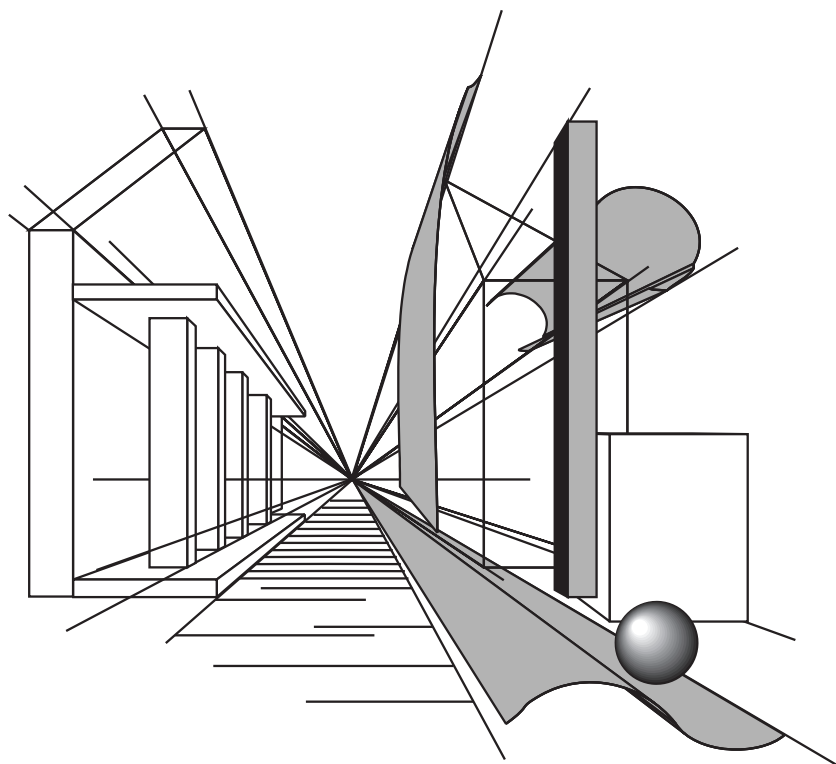


методические рекомендации



Компьютерный альбом

В.В. КУЛАГИНА, Г.Б. ШАБАТ

Введение в
компьютеризированный
курс планиметрии

УДК 514.112-37(07)
ББК 22.151.0я72
К70

В.В. Кулагина, Г.Б. Шабат

Компьютерный альбом «Введение в компьютеризированный курс планиметрии»: Методические рекомендации . – М.: Институт новых технологий образования. – 18 с. – (УМК «Живая Геометрия»).

Комплект **Изучение планиметрии с помощью программы «Живая Геометрия»** предназначен для компьютерной поддержки курса геометрии 7–9 классов средней школы.

Содержит методический комментарий «Введение в компьютеризированный курс», в котором обсуждаются общие перспективы компьютеризации преподавания геометрии и практические аспекты ведения уроков, а также 34 урока в электронном виде.

Представлен материал по темам: *треугольники (10 уроков), четырехугольники (10 уроков), площади (6 уроков), подобие (8 уроков)*.

Комплект адресован прежде всего учителям, имеющим возможность применять компьютерные технологии в преподавании школьной геометрии. Может представлять также интерес при домашнем обучении – для изучающих или повторяющих школьную математику на домашнем компьютере и их родителей.

Учебно-методический комплект «Живая Геометрия» рекомендован в качестве учебного пособия Московским комитетом образования.

Литературный редактор Г.А. Гухман
Компьютерная верстка Е.А. Сергеева

© Институт новых технологий образования

Живая Геометрия™ – зарегистрированная торговая марка Института новых технологий образования

Содержание

Что может дать компьютеризация уроков планиметрии?	4
О некоторых современных тенденциях в преподавании геометрии	4
Повышение качества чертежей	4
Распространение компьютерных технологий	4
Дестандартизация образования	5
Повышение требований к мотивированности	5
Повышение роли собственных наблюдений и размышлений учащихся	6
Методические установки авторов	7
Сочетание современных технологий и отечественных традиций	7
Дифференциация	7
Постепенность внедрения нетрадиционных методов преподавания	8
Критерии успешности применения новых технологий	8
Эмпирические и дедуктивные компоненты в освоении геометрии	9
Геометрия как экспериментальная наука	9
Геометрия и аксиоматические теории	9
Доказательства в школьной геометрии	10
Разрешимость геометрии	11
Координатизация	11
Отношения учащихся с геометрическими фигурами	12
Учащийся как творец	12
Учащийся как хозяин	13
Общие объекты, деформации, конфигурации	13
К методике преподавания планиметрии в среде ЖГ	14
Несколько общих принципов	14
Наши материалы и работа с ними	14
Теория	14
Построение общих объектов	14
Задачи	15
Эксперименты	15
Темы самостоятельных исследований	16
О работе учащихся с чертежами	16
Самопроверка	16
Самооценивание	16
Выявление затруднений	16
Самостоятельное исправление ошибок	16
Проверка и оценивание работ учащихся	17
Технология	17
Критерии	17
Литература	18

Что может дать компьютеризация уроков планиметрии?

О некоторых современных тенденциях в преподавании геометрии

Повышение качества чертежей

Многие современные тенденции в преподавании геометрии связаны с улучшением полиграфии. Отходят в прошлое неряшливо сделанные, приблизительные чертежи; и учителя, и учащиеся привыкают видеть, например, окружность *идеальной* линией постоянной кривизны на белоснежной бумаге или на экране компьютера. Все больше распространяются *цветные* чертежи, причем цвет выполняет как эстетические, так и информативные функции.

Последствия этого изменения многообразны и вряд ли в настоящее время полностью осознаны. Геометрия перестает противостоять искусству, как сухая теория – прекрасному. Появляется категория учащихся, которых не интересует, скажем, аксиоматическая структура евклидовой геометрии, но которым просто *нравятся* определенные сочетания фигур. В близком будущем следует ожидать оживления нетрадиционных *приложений* геометрии – например, к *живописи, дизайну, архитектуре* и т. п.

В чисто математическом плане мы можем рассчитывать на то, что хорошо известное специалистам снижение уровня подготовки выпускников 90-х годов (по сравнению, скажем, с выпускниками 60-х) может быть скомпенсировано лучшим развитием геометрического зрения, геометрической памяти. Авторы выражают надежду на то, что

привлекательность и наглядность чертежей в современных компьютерных средах смогут лечь в основу восстановления утраченного уровня.

Распространение компьютерных технологий

Компьютерные технологии играют еще большую роль в изменении содержания и стиля преподавания геометрии. Современный компьютерный чертеж выглядит, как традиционный, и, как правило, легко идентифицируется с традиционным (всякий, например, узнает теорему Пифагора на экране компьютера); однако он представляет собой качественно совершенно новое явление. Он тиражируем, деформируем, перемещаем и видоизменяем. Его элементы компьютерно измеряемы, а результаты этих измерений допускают компьютерную обработку.

Все это создает предпосылки для развития *компьютерного эксперимента*. Здесь опять возникает новая категория потенциально активных учащихся: в нее могут войти учащиеся, не обладающие выдающимися математическими способностями в традиционном смысле слова, но склонные к *наблюдениям*, многократным компьютерным проверкам *предположений* и т. д. Многих молодых людей может также привлекать разработка собственных инструментариев для более изощренных экспериментов: анимации, исследований в сферической геометрии и т. п.

Есть основания ожидать, что *благодаря компьютерным технологиям в ближайшие годы будут открыты новые факты в классической геометрии* (такое предположение несколько лет назад высказал А.Л. Семенов). Будут также переосмыслены и систематизированы известные (и малоизвестные) результаты /5, 6, 7/.

Дестандартизация образования

Характерные явления нашего времени – многообразие различных программ обучения, их *вариативность, дифференциация*.

В связи с этим увеличивается потребность в разных подходах к одним и тем же объектам, в самодостаточных и легко фрагментируемых элементах знаний, пригодных для модульной компоновки. Акцент переносится с авторитетных курсов (от Евклида до Погорелова) на геометрические явления как таковые.

Все больший интерес вызывают *индивидуализируемые* методики, при применении которых охват и скорость прохождения материала выбирается для каждого учащегося индивидуально, в соответствии с его способностями и интересами.

Как раз такого рода возможности доставляют компьютеризованные курсы типа Живой Геометрии – при условии, конечно, что они распространяются в сопровождении методических разработок, образцов чертежей, подборок задач и т. п.

Можно надеяться, что упомянутый выше переход от канонизированных курсов к замкнутым изложениям отдельных тем будет способствовать замене доминирующих сейчас заученных формулировок на осознание проверяемых фактов.

Повышение требований к мотивированности

Зачем мы это проходим? Повышение требований к мотивированности изучаемого материала органически связано с обсуждавшимися выше тенденциями. Для учащегося уже не является несомненной, скажем, необходимость заучивания свойств равнобедренной трапеции по той лишь причине, что *так положено* по программе.

Можно указать несколько естественных подходов к мотивации изучения геометрических вопросов.

Наиболее традиционной является *практическая* направленность некоторых разделов. Этот подход к мотивации по-прежнему актуален, но требует существенной модернизации. Ни площади колхозных полей, ни измерительные работы на местности не вызывают истинного интереса современных учащихся. Однако указанные выше нетрадиционные приложения могут иметь практическую направленность, могут быть понятны и интересны современным школьникам и эффективно реализуемы с помощью компьютерных технологий.

Для математически ориентированной части учащихся может быть привлекательна полнота, логическая завершенность отдельных разделов курса. Однако традиционный стиль преподавания, в том числе многочисленных “задач на доказательство” (в которых требуется, скажем, вывести одни немотивированные свойства рассматриваемых фигур из других) должен быть значительно изменен. Более привлекательно, по мнению авторов, рассмотрение *конфигураций*; например, вопрос о том, *какими величинами полностью определяется треугольник*, приводит к большей части стандартных теорем.

Наконец, некоторые разделы геометрии могут преподаваться в *общекультурной и исторической перспективе*. Убедительной причиной рассмотрения отдельных задач может быть то, что они изучались в другие эпохи, выдающимися личностями и т.п. Например, теорема Птолемея (вместе с ее историей и связью с современными исследованиями) может занять достаточно большую часть курса за счет изолированных, не связанных между собой общей идеей задач.

Технологии типа Живой Геометрии /3/ (далее – ЖГ) должны при таком подходе быть дополнены другими мультимедийными средствами: портретами выдающихся геометров, фотографиями первоисточников, памятниками эпох и т. п. В этой связи стоит подумать о современных курсах по истории геометрии, материалах о выдающихся геометрах, о лучших научных школах и т. п.

Повышение роли собственных наблюдений и размышлений учащихся

Многие идеологи современного образования считают, что факты, открытые учащимися самостоятельно, усваиваются ими лучше, чем преподнесенные учителем в готовом виде. Так, в некоторых школах США проектный метод почти вытесняет традиционные уроки.

Мы полностью поддерживаем повышение роли эксперимента в геометрии и предлагаем свои темы экспериментальной геометрии. Очень важную роль мы отводим генерации вопросов учащимися, формированию предположений, их подтверждению и (особенно!) опровержению. Однако

роль учителя, обучающего правильным умозаключениям, представляется нам по-прежнему центральной.

Методические установки авторов

Сочетание современных технологий и отечественных традиций

Современным технологиям присуща быстрая модернизация, не осложненная проблемами преемственности. Их распространение создает соблазн легкой смены методик, разработки многочисленных экспериментальных курсов и т. п.

Не стоит, однако, забывать о том, что советская школа, в течение десятилетий работавшая в едином стиле, по единой программе, по небольшому количеству учебников и основанная только на стандартных технологиях (карандаш–циркуль–линейка), обеспечивала общепризнанно высокий уровень подготовки учащихся.

Авторы считают, что

в современной российской школе должны быть усвоены ведущие мировые технологии, а отечественные традиции сохранены.

Дифференциация

Несколько упрощая, можно сказать, что преподавание геометрии в советской школе было ориентировано на недостижимый идеал равномерного и полного усвоения материала; признавались отдельные провалы средних учащихся и систематические провалы слабых.

Применение современных технологий дает возможность перейти от этого идеала к выработке индивидуализируемых учебных планов, в которых объем и темп проходимого учащимся материала зависит от его интереса к предмету, математического уровня, степени владения технологиями и т. п. Средних, слабых и незаинтересованных математикой учащихся можно избавить от чувства вины, от постоянного неуслеживания за логикой чужих рассуждений и бича систематического непонимания.

С другой стороны, от учащихся всех уровней можно требовать полной ответственности за их построения, *уверенности* в поведении созданных ими фигур.

Слабые учащиеся имеют возможность видеть и наблюдать то же, что и средние; лишь уровень понимания ими логических связей может быть ниже. Следует допускать, что они сделают меньше средних, но полностью *прочувствуют* происходящее.

Средние учащиеся, как правило, в состоянии полностью выполнить обязательные задания и иногда попробовать свои силы в дополнительных.

Для сильных учащихся возникает возможность быстро выполнить необходимый минимум и высвободить время для задач повышенной трудности и собственных исследований.

Постепенность внедрения нетрадиционных методов преподавания

Мы считаем, что *резкие смены* стиля и содержания преподавания геометрии, которые могут сопровождать безоглядное внедрение новых технологий, таят в себе такие опасности, как нарушение преемственности преподавания, отрыв учащихся от уровня понимания их сверстниками, размывание стандартов и т. п.

По нашему мнению, новые технологии следует внедрять в практику *постепенно*, начиная с небольшого количества экспериментальных классов и наряду с традиционными занятиями. Результаты прохождения материала с использованием новых технологий надо систематически оценивать как относительно поставленных задач, так и прямым сопоставлением с результатами только традиционного обучения.

При дальнейшей модернизации традиционных курсов необходимо хотя бы некоторое время сохранять *основные разделы* (но, возможно, освещать их по-новому).

Традиционный *стиль* преподавания может быть скорректирован в сторону более критического отношения к осваиваемому материалу. Должны развиваться навыки экспериментальной проверки изучаемых положений, иллюстрирования понятий теорем, составления иллюстрированных и полных компьютерных “шпаргалок” и т.п.

Требования к учащимся следует повышать также постепенно (разумеется, с учетом высказанных выше соображений о дифференциации). У нас нет оснований рассчитывать на быстрое повышение математического уровня школьников; однако мы вправе ждать некоторой отдачи от использования современных технологий. Прежде всего, правильных и понятных чертежей можно требовать даже от слабейших. Здесь полезно напомнить, что современные технологии дают широкие возможности усовершенствования чертежей – без мучительного и низкоэффективного переделывания. Возможны также многократные обмены чертежами с учителем (оставляющим на чертежах *устраняемые* замечания и пожелания), хранение нескольких вариантов одного и того же чертежа и т.п. Даже учащийся, неспособный к полному усвоению доказательств геометрических фактов, должен достаточно уверенно чувствовать себя хотя бы в том, что касается *поведения его собственных чертежей*. Появляется возможность добиваться от учащихся точных и грамотных письменных формулировок (по крайней мере, *констатирующих* то, что они *видят*); как и чертежи, их следует переделывать столько раз, сколько требуется.

Критерии успешности применения новых технологий

Один из важнейших критериев лежит в *эмоциональной* сфере. Можно утверждать, что применение технологий уже что-то дало учащемуся, если он (иногда нарушая правила поведения в классе...) издает довольные звуки, гордо показывает свои творения товарищам, если его трудно в конце урока отправить на перемену и т. д.

Обычные школьные показатели, например *оценки*, тоже являются относительно надежными критериями усвоения материала. По-видимому, применять их надо интегрально: не следует ожидать, что *любой* троечник, почувствовавший благодаря

технологиям вкус к геометрии, сразу начнет получать четверки. Однако разумно ожидать, что хорошее внедрение новых технологий приведет к *повышению успеваемости в классе в целом*.

Наиболее серьезная категория критериев связана с *набором навыков*, приобретаемых учащимися. Способны ли они построить окружность, описанную около треугольника? Легко ли могут экспериментально проверить теорему Пифагора? Усомнившись в своем ответе или в формулировке задачи на доказательство, в состоянии ли в результате последовательности осмысленных действий увериться в собственной ошибке или в некорректности формулировки?

Разработка тестирующих материалов с целью проверки указанных навыков требует довольно большой работы и пересмотра понятия усвоения: от способности *точно воспроизвести формулировки* к способности *осмысленно повторить аналогичные действия*.

Эмпирические и дедуктивные компоненты в освоении геометрии

Геометрия как экспериментальная наука

Тот факт, что геометрия возникла из земных измерений, подчеркивается почти во всех курсах геометрии; в советских курсах при этом особенно настойчиво проводилась мысль о прикладной ценности геометрических знаний. Не будем оспаривать традиционные положения, но отметим сомнительность практического аспекта знания подавляющей части конкретного геометрического материала современных курсов. Заметим, однако, что за утверждениями о том, что геометрия начиналась с практически ценных фактов (за которыми сразу шли Фалес с Евклидом) теряется гораздо более важное для преподавания положение об *экспериментальном* характере геометрии.

Классическая геометрия является наукой о построениях циркулем и линейкой; она состоит из проверяемых фактов. Истинность большинства положений геометрии проверяема опытным путем.

Новые компьютерные технологии ведут к поистине революционному перевороту в возможностях геометрических экспериментов.

Геометрия и аксиоматические теории

Вместе с тем именно на геометрии вырабатывались идеалы аксиоматических теорий. Более того, самый древний из дошедших до нашего времени последовательный математический курс – “Начала” Евклида /2/ – является курсом геометрии, и именно его первые восемь книг до самых последних лет воспроизводились почти во всех современных курсах разных стран. (Воспользуемся случаем отметить, что виртуозные вычисления длин ребер правильных многогранников, проведенные Евклидом в последних книгах “Начал”, находятся далеко за пределами возможностей современных школьников.)

В результате несравненного авторитета “Начал” у геометрии образовалась репутация наидедуктивнейшей из наук. В течение веков среди нематематиков сложилась убежденность в том, что

дело геометра – придумывать цепочки умозаключений, дело преподавателя геометрии – учить воспроизводить эти цепочки.

Современные реформаторы образования стоят перед трудной дилеммой. При всех недостатках традиционного преподавания геометрии за ним – тысячелетний опыт, давший в последние века блестящие результаты (количество выдающихся математиков, начиная с европейского возрождения и вплоть до самых последних десятилетий, неуклонно росло). Поэтому необходимо очень основательно взвесить плюсы и минусы перед радикальным отказом от традиций. С другой стороны, надо когда-то научиться показывать учащимся экспериментальную суть геометрии, принципиальную проверяемость ее положений.

Доказательства в школьной геометрии

Они заучиваются и спрашиваются в (русской) школе более, чем на каком-либо другом предмете. Однако мы считаем весьма иллюзорным представление о том, что среднестатистический школьник в результате этого заучивания действительно осваивает дедуктивные рассуждения.

Сравним три утверждения:

Пушкин – великий поэт.

Ленин – гениальный вождь пролетариата.

Сумма квадратов катетов прямоугольного треугольника равна квадрату его гипотенузы.

Общим между ними является то, что в них **не положено сомневаться** (в двух – в определенные исторические эпохи, в третьем – никогда).

Только одно из них *доказуемо* – но лишь сильнейшие учащиеся овладевают доказательствами настолько, что *перестают сомневаться* в утверждении после того и только после того, как *поймут* (а не просто выучат) доказательство.

Мы хотим подчеркнуть, что из рассматриваемых утверждений лишь третье *проверяемо* – столько раз, сколько нужно для полного снятия сомнений. И программа ЖГ является идеальным средством для проверок такого рода.

Сознательное построение цепочек несомненных умозаключений – абсолютно необходимый навык современного школьника.

Теоретически компьютерные технологии могут служить развитию этого навыка: верность промежуточных положений может автоматизированно проверяться уже сейчас, корректность их сцеплений – в будущем.

На практике же слишком велик соблазн отрыва дедуктивных навыков от эмпирических (школьник – добросовестный экспериментатор, но воспроизводит те рассуждения, которые от него ждет учитель, и в той форме, к которой его старались приучить).

Необходимость выбора области знаний для обучения школьника безупречным рассуждениям несомненна. Однако то, что именно геометрия является такой областью – не непреложная истина.

Разрешимость геометрии

Компьютерные технологии многообразны и вовсе не сводятся к обсуждавшимся выше. Наиболее амбициозные из них (связанные с метафорой *мыслящей машины*) отражают мечты двоечника об устройстве, которое возьмет рассуждения *на неинтересные темы* на себя (варианты: будет рассуждать быстрее, надежнее, ...). В силу теоремы Геделя о неполноте это – мечта о скатерти-самобранке. Если же ограничиться классической геометрией, мечта двоечника выполнима!

В то же время, после решения Ю.В. Матиясевичем 10-й проблемы Гильберта мы знаем, что в арифметике мечта двоечника невыполнима даже теоретически!

Координатизация

Разрешающая процедура евклидовой геометрии нереалистична по времени. Однако имеется универсальный прием решения геометрических задач, который нереален при ручных действиях, но приведет к быстрым успехам при *уже имеющихся* технологиях!

Речь идет, разумеется, о координатизации. Она сводит доказательство подавляющей части геометрических утверждений к проверке алгебраических тождеств; эта проверка нереалистична вручную, но в секунды осуществляется компьютерными системами типа *Derive*.

Выводы

- 1. Для развития дедуктивных навыков в преподавании геометрии необходимы совершенно новые методики.**
- 2. Пора искать методики для развития дедуктивных навыков вне геометрии.**

Отношения учащихся с геометрическими фигурами

Учащийся как творец

Учащийся, *создавший* геометрическую фигуру, относится к ней не так, как если ему ее просто дали в готовом виде или определили. Он помнит момент творения (пустой экран), знает, с чего начинался объект. Сильный учащийся отчетливо понимает структуру связей между элементами чертежа, слабый – догадывается, что произойдет с чертежом, если пошевелить его отдельные элементы.

Учащийся сам, в соответствии *со своим вкусом*, размещает чертеж на экране; назначает, каким элементам его конструкции быть видимыми, а каким – нет, каким – поименованными, каким – безымянными. Он выбирает цвета, толщины линий, насыщенность штриховок, может сопровождать свои построения пояснениями, шуточными надписями – выбирая для них шрифты, размеры и расположение, и т. п.

Затратив значительные усилия на создание чертежа, добившись того варианта, который его устраивает, учащийся начинает *ценить* свою работу – а, следовательно, и *созданные* им объекты.

Если созданный учащимся чертеж связан с интересными, содержательными явлениями, то учащийся (по крайней мере, обладающий математическими дарованиями) будет думать о своем творении, у него будут возникать вопросы, на которые удобнее всего отвечать с помощью дальнейших действий над творением. Именно так учащиеся вовлекаются в научную работу.

Учащийся как хозяин

Никакие решения творца геометрических фигур не окончательны. Учащийся имеет возможность менять внешний вид фигуры, сопровождать ее новыми надписями и т. п. Сопутствующее *понимание* достигается продолжительными экспериментами с чертежами, деформациями, измерениями и сравнениями.

Наиболее же важно, разумеется, то, что учащийся практически никогда не работает с каким-то единственным, скажем треугольником, а всегда – с целым их *семейством*. Соответствующие определения находятся за пределами школьных курсов; но геометрическая *интуиция* ребенка, который может с помощью одного движения мышки посмотреть на целую *кривую* треугольников (т. е. на целое однопараметрическое семейство треугольников), развивается гораздо лучше, чем у ребенка, лишённого такой возможности.

Особенно хорошие возможности связаны с развитием понятий *обобщения* и *специализации*. Чертеж обладает каким-то заинтересовавшим учащегося свойством; сохранится ли это свойство при деформациях чертежа? Освоено какое-либо свойство параллелограмма; что с ним происходит, когда параллелограмм превращается в ромб?

Общие объекты, деформации, конфигурации

Переход от статической геометрии к динамической меняет объекты исследования не меньше, чем переход от чисел к функциям. Учащийся реально работает с *конфигурациями*. По существу, он перемещается по вещественному алгебраическому многообразию произвольной размерности.

Становится реальностью использование методики Поля /4, гл. 1, с. 25-38 и гл. 6, с. 160-167/.

И, наконец, следует научить ребенка понятию *общего* объекта. Он должен понимать, что *данный треугольник может превратиться в любой, существующий в природе*. Он должен уметь работать с чертежами, в которых данный параллелограмм превращается в любой, создавать чертежи с *общим* ромбом и т. п.

К методике преподавания планиметрии в среде ЖГ

Несколько общих принципов

Каждая обсуждаемая фигура изображается на экране компьютера.

Все положения, допускающие прямую проверку (равенство длин и углов, нахождение точки на линии, пересечения линий в одной точке и т. п.), обязательно проверяются.

Учащиеся сопровождают решение каждой задачи анализом того, насколько формулируемые ими положения выдерживают вариации исходных элементов чертежей.

Учащиеся работают только с компьютером, не ведя никаких записей ни в тетрадях, ни на листочках.

Все результаты работы хранятся в виде грамотно оформленных чертежей в грамотно структурированных директориях.

Желательна организация личных дискет учащихся, на которых все материалы работы дублированы. Следует формировать отношение учащихся к этим дискетам как к электронным тетрадям.

Наши материалы и работа с ними

Теория

Основные теоремы, относящиеся к темам уроков, включены в наши материалы. Компьютерные чертежи приложены к текстам, непосредственно заимствованным из учебника Атанасяна. Основное назначение этих чертежей – “быть под рукой” на всякий случай; однако всматривание в чертежи, их сопоставление с формулировками и, особенно, вариации элементов чертежей могут привести учащихся к углубленному пониманию теорем.

Построение общих объектов

Предполагается, что при переходе к изучению любого нового класса объектов каждый учащийся строит, *создает* соответствующий общий объект (см. с. 12). Например, общая трапеция – это такой четырехугольник в среде ЖГ, который при любых вариациях исходных элементов остается трапецией и при этом может принимать формы всех трапеций. Мы прилагаем все общие объекты в качестве образцов для работы учащихся; следует обратить внимание на то, что общие объекты могут строиться *многими различными способами*.

Задачи

Обязательные задачи подобраны в нашем курсе в расчете на *среднего* учащегося. Если учащийся уверенно владеет компьютером и хорошо знаком с ЖГ (на это знакомство уходит 3-4 урока), то он справляется с обязательной частью наших заданий сравнительно легко. У него остается время на неторопливое, вдумчивое оформление чертежей, их логическое, стилистическое и эстетическое усовершенствование. У среднего учащегося также обязательно должно оставаться время для работы над ошибками.

Для *слабых* учащихся выполнение всех обязательных заданий возможно окажется затруднительным. Мы не рекомендуем учителю настаивать на решении ими *всех* задач; однако *некоторые* должны быть решены (по крайней мере на экспериментальном уровне) полностью. Следует с особым вниманием относиться к *пониманию условий задач* слабыми учащимися; один из очень надежных критериев состоит просто в способности учащегося средствами ЖГ *изобразить* условие. Кроме того, анализ затруднений учащихся часто позволяет яснее, чем на традиционных уроках (*когда он не может чего-то повторить...*), выявить обычные математические пробелы.

В развитии отношений класса с геометрией очень важна та стадия, на которой даже самые слабые учащиеся начинают чувствовать, что их фигуры ведут себя *понятным* для них, *предсказуемым* образом. Это чувство может оказаться предпосылкой для преодоления страха учащихся перед математикой, неприятия предмета и чувства бессилия.

Что же касается *сильных* учащихся, то с обязательными задачами они, как правило, справляются очень быстро. Желательно заинтересовать их *дополнительными задачами* и *темами для самостоятельных исследований* (см. ниже) настолько, чтобы они, не отвлекаясь, стремились как можно быстрее до них добраться. В некоторых случаях сильных учащихся можно освобождать от заведомо легких для них задач (особенно однотипных) с целью высвобождения их времени для более продвинутых рассуждений.

Дополнительные задачи. Для сильных учащихся среда предоставляет уникальные возможности попробовать свои силы в отдельных задачах повышенной трудности. В большинстве своем они заимствованы нами из учебника Атанасяна /1/.

Эксперименты

Наши предложения по проведению экспериментов в среде ЖГ также относятся к “дополнительной” школьной деятельности, но отнюдь не являются трудными. Наоборот, многие из них могут быть рекомендованы самым слабым учащимся. Как правило, эти эксперименты не имеют “бумажных” аналогов; в них существенно используются возможности ЖГ.

Темы самостоятельных исследований

Наконец, наиболее рекомендуемый нами вид деятельности сильных учащихся – самостоятельные систематические исследования, вплоть до выхода на научный уровень. Мы намечаем начальные шаги таких исследований; все они могут быть продолжены. Главное отличие *тем* от трудных задач заключается в том, что каждый успех в исследованиях порождает новые вопросы, и увлеченный учащийся постепенно превращается в *специалиста*.

О работе учащихся с чертежами

Самопроверка

Живая Геометрия дает широкие возможности для *самопроверки* учащимися. Все утверждения о размерах элементов чертежей проверяемы, а соотношения между величинами очевидны; конфигурации не должны разваливаться при вариациях и т. п.

Значительные усилия педагогов должны быть направлены на развитие у учащихся *критического отношения* к собственным работам, привычки пытаться преодолевать затруднения до обращения к учителю.

Самооценка

Работу следует организовать так, чтобы ее суть не заслонялась погоней учащегося за хорошей оценкой или за похвалой учителя. Одна из основных целей состоит в том, чтобы учащийся научился составлять

собственное суждение о том, решена ли им задача.

При всей очевидности этого пожелания его выполнения нелегко добиться. Возможно, его выполнения и вообще нельзя добиться в задачах на доказательство (ведь *доказательство*, увы, правильно тогда и только тогда, когда его *признал учитель...*); однако в среде ЖГ безусловно можно добиться ответственной самооценки решений задач на *построение* и на *вычисление*.

Выявление затруднений

Работая в среде ЖГ, учащийся приобретает возможности осознания своих затруднений, не имеющие никаких аналогов на традиционных уроках. Типичные примеры: “я вижу, что эти отрезки равны, а почему – не понимаю”, “на прошлом уроке у меня эти лучи пересекались в одной точке, а сейчас – не пересекаются” и т. п.

Самостоятельное исправление ошибок

От развитых навыков самостоятельного осознания затруднений сравнительно недалеко до самостоятельного же их преодоления. Учащийся может попытаться повторить те же действия на новом чертеже, проявить внимание к частным случаям, когда требуемое утверждение выполняется, и проанализировать нарушения и т. д.

Проверка и оценивание работ учащихся

Технология

Замечания преподавателя фиксируются на чертежах специальным *“учительским”* шрифтом (аналогом красных чернил...). В отличие от традиционных тетрадей, эти замечания, как правило, не должны быть направлены на констатацию ошибок учащегося или пробелов в его знаниях; вместо этого замечания должны содержать *конструктивные предложения* по доработке или переработке чертежа. Вклад преподавателя “дарится” учащемуся и в дальнейшем неотделим от работы учащегося.

В контакте с преподавателем информатики учащиеся должны приучиться правильно организовывать активные директории, архивы, освоить систематический обмен чертежами и т. п.

Критерии

К традиционным критериям здесь добавляются некоторые новые. *Содержательно-математические* критерии в основном совпадают с традиционными. *Компьютерные* связаны со спецификой структуры чертежей в ЖГ (взаимная зависимость элементов чертежей, организация степеней свободы и т. п.). *Эстетико-стилистические* связаны со степенью использования учащимся выразительных возможностей ЖГ – выделением и подчеркиванием главных элементов, прятанием вспомогательных, ясными и грамотными пояснениями.

Литература

1. Атанасян Л.С. Геометрия 7-9. – М.: Просвещение, 1990.
2. Евклид. Начала. – М-Л.: Гостехиздат, 1948-1950.
3. Живая Геометрия: Пособие для учителя и ученика. – М.: ИНТ, 1995.
4. Дж. Пойа Математическое открытие. – М.: Наука, 1976.
5. Розов Н.Х., Савин А.П. Компьютер и геометрия // Квант. – 1994. – №4. – С. 12-13.
6. Розов Н.Х., Савин А.П. Лабораторные работы ... по геометрически? Да! // Математика в школе. – 1994. – №6. – С. 52-54.
7. Шабат Г.Б. Живая геометрия на экране вашего компьютера // Монитор. – 1995. – № 3. – С. 116-119.