

2. Пусть в мень­ший класс рас­пре­де­ле­но х маль­чи­ков (где ), тогда в боль­ший класс по­па­ло (23 – *x* ) маль­чи­ков. Зна­чит, сум­мар­ная доля маль­чи­ков в двух клас­сах равна и пред­став­ля­ет собой ли­ней­ную функ­цию с по­ло­жи­тель­ным уг­ло­вым ко­эф­фи­ци­ен­том. Зна­чит, эта функ­ция до­сти­га­ет сво­е­го наи­боль­ше­го зна­че­ния на пра­вом конце про­ме­жут­ка [1; 21], то есть при *x* = 21. Таким об­ра­зом, мень­ший класс пол­но­стью дол­жен со­сто­ять из маль­чи­ков, а в боль­шем клас­се долж­но быть 20 де­воч­ки и 2 маль­чи­ка.

Ответ: В одном клас­се ― 21 маль­чик, в дру­гом ― 20 де­во­чек и 2 маль­чи­ка.

Приложение № 2

**Задачи по уровню**

1) Работнику кооператива выделили 500 тыс. рублей на закупку газонокосилок. На эти деньги нужно купить три газонокосилки по цене 20 500 рублей бригадиру и на оставшиеся деньги газонокосилки по цене 14 500 рублей. Какую наибольшую сумму может потратить работник на газонокосилки?

*Решение:*

Стоимость газонокосилок равна .

По условию , то есть

Линейная функция возрастающая, поэтому своё наибольшее значение она принимает на правом конце промежутка. Но по условию х – число натуральное, поэтому наибольшее значение будет при х = 30, при этом наибольшее значение будет равно . Работник кооператива может потратить на газонокосилки не более 496 500 рублей.

*Ответ:* 496 500 рублей.

2) Эффективность агентства недвижимости в зависимости от числа сотрудников *х*, зачисленных в штат, описывается формулой . Найдите, при каком числе сотрудников, зачисленных в штат эффективность агентства наибольшая.

*Решение:*

Квадратичная функция задает параболу, направленную ветвями вниз. Значит, наибольшее значение она принимает в вершине параболы. Найдём абсциссу вершины . По смыслу задачи количество сотрудников х – число натуральное, поэтому наибольшее значение функция будет принимать при натуральном значении х, ближайшем к вершине. В данном случае это число равно 7 или 8. Таким образом, наибольшая производительность будет при 7 или 8 сотрудниках.

*Ответ:* 7 или 8 сотрудников

3) Первый банк предлагает открыть вклад с процентной ставкой 8%, второй – 10%. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Клиент сделал одинаковые вклады в оба банка. Через два года второй банк уменьшил процентную ставку по вкладу с 10 до *Р* процентов. Ёще через год клиент закрыл оба вклада и забрал все накопившиеся средства. Оказалось, что второй банк принёс ему больший доход, чем первый. Найдите наименьшее целое Р, при котором это возможно.

*Решение:*

Пусть в каждом банке клиент открыл вклад в размере Х рублей. Тогда через 3 года на счёте в первом банке будет , а на счёте во втором банке будет

.

По условию, второй вклад принёс больший доход, это значит, что в момент закрытия на втором счёте было больше средств:

Наименьшее целое число, удовлетворяющее этому равенству: Р = 5.

*Ответ: 5.*

4) Крупный предприниматель является владельцем двух фабрик, расположенных в двух различных регионах. На фабриках производятся одинаковые товары, но на фабрике, расположенной в первом регионе, производительность труда выше, чем во втором. В результате если рабочие в первом регионе трудятся суммарно часов в неделю, то за это время они производят 9*t* единиц товара. Если же если рабочие во втором регионе трудятся суммарно часов в неделю, то за это время они производят 15t единиц товара. На обоих заводах за каждый час работы рабочему платят 125 рублей, причем допускается, что рабочие в двух регионах могут работать разное количество времени в неделю. Какую наименьшую сумму надо заплатить рабочим за неделю, чтобы произвести за эту неделю 2040 единиц товара? Ответ укажите в рублях.

*Решение:*

Пусть первом регионе суммарное рабочее время за неделю равно , а во втором регионе - часов. Тогда, согласно условию задачи, рабочие произведут соответственно 9х и 15у единиц продукции. Поэтому .

Отсюда получаем . Согласно условию, за эту работу надо будет заплатить рабочим сумму . Из вышесказанного получаем:

Найдем наименьшее значение S(x) при помощи производной.

при х = 60.

В точке х = 60 производная меняет знак с «-» на «+», значит, это - точка минимума.

(рублей)

*Ответ:* 1 700 000 рублей

5) Первичная информация разделяется по серверам 1 и 2 и обрабатывается на них. С сервера 1 при объеме Гбайт входящего трафика в него информации выходит 5q Гбайт, а с сервера 2 при объеме Гбайт входящей в него информации выходит 8q Гбайт обработанной информации. Определите наибольший общий объём выходящей информации при общем объёме входящей информации в 2225 Гбайт?

*Решение:*

Пусть на первый сервер водит х Гбайт, а на второй – у Гбайт информации. По условию х + у = 2225, у = 2225 – х. Учитывая указанную в условии зависимость между объёмами входящей и выходящей информации для серверов 1 и 2, получаем, что объем входящей информации равен

Найдем наибольшее значение Q(x) с помощью производной.

, если , , ,

x = 625

Заметим, что при и при , поэтому в точке х = 625 будет наибольшее значение.

(Гбайт)

*Ответ:* 445 Гбайт

Приложение № 3

**Задание для экспертизы**

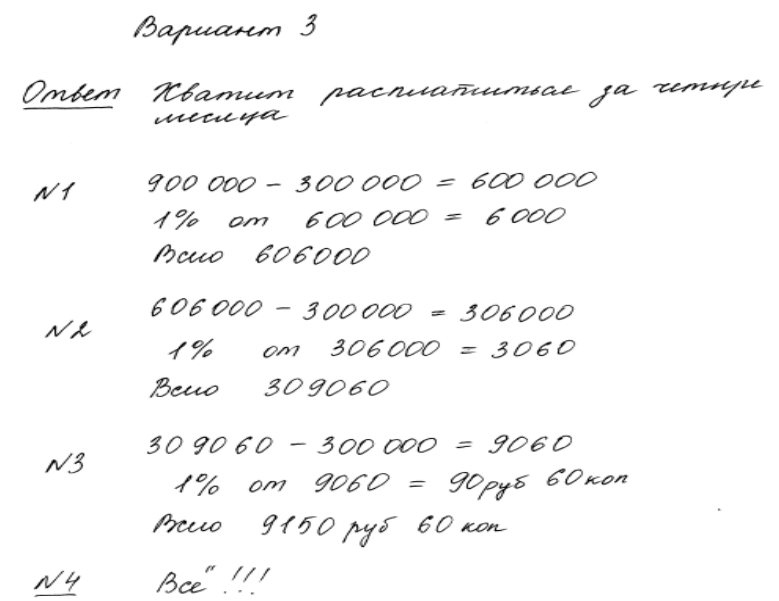
**Задача**

1 июня 2013 года Всеволод Ярославович взял в банке 900 000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая - 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1 процент), затем Всеволод Ярославович переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Всеволод Ярославович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 300 000 рублей?

**Критерии оценивания**

|  |  |
| --- | --- |
| Критерии оценивания выполнения | Баллы |
| Обоснованно получен верный ответ | 3 |
| Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки ИЛИ получен верный ответ, но решение недостаточно обосновано | 2 |
| Верно построена математическая модель и решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |

**Примеры оценивания решений заданий № 17**



***Решение 1:***

Минимизировать время выплат можно, только максимизировав сами выплаты.

Решим задачу в общем виде. Пусть S - сумма (в тыс. руб.) кредита;

задолженность в n - й месяц; - выплата в n - й месяц, ; q - коэффициент ежемесячного повышения, . Тогда

,

*…*

После предпоследней выплаты останется и тогда в последний, N - й раз,

кредит будет погашен. Значит,

Относительно получаем неравенство

,

По условию S = 900, s = 300 q =1, т.е. ,

Так как

… , то N-1=3, N = 4.

Ответ: 4

***Решение 2:***

Если бы банк не брал процентов, то долг можно было бы вернуть за 3 месяца.

Банк за 3 месяца возьмет меньше, чем 3% от первоначальной суммы в 900 тыс., т.е.

меньше 27 тыс. Поэтому то, что забирает банк, точно можно будет оплатить в 4-й

месяц, потратив меньше 300 тыс.

Ответ: 4

**Комментарий.**

Ответ верен. Более того «…построена математическая модель, решение

сведено к исследованию этой модели…», см. критерии; в данном случае –

арифметическая, числовая модель. Однако, эта модель построена неверно, т.е. она

не соответствует условию. По решению видно, что сначала идет платеж долга,

потом – начисление процента, а в условии – наоборот.

**Оценка эксперта:** 0 баллов.

Приложение № 4

**Критерии оценки самостоятельных работ учащихся**

Задания устной работы

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Задание | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Баллы | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Задания письменной работы

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Задание | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Балл | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |

**Задание 1-2**

|  |  |
| --- | --- |
| Критерии оценивания выполнения | Баллы |
| Обоснованно получен верный ответ | 2 |
| Верно построена математическая модель и решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено ИЛИ ответ получен не верно при вычислительной ошибке | 1 |
| Другие случаи не указанным критериям | 0 |

**Задание 3-5**

|  |  |
| --- | --- |
| Критерии оценивания выполнения | Баллы |
| Обоснованно получен верный ответ | 3 |
| Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки ИЛИ получен верный ответ, но решение недостаточно обосновано | 2 |
| Верно построена математическая модель и решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |