План-конспект урока по теме:

«Решение

линейных уравнений, содержащих параметры».

Цель урока: расширить представление учащихся об уравнениях с параметрами; ввести алгоритм решения уравнений с параметром; продолжить работу по формированию умений решать линейные уравнения с параметром.

Ход урока:

1. ***Организационный момент.***
2. ***Проверка домашнего задания (на доске записаны ответы).***
3. ***Продолжаем решать уравнения с параметрами. Учитель вывешивает плакат с алгоритмами решения уравнений вида k(a)x = b(a)***

Условия для поиска значения параметра а	Характеристика множества корней
1. $k(a)$ не имеет смысла	корней нет
2. $b(a)$ не имеет смысла	корней нет
3. $\begin{cases} k(a)=0 \\ b(a)\neq 0 \end{cases}$	корней нет
4. $\begin{cases} k(a)\neq 0 \\ b(a) - \text{имеет смысл} \end{cases}$	один корень $x=\dfrac{b(a)}{k(a)}$
5. $\begin{cases} k(a)=0 \\ b(a)=0 \end{cases}$	x – любое число

Применим этот алгоритм к решению уравнений.

Пример 1: Решите уравнение

$$\frac{a+2}{a-2}\cdot x=\frac{a^2-4}{a+3}$$

Решение: $k(a)=\dfrac{a+2}{a-2}$, $b(a)=\dfrac{a^2-4}{a+3}$

1) $k(a)$ не имеет смысла при а = 2
2) $b(a)$ не имеет смысла при a = – 3
3) $\begin{cases} \dfrac{a+2}{a-2}=0 \\ \dfrac{a^2-4}{a+3}\neq 0 \end{cases}$, система решений не имеет

4) $\begin{cases} \dfrac{a+2}{a-2} \neq 0 \\ a \neq -3 \end{cases}$, $\begin{cases} a \neq -2 \\ a \neq 2 \\ a \neq -3 \end{cases}$, если $a \neq -2$, $a \neq -3$, $a \neq 2$, то

$x = \dfrac{a^2-4}{a+3} \div \dfrac{a+2}{a-2}$, $x = \dfrac{(a-2)^2}{a+3}$

5) $\begin{cases} \dfrac{a+2}{a-2} = 0 \\ \dfrac{a^2-4}{a+3} = 0 \end{cases}$, система имеет единственное решение при $a = -2$.

Ответ: если $a = 2$, $a = -3$, то решений нет;

если $a \neq -2$, $a \neq -3$, $a \neq 2$, то $x = \dfrac{(a-2)^2}{a+3}$

если $a = -2$, то x – любое число.

Ученики сверяют свою домашнюю работу с ответами. Учитель отвечает на вопросы.

Пример 2: Решите уравнение

$(k^2 - 1)x = k + 1$

Решение: 1) $k + 1$ имеет смысл при любом k.

2) $k^2 - 1$ имеет смысл при любом k.

3) $\begin{cases} k^2 - 1 = 0 \\ k + 1 \neq 0 \end{cases}$, $\begin{cases} (k-1)(k+1) = 0 \\ k + 1 \neq 0 \end{cases}$ при $k = 1$ исходное уравнение решений не имеет

4) $(k^2 - 1) \neq 0$, $(k - 1)(k + 1) \neq 0$; если $k \neq 1$, $k \neq -1$, то

$x = \dfrac{k+1}{(k+1)(k-1)}$, $x = \dfrac{1}{k-1}$.

5) $\begin{cases} (k-1)(k+1) = 0 \\ k + 1 = 0 \end{cases}$, если $k = -1$, то x – любое число.

Ответ: если $k = 1$, то решений нет;

если $k = -1$, то x – любое число;

если $k \neq 1$, $k \neq -1$, то $x = \dfrac{1}{k-1}$.

Пример 3: При каком значении a прямые $x + 2y = 3$ и $ax - 4y = 12$ пересекаются в точке, принадлежащей оси абсцисс?

Решение: $x + 2y = 3$

$ax - 4y = 12$, при условии $y = 0$ система принимает вид: $\begin{matrix} x = 3 \\ ax = 12 \end{matrix}$, $\begin{matrix} x = 3 \\ a = 4 \end{matrix}$

Ответ: $a = 4$.

Пример 4: При каких значениях параметров m и n уравнение $2m - nx = 1$ не имеет решений? Решите это уравнение.

Решение: $2m - nx = 1$, $nx = 2m - 1$

1) n имеет смысл при любом n.

2) $2m - 1$ имеет смысл при любом m.

3) $\begin{cases} n = 0 \\ 2m - 1 \neq 0 \end{cases}$, $\begin{cases} n = 0 \\ m \neq \dfrac{1}{2} \end{cases}$, при этом условии исходное уравнение корней не имеет.

4) $n \neq 0$, т.е. $x = \dfrac{2m-1}{n}$

5) $\begin{cases} n = 0 \\ 2m - 1 = 0 \end{cases}$, $\begin{cases} n = 0 \\ m = \dfrac{1}{2} \end{cases}$, x принимает любое значение из R.

Ответ: если $n = 0$ и $m \neq \dfrac{1}{2}$, то корней нет;

если $n \neq 0$ и m любое число, то $x = \dfrac{2m-1}{n}$;

если $n = 0$ и $m = \dfrac{1}{2}$, то x любое число.

4. Самостоятельная работа:

<u>Вариант 1</u>

1. При каком значении a прямые $3x + 5y = 10$ и $2x + ay = 6$ пересекаются в точке, принадлежащей оси ординат?

Ответ: $a = -3$.

2. Решите уравнения:

а) $(x + a) + (2x - 3a) = a$

Ответ: $x = a$.

б) $ax = 3 + b$

Ответ: если $a = 0$ и $b \neq -3$, то корней нет;

если $a = 0$ и b – любое число, то $x = \dfrac{3+b}{a}$;

если $a = 0$ и $b = -3$, то x любое число.

<u>Вариант 2</u>

1. При каком значении k прямые $2x + 3y = 4$ и $kx - 5y = 13$ пересекаются в точке, принадлежащей оси абсцисс?

Ответ: $k = 6{,}5$.

2. Решите уравнения:

а) $(2x-c)-(5c-x)=3c$

Ответ: $x = 6c$.

б) $2yx-g=3$

Ответ: если $y = 0$ и $g \neq -3$, то корней нет;

если $y \neq 0$ и g – любое число, то $x=\dfrac{3+g}{2y}$;

если $y = 0$ и $g = -3$, то x – любое число.

Вариант 3

1. При каком значении a прямые $7x-9y=14$ и $6x-ay=10$ пересекаются в точке, принадлежащей оси ординат?

Ответ: $a = 6\dfrac{3}{7}$.

2. Решите уравнения:

а) $(2x-a)+(4x+6a)=a$

Ответ: $x = -\dfrac{2}{3}a$.

б) $2ax=4-b$

Ответ: если $a = 0$, то корней нет;

если $a \neq 0$, то $x=\dfrac{4-b}{2a}$;

Вариант 4

1. При каком значении k прямые $5x+6y=7$ и $kx-7y=15$ пересекаются в точке, принадлежащей оси абсцисс?

Ответ: $k = 10\dfrac{5}{7}$.

2. Решите уравнения:

а) $(3x+2a)-(3c+4x)=8c$

Ответ: $x = 2a - 11c$.

б) $3yx-4g=5+3g$

Ответ: если $y = 0$, g – любое число, то корней нет;

если $y \neq 0$ и g – любое, то $x=\dfrac{7g+5}{3y}$.

5. Задание на дом.

Решите уравнения:

а) $(2b-3x)+(x-5b)=4x+6b$

б) $(2x-c)-(5c-x)=3c$

в) $6(x-a)=7(x+b)$

г) $5(x+b)=3(a-x)$

Ответы: а) $x=\frac{3}{2}b$

б) $x=3c$

в) $x=-(7b+6a)$

г) $x=\frac{1}{8}(3a-5b)$

План-конспект урока по теме

«Решение линейных уравнений, содержащих параметры».

Цели урока: закрепить навык решения линейных уравнений с параметром; использовать полученные навыки при решении нестандартных задач.

Ход урока:

1. ***Организационный момент.***
2. ***Проверка домашнего задания.***
3. ***Практическая часть.***

Пример 1: При каких значении параметра a уравнения $ax = 12$ и $3x = a$ имеют общие корни?

Решение: $$\left.\begin{array}{ll} ax=12, & x=\dfrac{12}{a} \\ 3x=a, & x=\dfrac{a}{3} \end{array}\right| \Rightarrow (\frac{12}{a}=\frac{a}{3}, \quad a^2=36),$$

$a_1 = 6$, $a_2 = -6$.

Ответ: при $a_1 = 6$, $a_2 = -6$.

Пример 2: Решите уравнение:

$$\frac{x}{a}+3=5-x$$

Решение $\dfrac{x}{a}+3=5-x$

$$x(\frac{1}{a}+1)=2$$

$$x\frac{1+a}{a}=2$$

1) При $a = 0$ выражение $\dfrac{1+a}{a}$ не имеет смысла

2) $\begin{cases} \dfrac{1+a}{a}=0 \\ 2\neq 0 \end{cases}$, $\begin{cases} a=-1 \\ 2\neq 0 \end{cases}$, если $a = -1$, то исходное уравнение не имеет корней.

3) $\dfrac{1+a}{a}\neq 0$, если $a \neq -1$, $a \neq 0$, то $x=\dfrac{2a}{1+a}$

Ответ: если $a = 0$, $a = -1$, то корней нет;

если $a \neq 0$, $a \neq -1$, то $x=\dfrac{2a}{1+a}$.

Пример 3: Графики функций $y=(4-a)x+a$ и $y=ax+2$ пересекаются в точке с абсциссой, равной -2. Найдите ординату точки пересечения.

Решение: $\begin{cases} y=(4-a)(-2)+a \\ y=a(-2)+2 \end{cases}$, $\begin{cases} y=-8+2a+a \\ y=-2a+2 \end{cases}$

$3a-8=-2a+2$

$5a=10$

$a=12$

$y=-4+2=-2$

Ответ: –2.

Пример 4: Графики функций $y=kx-4$ и $y=2x+b$ симметричны относительно оси абсцисс.

а) найдите b и k

б) найдите точку пересечения этих графиков.

Решение: Графики симметричны относительно оси абсцисс, следовательно $b=4$

$\begin{cases} 2x+4=0 \\ kx-4=0 \end{cases}$, $\begin{cases} x=-2 \\ -2k=4 \end{cases}$, $\begin{cases} x=-2 \\ k=-2 \end{cases}$

В результате $y=2x+4$ и $y=-2x-4$, точка пересечения графиков (– 2; 0).

Ответ: а) $b=4$, $k=-2$;

б) (– 2; 0).

4. Задание на дом.

Решите уравнения:

а) $(a-2)x=3$

Ответ: если $a \neq 2$, то $x=\frac{3}{a-2}$;

если $a=2$, то решений нет.

б) $\frac{x-2}{a-2}=0$

Ответ: если $a \neq 2$, то $x=a$;

если $a=2$, то решений нет.

в) $mx(m-2)+9=mx+m$

Ответ: если $m=3$, то x – любое число из R;

если $m=-3$, $m=0$, то корней нет;

если $m \neq -3$, $m \neq 0$, $m \neq 3$, то $x=\frac{m+3}{m}$

План-конспект урока по теме

«Решение систем линейных уравнений, содержащих параметры».

Цели урока: формировать умение решать системы линейных уравнений, содержащих параметры; осуществить оперативный контроль и самоконтроль учащихся; развивать исследовательскую и познавательную деятельность школьников.

Ход урока:

1. ***Организационный момент.***
2. ***Объяснение нового материала***

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \quad (a_1 \neq 0, b_1 \neq 0, c_1 \neq 0) \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \quad (a_2 \neq 0, b_2 \neq 0, c_2 \neq 0) \end{cases}$$

Говорят, что дана система двух уравнений первой степени с двумя неизвестными x и y, если требуется найти пары чисел (x_0, y_0), являющиеся решениями одновременно первого и второго уравнения.

Если $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$, то система имеет единственное решение,

если $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$, то система не имеет решений,

если $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$, то система имеет бесконечно много решений.

Пример 1: При каких значениях параметра a система $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ ax - 6y = 14 \end{cases}$

а) имеет бесконечно много решений;

б) имеет единственное решение?

Решение:

а) $\frac{2}{a} = \frac{-3}{-6} = \frac{7}{14}$, $a = 4$.

б) $\frac{2}{a} \neq \frac{-3}{-6}$, $a \neq 4$.

Ответ: а) если $a = 4$, то система имеет бесконечно много решений;

б) если $a \neq 4$, то решение единственное.

Пример 2: Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + (m+1)y = 1 \\ x + 2y = n \end{cases}$$

Решение:

а) $\begin{cases} x+(m+1)y=1 \\ x+2y=n \end{cases}$

$\frac{1}{1} \neq \frac{m+1}{2}$, т.е. при $m \neq 1$ система имеет единственное решение $\begin{cases} x=1-(m+1)y \\ x=n-2y \end{cases}$

$1-ym-y=n-2y$

$-ym+y=n-1$

$\begin{cases} y=\frac{n-1}{1-m} \\ x=n-\frac{2n-2}{1-m} \end{cases}$, $\begin{cases} y=\frac{n-1}{1-m} \\ x=\frac{-n-mn+2}{1-m} \end{cases}$

б) $\frac{1}{1}=\frac{m+1}{2} \neq \frac{1}{n}$, т.е. при $m = 1$ и $n \neq 1$ исходная система решений не имеет.

в) $\frac{1}{1}=\frac{m+1}{2}=\frac{1}{n}$, при $m = 1$ и $n = 1$ система имеет бесконечно много решений.

Ответ: если $m = 1$ и $n \neq 1$, то решений нет;

если $m = 1$ и $n = 1$, то решений бесконечное множество, $\begin{cases} y-\text{любое} \\ x=n-2y \end{cases}$;

если $m \neq 1$ и n – любое, то $\begin{cases} y=\frac{n-1}{1-m} \\ x=\frac{-n-mn+2}{1-m} \end{cases}$

Пример 3 (предложить ученикам выполнить это задание самостоятельно с последующей проверкой):

Решите систему уравнений:

$\begin{cases} x=a-y \\ x=b+3y \end{cases}$

Решение:

$\begin{cases} x=a-y \\ x=b+3y \end{cases}$

$a-y=b+3y$

$\begin{cases} y=\frac{a-b}{4} \\ x=a-\frac{a-b}{4} \end{cases}$, $\begin{cases} y=\frac{a-b}{4} \\ x=\frac{3a+b}{4} \end{cases}$

Ответ: $\left(\dfrac{3a+b}{4};\ \ \dfrac{a-b}{4}\right)$

Пример 4: Определите, при каком условии уравнение

$$(b+x)a=\frac{(a+b)x+(a+x)b}{2}$$

а) имеет единственное решение;

б) имеет бесконечно много корней;

в) не имеет корней.

Решение:

$$2a(b+x)=(a+b)x+(a+x)b$$

$$2ab-ab=(a+b)x-2ax+bx$$

$$ab=(a+b-2a+b)x$$

$$x=\frac{ab}{2b-a}$$

1) $\begin{cases}2b=a\\ ab\neq 0\end{cases}$ – при этом условии уравнение корней не имеет.

2) $\begin{cases}2b=a\\ \left[\begin{array}{l}a=0\\ b=0\end{array}\right.\end{cases}$ – при этом условии решение исходного уравнения есть любое число из R.

Ответ: а) если $2b\neq a$, $a\neq 0$, $b\neq 0$, то $x=\dfrac{ab}{2b-a}$;

б) если $a=0$ или $b=0$, то x – любое число;

в) если $2b=a$, $a\neq 0$, $b\neq 0$, то корней нет.

3. Самостоятельная работа

<u>**Вариант 1**</u>

1) При каком значении k система

$$\begin{cases}x+2y=5\\ 5x+10y=k\end{cases}$$

имеет бесконечное множество решений?

2) Решите систему уравнений

$$\begin{cases}x+y=a\\ \dfrac{x}{b}+\dfrac{y}{c}=d\end{cases}$$

<u>**Вариант 2**</u>

1) При каком значении d система

$$\begin{cases} 2x-5y=8 \\ 8x+dy=10 \end{cases}$$

не имеет решений?

2) Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x+y=a \\ \dfrac{x}{b}-\dfrac{y}{c}=d \end{cases}$$

Ответы:

вариант 1

1) $k = 2{,}5$.

2) если $b = 0$, $c = 0$, то решений нет;

если $b = c$, $d \neq 0$, a – любое число, то решений нет;

если $a = 0$, b, c, d –любые числа, то решений нет;

если $c \neq 0$, $b \neq 0$, $a \neq 0$, $b \neq c$, d – любое число, то

$$\begin{cases} y=\dfrac{bd}{a(b-c)} \\ x=a-\dfrac{bd}{a(b-c)} \end{cases}$$

если $b = c$, $d = 0$, то $\begin{cases} y - \text{любое число} \\ x=a-y \end{cases}$

вариант 2

1) $d = -20$

2) если $b = 0$, $c = 0$, то решений нет;

если $c = -b$, то решений нет;

если $b \neq 0$, $c \neq 0$, $c \neq -b$, то $\begin{cases} y=\dfrac{c(a-bd)}{c+b} \\ x=\dfrac{b(a+d)}{c+b} \end{cases}$;

если $c = -b$, $dbc = ac$, то $\begin{cases} y - \text{любое число} \\ x=a-y \end{cases}$

4. Задание на дом.

1) При каких значениях параметра b система уравнений $\begin{cases} 3x-2y=5 \\ 6x-4y=b \end{cases}$

а) имеет бесконечное множество решений;

б) не имеет решений?

2) Графики функций $y = 4x + b$ и $y = kx + 6$ симметричны относительно оси ординат

а) найдите b и k;

б) найдите координаты точки пересечения этих графиков.

3) Графики функций $y = ax + 3$ и $y = (2 - a)x + a$ пересекаются в точке с абсциссой – 1. Найдите ординату точки пересечения графиков.

4) Решите систему уравнений

$$\begin{cases} mx + y = 1 \\ x + ny = -1 \end{cases}$$

Ответы:

1) а) $b = 10$; б) $b \neq 10$

2) а) $b = 6$, $k = -4$; б) (0; 6)

3) $y = \dfrac{4}{3}$

4) если $mn = -1$ и $m \neq 1$, $n \neq -1$, то решений нет;

если $m = 1$, $n = -1$, то x – любое число, $y = 1 + mx$;

если $mn \neq -1$ и $m \neq 1$, $n \neq -1$, то $x = \dfrac{-1-n}{1-mn}$, $y = \dfrac{1+m}{1-mn}$.