**Нестандартные методы решений показательных уравнений.**

Пример 1. Решите уравнение 3 + (3х – 10) + 3 – х = 0.

Решение. Данное уравнение кроме показательных функций содержит линейные функции у = 3х – 10 и у = 3 – х. Можно заметить, что относительно р = оно является квадратным:

3р2 + (3х – 10)р + 3 – х = 0 и поэтому р = = = = = , откуда р = , р = 3 – х. Таким образом, исходное уравнение равносильно совокупности уравнений: = , = 3 – х. Корень первого уравнения х = . Второе уравнение имеет корень х = 1, а других корней не имеет, т. к. его левая часть – всюду возрастающая функция, а правая – всюду убывающая. Ответ: 1; .

Пример 2. Решить уравнение + х = 2.

Решение. Применив формулу основного логарифмического тождества, получим уравнение х2 – 2х – 1 + х = 2(\*), корни которого х1 = и х2 = . Теперь достаточно проверить, какое из полученных чисел удовлетворяет неравенству: х2 – 2х – 1 0 (\*\*). Это можно сделать проще (не подставляя в неравенство полученные числа). Перепишем уравнение (\*) в виде х2 – 2х – 1 = 2 – х, тогда видим, что выражение х2 – 2х – 1 положительно тогда и только тогда, когда х 2. Таким образом, вместо Дубова Мария Игоревна 273 – 784 - 574

проверки неравенства (\*\*) можно проверить условие х 2. Теперь видно, что только х = является корнем данного уравнения. Ответ: .

Пример 3. Решить уравнение = .

Решение. В данном уравнении удобно применить следующий прием: разделив числители и знаменатели в обеих частях уравнения на 0, получим равносильное исходному уравнение: =.Далее сделаем замену = у, у0 и получаем =. (\*)

Можно заметить, что у 1, у . Таким образом, получаем равносильное (\*) уравнение

(5 + 5у)(2 – 3у) = 4 – 4у; 10 – 5у – 15у2 – 4 + 4у = 0; 15у2 + у – 6 = 0; D = 1 + 360 = 361;

у1= у2= ; у1 = , у2 0. Вернемся к нашей замене, получим уравнение = , откуда х = 1. Ответ: 1.

Пример 4. Решить уравнение + = + 1.

Решение. Перепишем данное уравнение в виде:

+ = + 1.

Сделаем замену = ; = b, тогда + -1 – 2 – 1 = 0;

2b + b – 3 – = 0; 2(b – ) + (b – ) = 0; (b – )(2 + 1) = 0, откуда b = поскольку уравнение 2 + 1 = 0 корней не имеет. Таким образом, = и

х2 + 1 = 2х. Очевидно, что х = 1. Ответ: 1.

Пример 5. Решить уравнение 6 · + 8 · = 48.

Решение. Разделим обе части уравнения на 24, получим уравнение

+ = 2. Применяя неравенство ||| + |b| (его легко доказать возведением обеих частей в квадрат), получим |х – 2| + |х – 4| |х – 2 – (х – 4)| = 2 и |х – 1| + |х – 3| = |х – 1 – (х – 3)| = 2, поэтому 1 и 1.

Знак равенства возможен, если имеет решение система уравнений:

. Ответ: Пример 5. Решить уравнение х2 – 2х + 2 = 2 · – Решение. Представим уравнение в виде ( – 1)2 + (х – 1)2 = 0. Это уравнение равносильно системе: откуда х = 1. Ответ: 1.