**Задача № 1.** Требуется огородить забором прямоугольный участок земли площадью в 294$м^{2}$ и разделить затем этот участок забором на две равные части. При каких линейных размерах участка длина всего забора окажется наименьшей?

**Задача № 2.** Прямоугольный лист жести имеет линейные размеры 5х8 дм. В четырех его углах вырезают одинаковые квадраты и делают открытую коробку, загибая края под прямым углом. Какова наибольшая вместимость полученной коробки?

**Задача № 3.** В прямоугольный треугольник с гипотенузой 24 см. и углом $60^{°}$ вписан прямоугольник, основание которого лежит на гипотенузе. Каковы должны быть длины сторон прямоугольника, чтобы его площадь была наибольшей?

**Задача № 4.** Две стороны параллелограмма лежат на сторонах треугольника, а одна из его вершин принадлежит третьей стороне. При каких условиях площадь параллелограмма является наибольшей?

**Задача № 5.** Среди равнобедренных треугольников с данной боковой стороной *а* найти треугольник наибольшей площади.

**Задача № 6.** Боковые стороны и меньшее основание трапеции имеют одинаковые длины – по 50 см. Найти размер ее большего основания, при котором площадь трапеции была бы наибольшей.

**Задача № 7.** Найти длины сторон прямоугольника наибольшей площади, вписанного в прямоугольный треугольник со сторонами 18, 24 и 30см. и имеющего с ним общий прямой угол.

**Задача № 8.** Определить длины сторон прямоугольника наибольшей площади, вписанного в прямоугольную трапецию с длинами оснований 24 и 8см. и длиной высоты 12см. (две вершины прямоугольника лежат на боковых сторонах трапеции, а две другие – на ее большем основании).

**Задача № 9.** Из пункта *А* на прогулку вышел пешеход со скоростью *v* км/час. После того как он отошел от *А* на 6км., из *А* следом за ним выехал велосипедист, скорость которого была на 9км/час больше скорости пешехода. Когда велосипедист догнал пешехода, они повернули назад возвратились вместе в *А* со скоростью 4 км/час. При каком значении *v* время прогулки пешехода окажется наименьшим?

**Задача № 10.** В равнобедренный треугольник с длинами сторон 15, 15 и 18см. вписан параллелограмм наибольшей площади так, что угол при основании у них общий. Найти длины сторон параллелограмма.

**Задача № 11.** В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площадью с периметром, равным 56см.

**Задача № 12.** Боковая сторона равнобедренной трапеции равна ее меньшему основанию. Каков должен быть угол при большем основании, чтобы площадь трапеции была наибольшей?

**Задача № 13.** Величина угла при вершине *А* трапеции *ABCD* равна $α$. Длина боковой стороны *АВ* вдвое больше длины меньшего основания *ВС*. При каком значении $α$ величина угла *ВАС* будет наибольшей?

**Задача № 14.** Найти косинус угла при вершине равнобедренного треугольника, имеющего наибольшую площадь при данной постоянной длине медианы, проведенной к его боковой стороне.

**Задача № 15.** Величина угла при основании равнобедренного треугольника равна $α$*.* При каком значении $α$ отношение длин радиусов вписанной и описанной окружностей является наибольшим? Чему равно наибольшее значение этого отношения?

**Задача № 16.** Какие размеры нужно придать радиусу основания и высоте открытого цилиндрического бака, чтобы при данном объеме *V* на его изготовление пошло наименьшее количество листового металла?

**Задача № 17.** Боковая грань правильной четырехугольной пирамиды имеет постоянную заданную площадь и наклонена к плоскости основания под углом $α$. При каком значении $α$ объем пирамиды является наибольшим?

**Задача № 18.** В правильную четырехугольную пирамиду с ребром основания *а* и высотой *Н* вписана правильная четырехугольная призма так, что ее нижнее основание лежит в основании пирамиды, а вершины верхнего основания – на боковых ребрах. Найти длину ребра основания и длину высоты призмы, имеющей наибольшую боковую поверхность.

**Задача № 19.** Боковое ребро правильной треугольной пирамиды имеет постоянную заданную длину и составляет с плоскостью основания угол $α$. При каком значении $α$ объем пирамиды является наибольшим?

**Задача № 20.** В правильной треугольной пирамиде боковая грань имеет заданную постоянную площадь и составляет с плоскостью основания угол $α$. При каком значении $α$ расстояние от центра основания пирамиды до ее боковой грани является наибольшим?

**Задача № 21.** В конус с заданным постоянным объемом вписана пирамида; в ее основании лежит равнобедренный треугольник, у которого величина угла при вершине равна $α$. При каком значении $α$ объем пирамиды является наибольшим?

**Задача № 22.** Образующая конуса имеет постоянную длину и составляет с высотой конуса угол $α$. В конус вписана правильная шестиугольная призма с равными длинами ребер (основание призмы лежит в плоскости основания конуса). При каком значении $α$ боковая поверхность призмы является наибольшей?

**Решение к задаче № 1.**

|  |  |
| --- | --- |
| Пусть *x* и *y* – линейные размеры участка, тогда площадь участка равняется *xy* = 294, а длина всего забора$l\left(x\right)=3x+2y=3x+\frac{588}{x}=\frac{3x^{2}+588}{x}$, где $x>0$.$l^{'}\left(x\right)=\frac{6x^{2}-3x^{2}-588}{x^{2}}=\frac{3\left(x-14\right)(x+14)}{x^{2}}=0 при x=14$.$l^{'}\left(x\right)<0 при x\in \left(0;14\right), l^{'}\left(x\right)>0 при x\in (14;+\infty )$, следовательно *х* = 4 – точка минимума. Так как *х* = 4 – единственный экстремум на $(0;+\infty )$, то в нем функция $l(x)$ и принимает свое наименьшее значение. Если *х* = 14, то $y=\frac{294}{14}=21$(м).*Ответ*: 14$×$21 м. |  *y* *x* *x x* |

**Решение к задаче № 5.**

|  |  |
| --- | --- |
| Пусть в равнобедренном$∆ABC AB=BC=a, ∠B=x, 0^{°}<x<180^{°}$; площадь этого треугольника $S\left(x\right)=\frac{1}{2}a^{2}\sin(x)$, $S(x)$ будет наибольшей при $\sin(x=1, x=90^{°})$.*Ответ*: равнобедренный прямоугольный треугольник с катетами *а*, *а*. |  *В* *х* *а а* *А С* |

**Решение к задаче № 14.**

|  |  |
| --- | --- |
| Пусть в $∆ABC, AB=BC, ∠ABD=α, AD=l$. По теореме косинусов $l^{2}=AB^{2}+BD^{2}-2AB∙BD\cos(α⇒AB^{2}=\frac{4l^{2}}{5-4\cos(α)}.)$ Площадь $S\_{∆ABC}=\frac{1}{2}AB^{2}\sin(α=\frac{2l^{2}\sin(α)}{5-4\cos(α)}=s\left(α\right), где 0<α<π)$. $S^{'}\left(α\right)=2l^{2}\frac{\cos(α(5-4\cos(α)-4sin^{2}α))}{(5-4\cos(α))^{2}}=2l^{2}\frac{5\cos(α-4)}{(5-4\cos(α))^{2}}=0$ при $\cos(α=\frac{4}{5})$$S^{'}\left(α\right)>0 при α\in \left(0;arccos\frac{4}{5}\right) и S^{'}\left(α\right)<0 при α\in \left(arccos\frac{4}{5};π\right)$. Таким образом, площадь $S(α)$ треугольника *АВС* будет наибольшей, если $\cos(α=\frac{4}{5})$.*Ответ*: $\frac{4}{5}$ |  *В*$α$ *D* *l* *А С* |