**Метод использования монотонности показательной функции.**

Пример 1. Решить уравнение $2^{х}$ + $3^{х}$ + $4^{х}$ = 9.

Решение. Можно заметить, что х = 1 – корень данного уравнения. Покажем, что других корней уравнение не имеет. Рассмотрим функцию f(x) = $2^{х}$ + $3^{х}$ + $4^{х}$. Она монотонно возрастает на всем множестве действительных чисел и f(1) = 9. Свойством монотонной функции является то, что она принимает каждое свое значение только один раз. Поэтому, х = 1 – единственный корень данного уравнения. Ответ: 1.

 Пример 2. Решить уравнение $3^{х}$ + $5^{х}$ = 34.

Решение. Заметим, что корнем уравнения является число х = 2 (32 + 52 = 34). Докажем, что других корней уравнение не имеет. Каждая из функций $у=3^{х}$ и $у= 5^{х}$ является возрастающей, следовательно, их сумма – тоже возрастающая функция. При х = 2 левая часть равна 34, при х < 2 она, следовательно, меньше 34, при х > 2 – больше 34. Итак, уравнение имеет единственный корень. Ответ: 2.

Пример 3. Решить уравнение $ (\frac{2}{3})^{х}$ + $\frac{4}{3}$ = $2^{х}.$

Решение. Убеждаемся, что х = 1 – корень уравнения. Можно доказать, что других корней уравнение не имеет. Для этого оценим его левую и правую части уравнения. Если х > 1, то вследствие убывания функции у = $(\frac{2}{3})^{х}$ имеем $(\frac{2}{3})^{х}$ + $\frac{4}{3}$ < $\frac{2}{3} $+ $\frac{4}{3}$ = 2, а вследствие возрастания функции у = $2^{х}$ имеем $2^{х} > 2.$ Поэтому, при х > 1 левая часть уравнения строго меньше 2, а правая строго больше 2. Следовательно, при х > 1 уравнение корней не имеет. Аналогично, при х < 1 левая часть уравнения строго больше 2, а правая строго меньше 2. Поэтому при х < 1 уравнение также не имеет корней. Таким образом, х = 1 – единственный корень уравнения. Ответ: 1.