**Метод логарифмирования для решения показательных уравнений.**

В основе этого метода лежит следующее утверждение: *если выражения f(x) и h(x) положительны на множестве D, то уравнение f(x) = h(x) равносильно уравнению = на множестве D, где >0 и 1.*

Пример1. Решите уравнение = .

Решение. Область допустимых значений уравнения х. Так как обе части уравнения положительные, то, прологарифмировав уравнение, например, по основанию 2, получим равносильное ему уравнение: 3х – 2 = (3 – х) · .

Решая это уравнение с помощью равносильных переходов, имеем:

3х – 2 = 3 3х + 3 +2 х(3 + = 3 + 2 х = . Ответ: .

Пример 2. Решить уравнение · = 500.

Решение. Прологарифмируем это уравнение по основанию 5 или 2. (Можно логарифмировать по любому основанию, но не совсем удачный выбор основания может привести к громоздким преобразованиям). Тогда имеем следующее уравнение х + 3 · = 3 + 2 х2 + х( – 3) – 3 = 0. Дискриминант

D = ( – 3)2 + 12 = ( + 3)2, следовательно, корни уравнения будут

х1,2 = отсюда х1 = 3, х2 = – Ответ: –

Пример 3. Решить уравнение (х-1 = .

Решение. Обе части данного уравнения положительны. Прологарифмируем обе части этого уравнения по основанию 5: (х – 1) + = – , т.е. уравнение

х( – 1) – + 1 – + = х – 1 – , равносильное исходному уравнению. Отсюда получаем х = , т.е. х = . Ответ: .

Пример 4. Решить уравнение = 9.

Решение. Область допустимых значений уравнения: х > 0.

Поскольку обе части уравнений положительны, то прологарифмируем по основанию 3:

) = 2, ( + = , = 1 и = 2, следовательно,

(1 + = 2, + – 2 = 0. Сделаем замену = у, тогда у2 + у – 2 = 0, корнями которого являются числа у1 = – 2 и у2 = 1. Возвращаемся к нашей замене и получаем: = – 2 или = 1. Тогда х1 = и х2 = 3. Ответ: ; 3.

Пример 5. Решить уравнение | = 1.

Решение. Понятно, что х 3,следовательно, |х – 3| 0. Прологарифмируем обе части уравнения по основанию 10, тогда (3х2 – 10х + 3) = 0, откуда

3х2 – 10х + 3 = 0 или = 0. Корнями квадратного уравнения 3х2 – 10х + 3 = 0 будут

х1 = и х2 = 3. Из уравнения = 0 находим |х – 3| =1 х – 3 = – 1 или х – 3 = 1.

Поэтому х3 = 2, х4 = 4; х2 = 3 не подходит по ОДЗ логарифма. Ответ: ; 2; 4.