**Материалы к практическому занятию по теме**

**«Замена переменной в определенном интеграле»**

**Краткие теоретические сведения**

Если заданный интеграл с помощью алгебраических преобразований трудно или невозможно привести к одному или нескольким табличным интегралам, то для его вычисления применяют особые методы, одним из которых является метод замены переменной (подстановки). Это наиболее часто используемый метод. Он применяется, когда подынтегральная функция является сложной функцией.

В основе метода лежит формула дифференцирования сложной функции. Известно, что F′(x)=f(x) и если существует функция F[g(t)], причём функция g(t) дифференцируема, то

( F[g(t)] )′ = F′(x) g′(t) = f(x) g′(t) = f [g(t)] g′(t).

Отсюда следует, что если ∫ f(x)dx = F(x)+ C, то ∫ f [g(t)] g′(t)dt = F[g(t)]+ C.

Поскольку g(t)dt = dg(t), то предыдущее равенство можно записать в следующем виде:

∫ f [g(t)]dg(t) = F[g(t)]+ C.

При вычислении **определенного интеграла методом замены переменной** (подстановки) определенный интеграл



преобразуется с помощью подстановки **t=w(x)** или **x=g(t)** в определенный интеграл относительно новой переменной **t**. При этом старые пределы интегрирования **a** и **b** заменяются соответственно новыми пределами интегрирования **c** и **d**, которые находятся из исходной подстановки. Из первой подстановки новые пределы интегрирования вычисляются непосредственно: **c=w(a)**, **d=w(b)**. Из второй подстановки новые пределы интегрирования находятся путем решения уравнений **a=g(c)**, **b=g(d)** относительно **c** и **d**.

Таким образом, **формула замены переменной в определенном интеграле:**



Подынтегральные функции непрерывны соответственно на отрезке **[a;b]** и на отрезке **[c;d]**.

**Правило интегрирования методом замены переменной**

1. Определяют, к какому табличному интегралу приводится данный интеграл

(предварительно преобразовав подынтегральное выражение, если нужно).

2. Определяют, какую часть подынтегральной функции заменить новой переменной, и

записывают эту замену.

3. Находят дифференциалы обеих частей записи и выражают дифференциал старой

переменной (или выражение, содержащее этот дифференциал) через дифференциал

новой переменной.

4. Старые пределы интегрирования a и b заменяют соответственно новыми пределами

интегрирования c и d, которые находятся из исходной подстановки.

5. Записывают интеграл относительно новой переменной и производят его

непосредственное вычисление.

**Примеры вычисления определенных интегралов способом подстановки**

1. **Вычислить определённый интеграл**  .

Решение. Пусть , тогда , .

Новые пределы интегрирования: , .

Следовательно, .

2. **Вычислить определённый интеграл ** .

Решение. Пусть , тогда .

Новые пределы интегрирования: , .

Следовательно,  **.**

3. **Вычислить определённый интеграл ** .

Решение. Пусть , тогда .

Новые пределы интегрирования: , .

Следовательно, .

4**. Вычислить определённый интеграл ** .

Решение. Преобразуем подкоренное выражение: .

Тогда пусть  , а .

Новые пределы интегрирования: , .

Следовательно, 



.

5. **Вычислить определённый интеграл **.

Решение. Полагаем, что  , тогда  .

Находим пределы интегрирования: , , откуда

, . На отрезке  .

Следовательно, 

 .

6. **Вычислить определённый интеграл** .

Решение. Пусть , тогда .

Новые пределы интегрирования: , .

*Следовательно, *

*.*

**Задания для решения на занятии**

Вычислить интегралы методом замены переменной:

1) . Ответ: .

2)  . Ответ: .

3) **.** Ответ: .

4)  . Ответ: .

5)  . Ответ:  .

6)  . Ответ:  .

**Задания для самостоятельной (внеаудиторной) работы**

Вычислить интегралы методом замены переменной:

1) . Ответ: .

2) . Ответ: .

3) . Ответ: .

4)  Ответ: .

**Задания для проверочной работы**

**1 вариант**

*Вычислите определенный интеграл методом замены переменной*

*1.* . *2.* . *3.* **.**

**2 вариант**

*Вычислите определенный интеграл методом замены переменной*

*1.* . *2.* . *3.* **.**

***Ответы:*** *1 вариант* *2 вариант*

*1) 4**1) 2*

*2)*  *2)* 

3)  3) 

**Используемая литература:**

1) **Практические занятия по математике**: учебное пособие / Н.В.Богомолов / Москва, «Высшая школа», 1990

*2)* ***Сборник задач по математике с решениями для техникумов*** */ И.Л.Соловейчик, В.Т.Лисичкин / Москва, «ОНИКС 21 век», «Мир и Образование», 2003*

*3)* ***Математика****: учебник для студентов средних профессиональных учреждений / С.Г.Григорьев, С.В.Иволгина, под редакцией В.А.Гусева / Москва, «Академия», 2010*