**Решение простейших тригонометрических неравенств с помощью единичной окружности**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***cos x ≥ a*** | | ***cos x ≤ a*** | | | |
| *a > 0* | *a < 0* | *a > 0* | | *a < 0* | |
| ***arccos a***        ***-arccos(-a)*** | ***π-arcсos (-a)***    ***-π + arcсos (-а)*** | ***arccos a***      ***2π–arccos a*** | | ***π-arccos(-a)***  ***π + arccos a*** | |
| **-***arccos a+2πn ≤ x ≤ arccos a +2πn, n* *Z* | | *arccos a+2πn ≤ x ≤ 2π- arccos a +2πn, n* *Z* | | | |
| ***sin x ≥ a*** | | ***sin x ≤ a*** | | | |
| ***1)*** *a > 0* | ***2)*** *a < 0* | ***1)*** *a > 0* | | ***2)*** *a < 0* | |
| ***π – arcsin a arсsin a*** | ***π + arcsin a*** ***-arcsin(- a)*** | ***-π – arcsin a arсsin a*** | | ***-π+arcsin a -arсsin(- a)*** | |
| **1)** *arccos a+2πn ≤ x ≤ π –arccos a +2πn, nZ*  **2)-***arccos a+2πn ≤ x ≤ π+arccos a +2πn,nZ* | | **1)** -*π–arccos a+2πn ≤ x ≤ arccos a +2πn, nZ*  **2) -***π+arccos a+2πn ≤ x ≤ -arccos a+2πn,nZ* | | | |
| ***tg x ≥ a*** | | ***tg x ≤ a*** | | | |
| ***1)*** *a > 0* | ***2)*** *a < 0* | ***1)*** *a > 0* | ***2)*** *a < 0* | | |
| ***arctg a*** | ***-arctg (-a)*** | ***arctg a*** | ***-arctg (-a)*** | | |
| **1)** *arctg a+πn ≤ x ˂ π/2 +πn, nZ*  **2)-***arctg (-a)+πn ≤ x < π/2 +πn, nZ* | | **1)** –*π/2+πn < x ≤ arctg a +πn, nZ*  **2) -***π/2+πn < x ≤ -arctg(-a)+ πn,nZ* | | | |
| ***сtg x ≥ a*** | | ***сtg x ≤ a*** | | | |
| ***1)*** *a > 0* | ***2)*** *a < 0* | ***1)*** *a > 0* | | | ***2)*** *a < 0* |
| ***arсctg a***  **0** | **π*- arсctg(-a)***  **0** | ***arсctg a***  **π** | | | **π*- arсctg(-a)***  **π** |
| **1)** *πn ≤ x ˂ arcctg a +πn, nZ*  **2)** *πn ≤ x < π-arcctg(-a) +πn, nZ* | | **1)** *arcctg a + πn < x ≤ π +πn, nZ*  **2)** *π – arcctg(-a)+πn < x ≤ π +πn,nZ* | | | |

**Алгоритм решения простейших тригонометрических неравенств**

**с помощью единичной окружности**

***1.*** *Отметить значение* ***а*** *на координатной оси:*

* *на оси абсцисс, если неравенство связано с косинусом или котангенсом*
* *на оси ординат, если неравенство связано с синусом или тангенсом.*

***2.*** *Провести через полученную точку прямую*

* *параллельную оси ординат,*
* *параллельную оси абсцисс,*
* *в неравенствах, связанных с тангенсом и котангенсом прямые до пересечения с линией тангенсов (касательной к окружности, параллельной оси ординат) или линией котангенсов (касательной к окружности, параллельной оси абсцисс).*

***3.*** *Провести радиусы*

* *в точки пересечения прямой и окружности (в неравенствах связанных с синусом или косинусом),*
* *продолжить радиус в точку пересечения прямой и касательной (в неравенствах, связанных с тангенсом и котангенсом)*

***4.*** *Отметить дугу на окружности:*

* *в неравенстве с косинусом*
* *справа от прямой, если знак неравенства «>» или «≥», если справа от прямой вся окружность,* ***то решение – все действительные числа****, если ни одной точки окружности,* ***то решений нет****;*
* *слева от прямой, если знак неравенства «<» или «≤», если слева от прямой вся окружность,* ***то решение – все действительные числа****, если ни одной точки окружности,* ***то решений нет****;*
* *в неравенстве с синусом*
* *выше прямой, если знак неравенства «>» или «≥», если выше прямой вся окружность,* ***то решение – все действительные числа****, если ни одной точки окружности,* ***то решений нет****;*
* *ниже прямой, если знак неравенства «<» или «≤»; если ниже прямой вся окружность,* ***то решение – все действительные числа****, если ни одной точки окружности,* ***то решений нет****;*
* *в неравенстве с тангенсом*
* *выше продолжения радиуса* ***до точки****, соответствующей повороту* ***на радиан,*** *если знак неравенства «>» или «≥»,*
* *ниже продолжения радиуса* ***до точки****, соответствующей повороту* ***нарадиан****, если знак неравенства «<» или «≤»;*
* *для котангенса*
* *правее продолжения радиуса* ***до точки****, соответствующей повороту на* ***0 радиан****, если знак неравенства «>» или «≥»,*
* *левее продолжения радиуса* ***до точки****, соответствующей повороту на* ***π радиан****, знак неравенства «<» или «≤».*

***5.*** *Указать на окружности* ***направленную дугу*** *соответствующую решению неравенства (направление от меньшего значения к большему* ***против часовой стрелки).***

***6.*** *Указать углы,* ***сумма или разность которых*** *будет соответствовать направленной дуге на окружности.*

***7****. Указать значения этих углов.*

***8.*** *Записать решение с учётом периода*

* ***2π радиан,*** *для неравенств, связанных с синусом или косинусом,*
* ***π радиан,*** *для неравенств, связанных с тангенсом и котангенсом (для этих неравенств на единичной окружности можно отметить соответствующее решение в оставшейся полуокружности, повторив решение через π радиан);*
* *включить в решение граница промежутков, если неравенство нестрогое и исключить, если строгое.*

***Замечание:*** *в неравенствах, связанных с тангенсом не входят в решение границы промежутка* ****** *и**; в неравенствах, связанных с котангенсом не входят в решение границы промежутка 0 и π.*

***9.*** *Если аргумент под знаком тригонометрической функции представлен сложным выражением, то обозначить это выражение другой переменной, например* ***α*** *или* ***φ,*** *решить полученное неравенство. Затем, выполнив обратную замену, провести необходимые преобразования, решая двойное неравенство (см. пример решения неравенства после схем).*