**Решение показательных уравнений введением новой переменной.**

Пример 1. Решить уравнение – + 12 = 12.

Решение. Поскольку = , = 8·, введем новую переменную р = .

Получим уравнение – 8р + 12 = 0, из которого находим р1 = 2, р2 = 6. Поэтому исходное уравнение равносильно совокупности простейших показательных уравнений = 2, = 6. Корнем первого уравнения является х = , а второго – х = .

Ответ: ; .

Пример 2. Решить уравнение ( + = 14.

Решение. Используя равенство = , введем новую переменную

р = . В этом случае получим уравнение р + = 14, решая которое, находим его корни, -14р + 1 = 0, р = 7 = 7 .

Исходное уравнение равносильно совокупности уравнений

( = 7 ; ( = 7 .

Корень первого уравнения х = 2, второго – х = -2. Ответ: -2; 2.

Пример 3. Решить уравнение – 13· – = 0.

Решение. Запишем уравнение в виде 13· – = 0.

Оно является однородным третьей степени относительно степеней .

Разделим все члены уравнения на 0 и получим 13·– + 13= 0.

Введем новую переменную р = , уравнение примет вид кубического уравнения

– 13 – р +13 = 0. Разложим методом группировки левую часть уравнения на множители и найдем его корни: – р – 13 – 1) = 0, р(р2 -1) – 13(р2 – 1) = 0,

(р2 -1)(р – 13) = 0, р1 = -1, р2 = 1, р3 = 13. Исходное уравнение равносильно совокупности трех простейших показательных уравнений = –1, = 1, = 13. Первое уравнение корней не имеет, корень второго – х = 0, третьего уравнения х =

Ответ: 0,

Аналогично уравнениям, которые были рассмотрены в примерах 1, 2, 3, введением новой переменной р = х решение уравнения вида f(х) = 0 сводится к нахождению всех положительных корней рk уравнения f(р) = 0 и решению простейших показательных уравнений х = рk.

Пример 4. Решить уравнение – 5 · + 1 = 0.

Решение. Так как = = 4· то уравнение можно записать так: 4· – 5 · + 1 = 0. Введем новую переменную р = . Получим квадратное уравнение 4р2 – 5р +1 = 0, которое имеет корни р1  = 1, р2 = . Исходное уравнение равносильно совокупности двух показательных уравнений = 1, = . Решая первое уравнение, получаем 2х – х2 = 0, х = 0, х = 2. Решая второе уравнение, находим ещё два корня: 2х – х2 = – 2, х = . Ответ: ; 0; 2; .

Пример 6. Решить уравнение + = 3.

Решение. Так как 2 = 1 + , то данное уравнение перепишем в следующем виде + = 3. Сделаем замену у = , тогда получим квадратное уравнение у2 + 2у -3 = 0, из которого найдем корни у1 = –3, у2 = 1. Значение у1 = –3, очевидно, постороннее. Поэтому исходное уравнение равносильно уравнению = 1, откуда = 0, х = + , n. Ответ: + , n.