**Урок по теме: Понятие о производной (2)**

**Цели:**

* рассмотреть понятие о производной функции;
* рассмотреть понятие о дифференцируемости функции;
* рассмотреть понятие о дифференцировании функции.

ХОД УРОКА

**1. Сообщение темы и цели урока**

**2. Повторение и закрепление пройденного материала**

2.1. Ответы на вопросы по домашнему заданию (разбор нерешенных задач).

2.2. Контроль усвоения материала (фронтальный опрос):

* Дать определение приращения аргумента и приращения функции.
* Чему равен угловой коэффициент секущей к графику функции?
* Определение средней скорости движения тела.
* Что называется средней скоростью изменения функции?
* Дать определение касательной к графику функции.
* Чему равен угловой коэффициент касательной к графику функции?
* Как вычислить мгновенную скорость движения.

**3. Изучение нового материала**

Два, рассмотренных на предыдущем уроке, примера о нахождении уравнения касательной к данной кривой и вычислении мгновенной скорости тела имели различные формулировки, но решались, фактически, с использованием одинакового алгоритма. Применительно к производной функции *f(x)* и любой точке *х0*  ее области определения такой алгоритм имеет вид:

* С помощью формулы, задающей функцию *f(x)*, найдем ее приращение в точке *х0* и получаем *Δf = f(x0 + Δx) – f(x0).*
* Определяем выражение для разностного отношения: , которое затем преобразуем (упрощаем, сокращаем на *Δx* и т.д.)
* Вычисляем, к какому числу стремится отношение , если *Δx* стремится к нулю.

Найденное подобным образом число называют **производной функции *f(x)* в точке *х0*.** По аналогии с физикойпроизводная функции *f(x)* в точке *х0* характеризует **скорость изменения** данной **функции** в точке *х0*.

Итак, **производной функции *f(x)* в точке *х0* называется число, к которому стремится разностное отношение ** **при *Δx,* стремящемся к нулю**.

Производную функции *f(x)* в точке *х0* обозначают f′( *х0*).

Пример 1

Найдем производную функции *f(x)=3х2+2х* в точке *х0*.

Р е ш е н и е

В соответствии с описанной схемой вычислим производную.

1) Найдем приращение функции *Δf = 3(x0 + Δx)2 +2(x0 + Δx) – (3+2x0)=6 x0 Δx+3(Δx)2+ 2Δx.*

2) Определяем разностное отношение =*6 x0 +3Δx+ 2.*

3) При *Δx→0* величина *3Δx→0*, слагаемые *6 x0 и 2* постоянны (не зависят от *Δx*). Тогда отношение →*6 x0 +2* при *Δx→0*. Поэтому f′( *х*)= *6 x0 +2 –* производная функции *f(x)=3х2+2х* в точке *х0*.

Пример 2

Найдем производную линейной функции *f(x)=aх+b* в точке *х0* (где *a* и *b* постоянны).

Р е ш е н и е

Используя описанный алгоритм, вычислим производную.

1) Найдем приращение функции *Δf = (a(x0 + Δx)+b) –(ax0 +b)=aΔx*.

2) Определяем разностное отношение = *а*.

3) Так как *а* постоянная величина, то  – постоянное число при любом значении *Δx*. Поэтому → *а* при *Δx→0.*

Итак, f′(*х0*)= *а* – производная функции *f(x)=aх+b* в любой точке *х0*.

Функцию, имеющую производную в точке *х0*,  **дифференцируемой** в этой точке. Пусть D – множество точек, в которых *f(x)* дифференцируема. Сопоставляя каждому *x∈D* число *f′(х),* получают новую функцию f′(*х*) с областью определения D. Эту функцию называют производной функции *у= f(x)* и обозначают *f′(х)* или *у′(х).* Нахождение производной данной функции *f (х),* называют **дифференцированием** функции *f (х)*.

**3. Закрепление пройденного материала**

3.1. Выполнить задания из учебника №193(а,в); 194(а,в); 195(б); 196(б)

3.2. Ответить на вопросы:

* + Что называется производной функции?
  + Какая функция называется дифференцируемой?
  + Что называется дифференцированием функции?

**4. Задание на дом:** п. 13 (3-я часть); №193(б,г); 194(б,г); 195(г); 196(а)

**5. Подведение итогов**

**Урок по теме: Производная в физике и технике (1)**

**Цели:**

* рассмотреть механический смысл производной;
* рассмотреть примеры решения задач по механике;

ХОД УРОКА

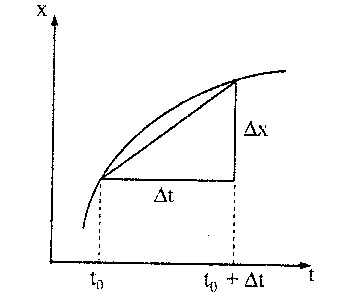
**1. Сообщение темы и цели урока**

**2. Повторение и закрепление пройденного материала**

Ответы на вопросы по домашнему заданию (разбор нерешенных задач).

**3. Изучение нового материала**

Напомним определение мгновенной скорости тела *Vмгн(t)*. Пусть дана зависимость перемещения *х* тела от времени *t*. Тогда отношение = *Vср* – средняя скорость движения тела за промежуток времени от *t0* до *t0 + Δt*. Если *Δt →*0, то= *х′(t0).* Эту величину и называют мгновенной скоростью тела в момент времени *t0*, то есть *х′(t0)= Vмгн(t0)*.



Итак, **производная от координаты по времени есть мгновенная скорость.** В этом заключается **механический смысл производной.**

Мгновенная скорость может быть положительной, отрицательной и равной нулю. Если скорость в течение какого-то промежутка времени (*t1;t2*) положительна, то точка движется в положительном направлении, то есть координата *х* возрастает. Если скорость отрицательно, то координата убывает.

Аналогичная ситуация складывается и с ускорением тела. Скорость движения точки есть функция от времени, то есть *V(t)*. Производная этой функции называется ускорением *a=V****′****(t)*. **Производная от скорости по времени есть ускорение.**

Пример 1

Координата тела меняется по закону *x(t)=2t3 – 15t2 + 36t +3*. Определить скорость *V* и ускорение тела *а*в момент времени *t=1*. Найти моменты времени, в которые скорость или ускорение тела равны нулю. Дать общую характеристику движению.

Р е ш е н и е

1) Сначала найдем скорость тела:

*V(t) = x′(t) = 6t2 - 30t +36* = *6(t2 – 5t + 6)*

2) В момент времени *t = 1* находим *V(1) =12*/ Скорость *V(t) = 0*  при *t = 2* и *t = 3*. Скорость *V(t) >0* при *t* ∈ [0;2)(3;) и *V(t) < 0* при *t* ∈ (2;3). Поэтому при *t* ∈ [0;2) координата возрастает. При t = 2 тело останавливается, так как *V* =0. При *t* ∈ (2;3) тело движется в противоположном направлении (то есть координата *х* уменьшается), так как *V(t) <0*. При t = 3 тело вновь останавливается. Затем при t > 0 тело снова движется в противоположном направлении, то есть координата *х* растет.

3) Найдем теперь ускорение тела *a(t) = V′(t) = (6t2 – 30t +36)′ =12t – 30*. В момент времени *t=1* получаем *а(1) =–18*. Ускорение *a(t) =0* в момент времени *t = *. Заметим, что в этот момент времени скорость тела минимальна и равна *V(2,5) = 6(2,52 – 5\*2,5 + 6)= –1,5*.

Пример 2

Смещение груза на пружине описывается законом *x(t) =5sin*. Найти скорость *V* и ускорение *а* тела в момент *t = *.

Р е ш е н и е

1) Сначала найдем скорость тела *V(t) = x′ (t) = =10cos*.

2) Определим скорость тела при *t = * и получим *V = 10cos = –10cos =–=–*.

3) Теперь найдем ускорение груза:

*a(t)=V′(t) = ′ =–20sin*.

4) Определим ускорение груза при *t = *. Имеем:

.

Заметим, что в условиях этой задачи тело совершает колебательные движения и все три основные характеристики *x(t), V(t), a(t)* меняются по синусоидальным (гармоническим) законам.

**4. Закрепление пройденного материала**

* + Выполнить задания из учебника №267; 269; 272
  + Ответить на вопросы:
  + Каков механический смысл производной?
  + Как определить ускорение в равнопеременном движении?

**5. Задание на дом:** п. 21 (1-я часть); №268; 270; 271

**6. Подведение итогов**

**Урок по теме: Производная в физике и технике (2)**

**Цели:**

* рассмотреть примеры применения производной в физике;
* рассмотреть примеры применения производной в технике

ХОД УРОКА

**1. Сообщение темы и цели урока**

**2. Повторение и закрепление пройденного материала**

Ответы на вопросы по домашнему заданию (разбор нерешенных задач).

**3. Изучение нового материала**

3.1. С помощью производных функций, характеризующих физические явления, задаются и другие физические величины. Например, мощность (по определению) есть производная работы по времени, сила тока есть производная заряда по времени и т.д. Рассмотрим пример.

Пример 1

Пусть дан неоднородный стержень, причем известна масса *m*(*l*) масса любого его куска длиной *l* (*l* отсчитывается от фиксированного конца стержня). Хотя стержень неоднороден, естественно полагать, что плотность его небольшой части (на участке от *l* до *l+Δl*) примерно одна и та же  и чем меньше *Δl,* тем в меньших пределах на этом участке изменяется плотность. Поэтому за характеристику распределения плотности стержня в зависимости от *l* принимают *линейную плотность d(l) = m*′*(l)*.

Пример 2

Заряд q на пластинах конденсатора колебательного контура изменяется с течением времени *t* в соответствии с уравнением *q = 10–6cos104π t*. Записать уравнение *i = i(t)*, выражающее зависимость силы тока от времени. Найти период и частоту колебаний в контуре, амплитуду колебаний заряда и амплитуду колебаний силы тока.

Р е ш е н и е

Сила тока – это производная заряда по времени

*i(t)= q′(t) = (10–6cos104π t)′ = –10–6\*104π\*sin104π t = –10–2π\*sin104π t*

Из полученного уравнения:

* амплитуда колебаний силы тока Im = *–10–2π A=31,4мА;*
* циклическая частота ω = *104π;*
* период Т= =  *==*0,2мс;
* частота ν =  = = 5\*103 Гц = 5 кГц
* амплитуда колебаний заряда qm = *10–6Кл = 1мкКл*

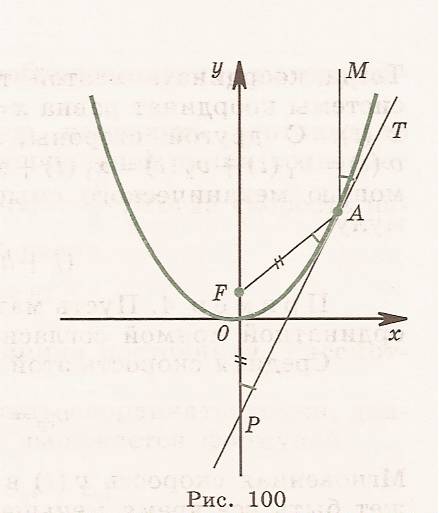
3.2. Рассмотрим применение производной в технике.

Пример 3

Выведем свойство параболы, имеющее применение в оптике и технике.

Поверхность, получающаяся при вращении параболы *y=ax2* вокруг оси Оу, называется *параболоидом* вращения. Представим себе, что внутренняя поверхность параболоида – зеркальная поверхность и это параболическое зеркало освещается пучком лучей света, параллельных оси Оу.

Рассмотрим сечение этого зеркала плоскостью α, проходящей через ось Оу. Это сечение представляет собой такую же параболу *у=х2* (ось *Ох* выбираем в плоскости сечения, *а=1*). Согласно законам оптики отраженный луч света будет лежать в плоскости α, причем этот луч образует с касательной к параболе такой же угол, как и падающий луч *МА*.

Докажем, что все лучи, параллельные оси *Оу*, после отражения пересекутся в одной точке оси *Оу*.

Обозначим через *F* точку пересечения произвольного отраженного луча с осью *Оу*. Прямая *АТ* – касательная к параболе в   
точке *А*. Из законов отражения света сразу следует, что ∠*ТАМ =* ∠*FAP*. Но луч *МА* параллелен оси *Оу*, поэтому ∠*FPA =* ∠*TAMTAM.* Следовательно,∠*FPA =* ∠*FAP*, т.е. треугольник *FPA* равнобедренный и *FA=FP.*

Точка *А(х0;у0)* лежит на параболе, поэтому *у0=х02.*

Уравнение касательной *АТ* имеет вид   
*у=2х0х–х02.*

Из него найдем ординату у*р* точки *Р*. Она равна у*р=2х0\*0–х02 ,* т.е*.* у*р=–* у*0..*

Если ординату точки *F* обозначим через *у*, то *FP=y+y0.*

Длина *FA=*, и поэтому (вспомним, что *FA=FP*) верно равенство (*y+y0*)2= *х02* +( у*0.–у*)2, т.е. , откуда *4уу0=у0*, и, поскольку *у0≠0*, получаем *у=*

Итак, все лучи, параллельные оси параболического зеркала, после отражения сходятся в одной точке, которую называют *фокусом параболического зеркала* (точку *F* называют также *фокусом параболы у=х2*).

На этом свойстве основано устройство параболических телескопов. Лучи от далеких звезд приходят к нам в виде параллельного пучка. Изготовив параболический телескоп и поместив в его фокус фотопластинку, мы получаем возможность усилить световой сигнал, идущий от звезды. Этот же принцип лежит в основе создания параболических антенн, позволяющих усиливать радиосигналы.

Если же поместить в фокусе параболического зеркала источник света, то после отражения от поверхности зеркала лучи, идущие от этого источника, не будут рассеиваться, а соберутся в узкий пучок, параллельный оси зеркала. Этот факт находит применение при изготовлении прожекторов и фонарей, различных проекторов, зеркала которых изготавливают в форме параболоидов.

**4. Закрепление пройденного материала**

Выполнить задания из учебника №273; 276

**5. Задание на дом:** п. 21 (2-я часть); №274; 275; 277

**6. Подведение итогов**