

**Г.А. АДЖЕМЯН**

**Занимательные  
задания в среде  
Живая Геометрия**



*Г.А. Аджемян*

**Занимательные задания в компьютерной среде Живая Геометрия.** — М.:  
Институт новых технологий образования. — 85 с. (УМК “Живая Геометрия”).

Рецензент д-р физ-мат. наук Г.Б. Шабат

Настоящий сборник задач входит в учебно-методический комплект *Живая Геометрия*. Представляет собой подборку из 164 задач для учащихся 5–6 классов, работа с которыми позволит повысить мотивацию детей к познавательно-продуктивной деятельности, развить геометрическое мышление и научить применять современную вычислительную технику для решения разнообразных задач.

Материалы сборника были успешно апробированы в средней школе № 1012 Западного округа г. Москвы.

Учебно-методический комплект “Живая Геометрия” рекомендован в качестве учебного пособия Московским комитетом образования.

Литературный редактор – Г.А. Гухман

Компьютерная верстка – М.А. Лесенкина

Руководитель редакционно-издательского отдела – В.С. Кузнецов

© Аджемян Г.А.

© Институт новых технологий образования

Живая Геометрия™ – зарегистрированная торговая марка Института новых технологий образования

# Содержание

<b>Предисловие .....</b>	<b>7</b>
<i>Тема.</i> <b>Отрезок. Длина отрезка .....</b>	<b>9</b>
Задание 1 .....	9
Задание 2 .....	9
Задание 3 .....	10
Задание 4 .....	10
Задание 5* .....	10
Задание 6 .....	11
<i>Тема.</i> <b>Ломаная .....</b>	<b>11</b>
Задание 7 .....	11
Задание 8 .....	12
Задание 9 .....	12
Задание 10 .....	13
<i>Тема.</i> <b>Луч. Прямая. Отрезок .....</b>	<b>13</b>
Задание 11 .....	13
Задание 12 .....	13
Задание 13 .....	14
Задание 14 .....	14
Задание 15 .....	15
Задание 16 .....	15
Задание 17 .....	16
<i>Тема.</i> <b>Треугольник .....</b>	<b>16</b>
Задание 18 .....	16
Задание 19 .....	17
Задание 20 .....	17
Задание 21 .....	17
Задание 22* .....	18
<i>Тема.</i> <b>Прямоугольник .....</b>	<b>18</b>
Задание 23 .....	18
Задание 24 .....	18
Задание 25* .....	19
Задание 26* .....	19
Задание 27* .....	20
<i>Тема.</i> <b>Площадь и периметр многоугольника .....</b>	<b>20</b>
Задание 28 .....	20
Задание 29 .....	21
Задание 30 .....	21
Задание 31 .....	22
Задание 32* .....	23
Задание 33* .....	23
Задание 34 .....	23
<i>Тема.</i> <b>Равенство фигур. Площадь многоугольника .....</b>	<b>24</b>
Задание 35 .....	24
Задание 36 .....	24
Задание 37* .....	24
Задание 38 .....	24
<i>* Тема.</i> <b>Осевая симметрия .....</b>	<b>25</b>
Задание 39 .....	25

Задание 40 .....	26
Задание 41 .....	26
Задание 42 .....	27
Задание 43 .....	27
<b>* Тема. Осевая и центральная симметрия .....</b>	<b>28</b>
Задание 44 .....	28
Задание 45 .....	28
Задание 46 .....	28
Задание 47 .....	29
Задание 48 .....	29
Задание 49 .....	30
Задание 50 .....	30
Задание 51 .....	30
Задание 52 .....	31
Задание 53 .....	31
Задание 54 .....	32
Задание 55* .....	32
Задание 56 .....	32
Задание 57 .....	33
Задание 58 .....	33
Задание 59* .....	33
Задание 60 .....	33
<b>Тема. Окружность .....</b>	<b>34</b>
Задание 61 .....	34
Задание 62 .....	35
Задание 63 .....	36
Задание 64 .....	36
Задание 65 .....	37
Задание 66 .....	37
Задание 67 .....	38
Задание 68 .....	38
Задание 69* .....	38
Задание 70 .....	39
Задание 71 .....	39
Задание 72 .....	40
Задание 73 .....	41
Задание 74 .....	41
<b>Тема. Угол .....</b>	<b>42</b>
Задание 75 .....	42
Задание 76 .....	42
Задание 77 .....	42
Задание 78 .....	43
Задание 79* .....	43
Задание 80 .....	44
Задание 81 .....	45
Задание 82 .....	45
Задание 83 .....	46
Задание 84 .....	46
Задание 85 .....	46
Задание 86 .....	47
Задание 87 .....	47
Задание 88* .....	48

<b>Тема. Биссектриса угла .....</b>	<b>48</b>
Задание 89 .....	48
Задание 90 .....	49
Задание 91 .....	49
Задание 92 .....	50
Задание 93* .....	50
Задание 94 .....	50
<b>* Тема. Алгоритмы построения геометрических фигур .....</b>	<b>51</b>
Задание 95 .....	51
Задание 96 .....	51
Задание 97 .....	52
Задание 98 .....	52
Задание 99 .....	52
Задание 100 .....	53
Задание 101 .....	53
<b>* Тема. Замечательные точки треугольника .....</b>	<b>54</b>
Задание 102 .....	54
Задание 103 .....	54
Задание 104 .....	55
Задание 105 .....	55
<b>* Тема. Разное .....</b>	<b>56</b>
Задание 106 .....	56
Задание 107 .....	57
Задание 108 .....	57
Задание 109 .....	57
Задание 110 .....	58
Задание 111 .....	59
Задание 112* .....	59
Задание 113 .....	60
Задание 114* .....	60
Задание 115 .....	61
Задание 116 .....	61
Задание 117 .....	62
Задание 118 .....	62
<b>* Тема. Движение фигур и их траектория .....</b>	<b>63</b>
Задание 119 .....	63
Задание 120 .....	64
Задание 121 .....	64
Задание 122 .....	65
Задание 123 .....	65
Задание 124 .....	66
Задание 125 .....	66
Задание 126 .....	67
Задание 127* .....	67
Задание 128 .....	68
Задание 129 .....	68
Задание 130 .....	69
Задание 131 .....	69
Задание 132 .....	70
Задание 133 .....	70
Задание 134* .....	71

<b>* Тема. Орнаменты .....</b>	<b>72</b>
Задание 135 .....	74
Задание 136 .....	75
Задание 137 .....	75
Задание 138 .....	76
Задание 139 .....	77
Задание 140 .....	77
Задание 141 .....	77
Задание 142 .....	78
Задание 143 .....	78
<b>1. Работы Аджемян Нарине и Павиной Ксении .....</b>	<b>79</b>
Задание 144 .....	79
Задание 145 .....	79
<b>2. Работы Доброва Кирилла и Кузина Дениса .....</b>	<b>80</b>
Задание 146 .....	80
Задание 147 .....	80
<b>3. Работы Арутюнян Лилит и Комиссаровой Марины .....</b>	<b>80</b>
Задание 148 .....	80
Задание 149 .....	81
<b>4. Работы Доброва Димы и Кузина Миши .....</b>	<b>81</b>
Задание 150 .....	81
Задание 151 .....	81
<b>5. Работы Гаврилина Димы, Авдеева Саши и Соколова Паши .....</b>	<b>82</b>
Задание 152 .....	82
Задание 153 .....	82
<b>6. Работы Зарубина Алеши и Руденко Алеши .....</b>	<b>82</b>
Задание 154 .....	82
Задание 155 .....	83
<b>7. Работы Николенко Дениса и Агафонова Ильи .....</b>	<b>83</b>
Задание 156 .....	83
Задание 157 .....	83
<b>8. Работы Соколова Саши и Шевчука Ивана .....</b>	<b>84</b>
Задание 158 .....	84
Задание 159 .....	84
<b>9. Работы Седовой Софии и Романца Бориса .....</b>	<b>84</b>
Задание 160 .....	84
Задание 161 .....	85
<b>10. Работы Палиловой Ольги и Голумеева Володи .....</b>	<b>85</b>
Задание 162 .....	85
Задание 163 .....	85
<b>11. Самостоятельная работа .....</b>	<b>85</b>
Задание 164 .....	85

## Предисловие

В настоящем сборнике предлагаются задания, которые выполняются без особого труда, но с интересом и с большой пользой для усвоения геометрических знаний в компьютерной среде *Живая Геометрия*.

Несколько слов об этой программе.

Она представляет собой компьютерное средство для работы с чертежами и исключительно проста в освоении. Программа ориентирована на среднюю школу (5–9 классы), а также на педагогические вузы. Она является русской версией известной американской программы «Geometer's Sketchpad», разработанной Николасом Джакивом из фирмы Key Curriculum Press. Русская версия создана Институтом новых технологий образования. Использование программы *Живая Геометрия* позволяет сделать процесс обучения интересным и наглядным, развивает творческую деятельность учащихся, их абстрактное и логическое мышление.

Главное достоинство программы *Живая Геометрия* не только в наглядности самих объектов изучения, но и в том, что их можно преобразовывать. Возможность непрерывно менять объекты (двигать, поворачивать, растягивать, отражать, накладывать, менять их цвет и т.д.) вызывает у учеников сильные эмоции: удивление, восторг и радость.

В предлагаемом сборнике содержится 164 задания, в которых автор стремится не столько сообщить новые сведения, сколько оживить и освежить простейшие факты из геометрии, уже известные из курса математики (от начальной школы до 6-го класса).

Цель сборника – повысить мотивацию познавательно-продуктивной деятельности, развить геометрическое мышление и научить применять современную вычислительную технику для решения разнообразных задач.

Задания распределены по темам. В разделах «Отрезок. Длина отрезка», «Ломаная», «Луч. Прямая. Отрезок», «Треугольник», «Прямоугольник», «Площадь и периметр многоугольника», «Равенство фигур. Площадь многоугольника», «Окружность», «Угол», «Биссектриса угла» ученик в среде *Живая Геометрия* строит уже знакомые ему геометрические фигуры и исследует их.

Новым для него в этом сборнике является наблюдение за фигурой при ее движении по чертежу, во время которого ученику приходится подмечать какие-то закономерности и делать обоснованные выводы из наблюдений.

Программа *Живая Геометрия* имеет простой интерфейс и позволяет создавать красочные, легко варьируемые чертежи, осуществлять операции над ними и производить необходимые измерения.

В некоторых заданиях сборника предлагаются готовые чертежи, используя которые нужно самостоятельно проводить собственные исследования и делать необходимые выводы, а в большинстве случаев

требуется заниматься самостоятельным моделированием геометрических объектов и их исследованием в движении.

Задания разноуровневые. Они рассчитаны на учащихся 5–6 классов, но и старшеклассники в своей работе будут их использовать с удовольствием.

В сборнике также представлены такие задания экспериментального характера, исследование которых выходит за рамки 5–6 классов, они рассчитаны на более способных учеников. Эти темы отмечены звездочкой: «Осевая симметрия»; «Осевая и центральная симметрия»; «Алгоритмы построения геометрических фигур»; «Замечательные точки треугольника»; «Разное»; «Движение фигур и их траектория»; «Орнаменты». Почти во всех заданиях приведены алгоритмы построения рисунков, поэтому каждый ученик может осилить любое задание со звездочкой, если очень захочет!

Развитию геометрической интуиции служат задания из темы «Движение фигур и их траектория» на определение «следа» движущейся точки или объекта. Задание 134 посвящено очень красивой кривой – кардиоиде.

Раздел «Орнаменты» – самая увлекательная и творчески развивающая часть сборника: здесь ученику приходится применять все свои умения и навыки в построении геометрических фигур для создания красивых узоров. В качестве примеров в сборнике приведены проектные работы детей 5 класса школы №1012 г. Москвы.

В некоторых заданиях автор предлагает готовые орнаменты с алгоритмами построения, чтобы научить строить их, а в других заданиях – готовые узоры без алгоритмов построения. В этих случаях ученику придется подумать и догадаться, как построить предлагаемый орнамент.

Самыми интересными являются задания, где требуется придумать свои узоры. Здесь каждому ученику представляется возможность показать свои способности.

Автор надеется, что выполнение заданий, помещенных в сборнике, будет способствовать формированию у учеников элементов исследовательских навыков, умению думать, развитию интуиции и творчества, а самим ученикам доставит большое удовольствие.

Автор выражает благодарность за помощь в работе с детьми старшему методисту ИНТ, доктору физико-математических наук, профессору Г.Б. Шабату.

Особую благодарность за помощь при составлении данного сборника автор выражает своей дочери и ученице Нарине Аджемян.

Данный сборник является первой работой автора, поэтому он будет признателен всем тем, кто захочет высказать замечания и предложения по доработке материалов. Просьба присылать их по адресу: Москва, Родниковая ул., дом 20, корпус 1, школа 1012, Аджемян Гаяне Ашотовне или по электронной почте: sch1012.edu@mtu-net.ru



# Тема. Отрезок. Длина отрезка

## Задание 1

---

Отметьте две точки (инструментом **Точка**). Соедините их с помощью команды **Отрезок**.

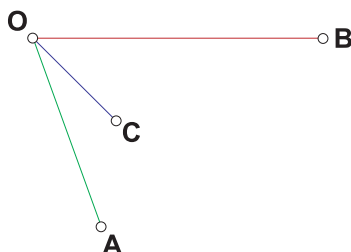
1. Измерьте длину отрезка (меню *Измерение*, команда **Длина**).
2. Увеличьте длину данного отрезка (подвиньте правый конец отрезка направо, до конца чертежного листа). Измерьте его новую длину.
3. Уменьшите длину данного отрезка до нуля (приблизьте правый конец отрезка к левому концу). Какая фигура получилась?
4. Постройте отрезок  $AB$ . Измерьте его длину. Выделив отрезок  $AB$ , подвигайте его по чертежному листу. Изменилась ли при этом движении длина отрезка  $AB$ ? Почему?
5. Подвигайте концы отрезка  $AB$  по чертежу. Какие изменения с результатом измерения вы наблюдали при этом движении? Что показывают эти изменения? Можно ли сказать, что сколько новых измерений, столько и отрезков? Обоснуйте свой ответ.

## Задание 2

---

Постройте рис. 1.

Рис. 1



1. Измерьте длину каждого отрезка.
2. Какой из них самый короткий, а какой самый длинный?
3. Подвигайте точки  $A$  и  $C$  так, чтобы длины отрезков  $OA$  и  $OC$  не изменились. Наложите отрезки  $OA$  и  $OC$  на отрезок  $OB$  и постройте соответственно отрезки  $CA$ ,  $CB$  и  $AB$ .
4. Измерьте длины отрезков  $CA$ ,  $CB$  и  $AB$ . Что показывают результаты измерения?
5. Можно ли на данном рисунке отрезки  $OA$ ,  $OC$  и  $OB$  расположить так, чтобы получилась **ломаная**? (Ломаной называют последовательно соединенные отрезки, где каждый следующий начинается там, где кончается предыдущий.)

### Задание 3

---

Постройте три отрезка разной длины: 4 см, 8 см и 12 см.

1. Выделите их цветом и выведите обозначения.
2. Расположите отрезки друг под другом в порядке убывания.
3. Принимая отрезок длиной 4 см в качестве единичного, выясните, сколько единичных отрезков содержит каждый начерченный отрезок.
4. Постройте отрезок, длина которого равна пяти единичным отрезкам длиной 4 см. Постройте последующие отрезки так, чтобы длина каждого из них была на один единичный отрезок меньше предыдущего.

### Задание 4

---

Постройте отрезок  $AB$  произвольной длины.

1. Отметьте на чертежном листе точку  $C$  и постройте отрезок  $AC$ . Сдвиньте точку  $B$  и расположите ее на отрезке  $AC$  так, чтобы выполнялось неравенство  $AC > AB$ . Спрячьте отрезок  $AB$ , а точку  $B$  не стирайте.
2. Отметьте произвольную точку  $K$  и постройте отрезок  $KC$ . Сдвиньте точку  $A$  и расположите ее на отрезке  $KC$  так, чтобы выполнялось неравенство  $KC > AC$ . Спрячьте отрезок  $AC$ , а точку  $A$  не стирайте.
3. Отметьте произвольную точку  $E$  и постройте отрезок  $EC$ . Сдвиньте точку  $K$  и расположите ее на отрезке  $EC$  так, чтобы выполнялось неравенство  $EC > KC$ . Спрячьте отрезки  $KC$  и  $EC$ , а точки  $E$ ,  $K$  и  $C$  не стирайте.
4. Постройте последовательно отрезки  $EK$ ,  $KC$ ,  $CB$  и  $BA$ . Какая фигура получилась?

### Задание 5\*

---

Постройте отрезок произвольной длины, выявите обозначения и разделите его на три равные части.

**Внимание!** В среде **Живая Геометрия** деление отрезка на три равные части производится посредством сжатия отрезка.

**Алгоритм деления отрезка на три равные части:**

- построить на чертеже горизонтальный отрезок  $AB$  с помощью инструмента Отрезок;
- курсором выделить правый конец отрезка (точку  $A$ );
- выбрать команду **Отметить центр** в меню *Преобразование*;

- не нажимая на клавишу <Shift>, выделить левый конец отрезка (точку *B*) – преобразование будет применяться к нему;
- выбрать команду **Растянуть...** из меню *Преобразование* – появляется диалоговое окно команды **Растянуть**;
- если это необходимо, то щелкнуть на кнопке **При постоянном отношении** и из клавиатуры выбрать параметры коэффициента растяжения: **новый 1, старый 3**;
- щелкнуть на **Готово** (или нажать **Return**) – на расстоянии  $1/3$  длины отрезка от отмеченного центра появилась новая точка;
- выделить курсором левый конец отрезка (точку *A*);
- выбрать команду **Отметить центр** в меню *Преобразование*;
- выделить правый конец отрезка (точку *B*) – преобразование будет применяться к нему;
- выбрать команду **Растянуть...** из меню *Преобразование* и щелкнуть на **Готово** – на расстоянии  $2/3$  от правого конца появилась вторая новая точка; теперь отрезок разделен на три равные части; чтобы убедиться в этом, надо измерить их длины с точностью до тысячных.

Подвигайте концы отрезка *AB*. Изменились ли при этом движении длины новых отрезков? Как?

## Задание 6

---

1. Постройте отрезок произвольной длины и разделите его на 4 части, потом на 8 частей (воспользуйтесь командой **Середина**).
2. Сможете ли вы сосчитать, сколько всего отрезков на рисунке? Их много! Чтобы не запутаться, скопируйте каждый найденный вами отрезок (команды **Скопировать** и **Вставить** из меню *Редактор*) и расположите их в столбик рядом с рисунком. И сколько же на рисунке отрезков?

## Тема. Ломаная

### Задание 7

---

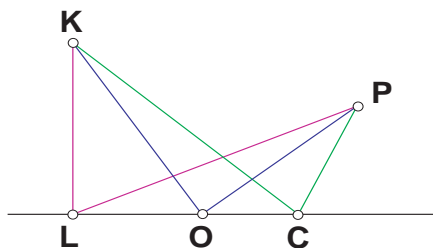
На чертежном листе отметьте четыре произвольные точки: *A*, *B*, *C* и *O*. Постройте отрезки *AB*, *BC* и *CO*. Как называется данная фигура?

Подвигайте точки *A* и *O* так, чтобы они совместились. А теперь какая фигура получилась? Сможете ли вы, двигая эти точки, построить другие геометрические фигуры?

## Задание 8

На рис. 2 построены три ломаных:  $KLP$ ,  $KOP$  и  $KCP$ .  
Постройте рисунок.

Рис. 2



1. Измерьте длины ломаных.
2. Какая из них самая длинная?
3. Какая из них самая короткая?
4. Двигая точки  $L$  и  $C$ , добейтесь, чтобы длины ломаных  $KLP$  и  $KCP$  были равны.
5. А теперь, двигая точки  $L$ ,  $O$  и  $C$ , добейтесь, чтобы длины ломаных  $KLP$ ,  $KOP$  и  $KCP$  были равны, т.е. покажите равенство:  $KLP = KOP = KCP$ .

## Задание 9

На рис. 3 изображены точки  $C$ ,  $K$  и прямая линия. Выберите на прямой точку  $O$  и подвигайте ее по прямой.

Рис. 3



Потом, соединяя точки  $C$ ,  $O$  и  $K$ , постройте самую короткую ломаную  $СОК$ .

**Алгоритм построения самой короткой ломаной  $СОК$ :**

- построить последовательно отрезки  $СО$  и  $ОК$ ;
- измерить их длины;
- выделить отрезки  $СО$  и  $ОК$ , открыть меню *Измерение* и выбрать команду **Вычислить**;
- появляется калькулятор; выбрать сначала длину отрезка  $СО$ , потом – знак сложения и в конце – длину отрезка  $ОК$ ;
- нажать на **Готово**.

Двигайте точку  $O$  по прямой и следите за изменениями результатов измерения длин ломаных. Зафиксируйте самую короткую длину ломаной  $СОК$ .

## Задание 10

---

Постройте ломаную из пяти произвольных отрезков. Двигая отрезки и точки, постройте пятиконечную звезду. Какие еще фигуры можно построить с помощью этих отрезков?

# Тема. Луч. Прямая. Отрезок

## Задание 11

---

Постройте рис. 4, 5, 6 и 7.

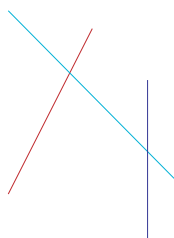


Рис. 4

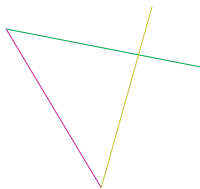


Рис. 5

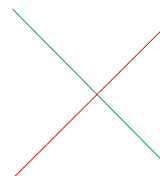


Рис. 6

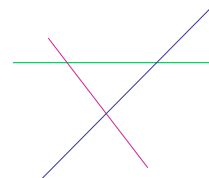


Рис. 7

На каждом рисунке отметьте точки пересечения.

1. Сколько отрезков на каждом рисунке? Измерьте их длины и результаты измерения расположите под каждым рисунком.
2. Сколько лучей на каждом рисунке?
3. Есть ли на рисунках дополнительные (противоположные) лучи? Если да, то выделите их другим цветом. Что называют дополнительным лучом?
4. На каждом рисунке двигайте лучи и прямые, меняйте их расположение. Влияют ли эти изменения на результаты измерения длин отрезков? Если да, то почему?

## Задание 12

---

Отметьте на чертеже точку  $O$  и проведите из нее два луча  $ОК$  и  $ОА$ .

1. Отметьте на каждом луче по точке на расстоянии 7 см от точки  $O$ .
2. Соедините эти точки отрезком и обозначьте их буквами  $C$  и  $M$ .
3. Измерьте расстояние между точками  $C$  и  $M$ .
4. Подвигайте лучи  $ОК$  и  $ОА$ . Что происходит с расстоянием от точки  $C$  до  $M$ , когда лучи удаляются друг от друга?

5. Что происходит с расстоянием от точки  $C$  до  $M$ , когда лучи сближаются?
6. Сблизьте лучи  $OK$  и  $OA$  так, чтобы они слились. Чему равно расстояние от точки  $C$  до  $M$ ?
7. Двигая лучи  $OA$  и  $OK$ , покажите наибольшее расстояние между точками  $C$  и  $M$  и измерьте его.

### Задание 13

Постройте рис. 8, 9 и 10 с помощью инструмента Отрезок и все концы отрезков (точки) спрячьте.

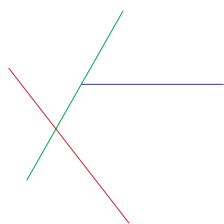


Рис. 8

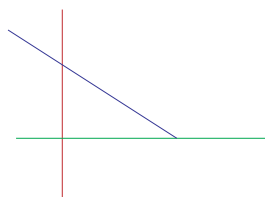


Рис. 9

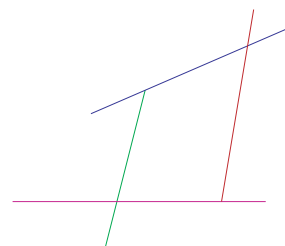


Рис. 10

В каждом рисунке выведите обозначения, постройте точки пересечения.

1. Определите на каждом рисунке, какие точки каким фигурам принадлежат (ответ желательно оформить в виде таблицы).
2. На каждом рисунке подвигайте фигуры (прямые, лучи) и последите за точками пересечения. Двигайте их так, чтобы фигуры выходили за рамки рисунка, а затем снова вносите их в рамки. Прodelайте это несколько раз.
3. Что интересного происходило с точками пересечения во время движения?

### Задание 14

Постройте луч  $OA$ . Постройте луч  $OM$ , противоположный лучу  $OA$ . Выделите луч  $OM$  другим цветом.

1. Можно ли измерить длину лучей  $OA$  и  $OM$ ? Почему?
2. Отложите на каждом луче от общего начала отрезки  $OK$  и  $OS$  произвольной длины.

**Алгоритм построения отрезка на луче:**

- выделить луч (любой) и выбрать команду **Точка на объекте** (меню *Построение*) – на луче появится новая точка, обозначить ее буквой  $K$ ;
- выделить начало луча  $O$  и новую точку;
- открыть меню *Построение* и выделить команду **Отрезок**.

Точно так же постройте отрезок  $OC$ .

3. Измерьте длины отрезков  $OK$  и  $OC$ .
4. Подвигайте точки  $K$  и  $C$ . Что показывают результаты измерения?
5. Подвигайте лучи  $OA$  и  $OM$  по часовой стрелке и против часовой стрелки. Повращайте лучи вокруг общего начала. Влияют ли эти движения на длины отрезков, расположенных на лучах? Если да, то почему?

## Задание 15

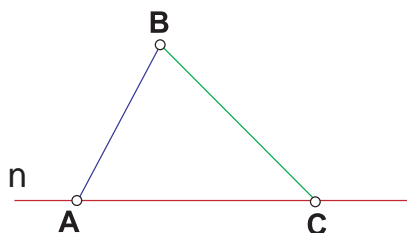
Постройте на чертеже произвольные фигуры: прямую, луч и отрезок. В одном чертеже расположите их так, чтобы:

- прямая пересекала луч и отрезок, а луч не пересекал отрезок;
- луч пересекал отрезок, но не пересекал прямую;
- покажите три своих варианта взаимного расположения этих фигур.

## Задание 16

Постройте чертеж (рис. 11).

Рис. 11



1. Сколько отрезков и сколько лучей на рисунке?
2. Измерьте длины отрезков.
3. Есть ли на рисунке противоположные лучи? Если да, то выделите их цветом или измените толщину линий.
4. Подвигайте точки  $A$  и  $C$  вдоль прямой  $n$ . Что происходит с расстоянием между точками  $A$  и  $B$ ,  $B$  и  $C$ ,  $A$  и  $C$ ? Свои наблюдения занесите в таблицу.

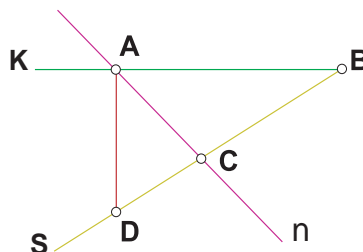
	Точка $A$ влево	Точка $A$ вправо	Точка $C$ влево	Точка $C$ вправо
Расстояние $AB$				
Расстояние $BC$				
Расстояние $AC$				

5. Подвигайте точку  $B$  влево и вправо. Длина какого отрезка при этом движении не изменилась? Объясните, почему?

## Задание 17

Постройте рис. 12.

Рис. 12



1. Сколько отрезков и лучей на рисунке?
2. Есть ли на рисунке прямые? Сколько их?
3. Подвигайте точку  $A$  вдоль луча  $BK$ . Что происходит с длинами отрезков  $AD$ ,  $AC$ ,  $AB$ ,  $DC$  и  $CB$ ? Свой ответ оформите в виде таблицы.
4. Понаблюдайте за длиной отрезка  $DB$  при движении точки  $A$  вдоль луча  $BK$ . Что вы увидели?
5. Подвигайте прямую  $n$  вправо, влево. Длины каких отрезков при этом движении изменились? Длины каких отрезков при этом движении остались без изменения?

## Тема. Треугольник

### Задание 18

Отметьте три точки –  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

1. Соедините точки между собой. Какая фигура получилась?
2. Чем являются для этой фигуры точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ ?
3. Подвигайте точки по чертежу. Что происходит с фигурой?
4. Совместите точки  $A$  и  $B$ . Какая фигура получилась?
5. Совместите точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . А теперь какая фигура получилась?



## Задание 19

Отметьте три точки и постройте треугольник. Выявите обозначение вершин треугольника.

1. Выделите стороны треугольника и из меню *Построение* выберите команду **Середина**; пока точки выделены, из меню *Построение* выберите команду **Отрезок** – так в первом треугольнике вы построили второй треугольник.
2. Выделите стороны второго треугольника, постройте середины его сторон и с помощью команды **Отрезок** постройте третий треугольник.
3. Так же, как в пунктах 1 и 2, в третьем треугольнике постройте четвертый треугольник.
4. Сосчитайте, сколько всего треугольников на рисунке.
5. Подвигайте вершины исходного треугольника и последите за изменениями форм треугольников на рисунке. Наблюдается ли зависимость между изменением формы большого треугольника и формы внутренних треугольников? Одинаковы эти изменения или нет? Обоснуйте ваш ответ.

## Задание 20

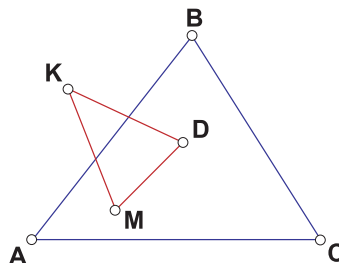
Постройте луч, прямую и треугольник. Расположите их так, чтобы начало луча находилось в одной из вершин треугольника, а прямая, пересекая треугольник, не пересекала луч.

1. Отметьте точки пересечения и выведите обозначения.
2. Измерьте длины сторон треугольника.
3. Двигайте луч вправо. Что происходит с длинами сторон треугольника?
4. Двигайте луч влево. Какие изменения произошли на чертеже?

## Задание 21

Постройте чертеж (рис. 13), отметьте все точки пересечения.

Рис. 13



1. Сколько отрезков на рисунке?
2. Измерьте длины всех отрезков и результаты измерения расположите в порядке убывания.

3. Двигайте треугольник  $MKD$  по стороне треугольника  $ABC$ . Длины каких отрезков изменились при этом движении, а каких – остались без изменения?
4. Двигайте сторону  $AB$  треугольника  $ABC$  по сторонам  $KM$  и  $KD$  треугольника  $MKD$ . А теперь длины каких отрезков изменились? Сравните результаты измерения пунктов 3 и 4.
5. Влияют ли эти изменения в чертеже на вид треугольника?
3. Двигайте треугольник  $KMD$  так, чтобы его стороны пересекали стороны треугольника  $ABC$ . Расположите треугольник  $KMD$  так, чтобы на рисунке образовался один шестиугольник, три пятиугольника и шесть треугольников.

### Задание 22\*

---

Разделите треугольник на 4 части так, чтобы у каждой из них были общие границы с тремя другими частями.

## Тема. Прямоугольник

### Задание 23

---

Отметьте четыре точки:  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Последовательно соедините их между собой.

1. Как называется фигура на рисунке?
2. Как называются в этой фигуре точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ ?
3. Подвигайте эти точки. Что происходит с фигурой?
4. Двигая вершины четырехугольника, преобразуйте его в прямоугольник. Измерьте его стороны.
5. Двигая вершины прямоугольника, преобразуйте его в такую фигуру, все стороны которой равны. Как называется эта фигура?
6. Совместите вершины  $A$  с  $B$  и  $C$  с  $D$ . Какая фигура получилась?
7. Сведите вершины  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  вместе. А теперь какая фигура получилась?

### Задание 24

---

Постройте произвольный прямоугольник. Выведите обозначения.

1. Соедините отрезком противоположные вершины прямоугольника (эти отрезки называются **диагоналями** прямоугольника). Постройте точку их пересечения.
2. Измерьте длины диагоналей прямоугольника. Что вы заметили? Подвигайте вершины прямоугольника. Изменились ли длины диагоналей? Сделайте вывод.

3. Сколько треугольников на рисунке?
4. Измерьте стороны треугольников и для каждого треугольника результаты измерения расположите в столбик. Что интересного вы заметили?
- 5\*. Подвигайте вершины прямоугольника. Совмещая вершины прямоугольника, получите прямоугольный треугольник, равнобедренный треугольник (*треугольник называется равнобедренным, если две его стороны равны*).

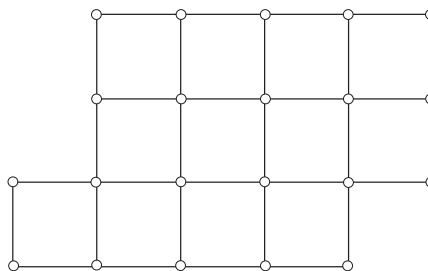
## Задание 25\*

Постройте произвольный прямоугольник и разделите его по вертикали или по горизонтали на три равные части (воспользуйтесь алгоритмом деления отрезка на три равные части – см. задание 5).

## Задание 26\*

Постойте фигуру из квадратов (рис. 14).

Рис. 14



### Алгоритм построения квадрата:

- (1) построить отрезок длиной в 1 см;
- (2) выделить курсором начало отрезка;
- (3) из меню *Преобразования* выбрать команду **Отметить центр**;
- (4) нажать на клавишу <Shift> и, не отпуская ее, выделить сам отрезок и конец отрезка;
- (5) в меню *Преобразование* выбрать команду **Повернуть**;
- (6) появляется диалоговое окно **Поворот**; из клавиатуры выбрать величину угла  $90^0$  и щелкнуть на кнопке **Да**;
- (7) выделить верхнюю точку повернутого отрезка, отметить как центр и повернуть на  $90^0$ ;
- (8) соединить отрезком конец верхнего отрезка с концом нижнего или еще раз горизонтальный отрезок повернуть на  $90^0$  – так вы построили квадрат;
- (9) выделить сначала левую вершину квадрата, потом правую вершину; в меню *Преобразование* выбрать команду **Отметить вектор** (*вектором называют отрезок, который имеет направление*);

- (10) открыть меню *Редактор*, выбрать команду **Выделить все**;
- (11) из меню *Преобразование* выбрать команду **Сдвиг** – появляется диалоговое окно **Сдвиг**;
- (12) щелкнуть курсором на кнопке **На отмеченный вектор**, потом на кнопке **Да**.

Ваш квадрат переместится вправо на заданный вектор; так как объект выделен, не следует заново повторять пункты 9–12, достаточно открыть меню *Преобразование*, выбрать команду **Сдвиг** и щелкнуть еще раз на кнопке **Да** – и так до тех пор, пока не построите нужное вам количество квадратов; получилась одна горизонтальная строка из квадратов, и ее теперь надо сместить вниз в вертикальном направлении, поэтому:

- выделить сначала крайнюю верхнюю (левую) вершину квадрата, потом крайнюю нижнюю (левую) вершину и повторить пункты 9–12.

А дальше подумайте сами, как достроить эту фигуру. После окончания построения подвигайте свою фигуру по чертежу, увеличивая и уменьшая ее изображение, поворачивайте ее вокруг выбранного вами центра; раскрасьте квадратики в разные цвета по собственному желанию.

## Задание 27\*

---

С помощью точек, треугольников, прямоугольников и квадратов постройте инопланетянина (не забудьте выделить его цветом).

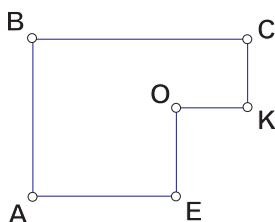
# Тема. Площадь и периметр многоугольника

## Задание 28

---

Постройте фигуру *АВСКОЕ* (рис. 15).

Рис. 15



1. Пользуясь меню *Измерение*, измерьте площадь данной фигуры.

**Алгоритм измерения площади фигуры:**

- выделить курсором последовательно все вершины фигуры;
- открыть меню *Построение* и выбрать команду **Многоугольник**;
- открыть меню *Измерение* и выбрать команду **Площадь**.

- Внутри фигуры  $ABCKOE$  выделите произвольную точку  $M$  и соедините все вершины многоугольника с этой точкой.
- Измерьте площади каждого образовавшегося треугольника, и результаты измерения расположите рядом с результатом измерения площади многоугольника.
- Подвигайте точку  $M$  внутри многоугольника. Что интересного вы заметили?
- Какой бы вы сделали вывод о взаимосвязи между площадью многоугольника  $ABCKOE$  и площадями образовавшихся треугольников?

## Задание 29

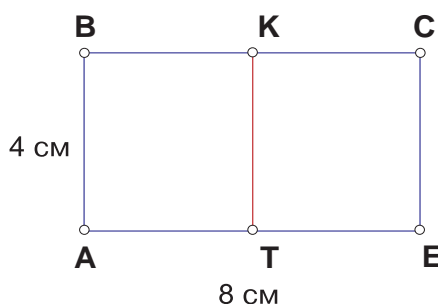
Постройте семь отрезков разной длины.

- Измерьте длины отрезков.
- Найдите их сумму.
- Расположите отрезки так, чтобы образовался многоугольник.
- Измерьте периметр данного многоугольника.
- Сравните сумму длин отрезков и периметр фигуры. Сделайте вывод. Измените вид многоугольника, поменяв его стороны местами, но сохранив их длины. Изменился ли при этом периметр многоугольника?

## Задание 30

Постройте прямоугольник  $ABCE$  (рис. 16) шириной 4 см, длиной 8 см.

Рис. 16



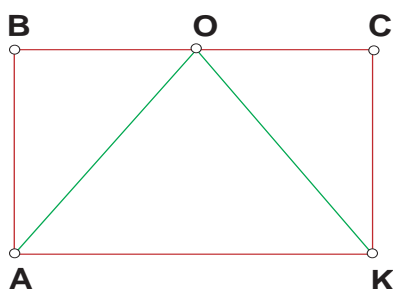
- Отметьте точки  $K$  и  $T$  на сторонах прямоугольника  $ABCE$  так, как показано на рисунке.
- Постройте отрезок  $KT$ . Движением концов отрезка  $KT$  по сторонам прямоугольника  $ABCE$  разделите его на два четырехугольника, которые иногда будут квадратами.
- Вычислите площадь прямоугольника  $ABCE$  и площади квадратов  $ABKT$  и  $TKCE$ . Сравните результаты. Какое равенство вы бы написали после сравнения?

4. Подвигайте точку  $K$  по стороне  $BC$  вправо и влево, потом точку  $T$  по стороне  $AE$  вправо и влево. Какие фигуры вы видите на рисунке? Какие величины при этом движении изменились и какие остались без изменения? Почему?
5. Подвигайте отрезок  $KT$  по сторонам  $BC$  и  $AE$  сначала вправо, потом влево. А теперь какие фигуры вы видите на рисунке?
6. В чем их сходство и в чем различие?
7. Что интересного вы заметили?

### Задание 31

Треугольник  $AOK$  поместите в прямоугольник  $ABCK$  так, как показано на рис. 17.

Рис. 17



1. Вычислите площадь и периметр треугольника  $AOK$ .
2. Вычислите площадь и периметр прямоугольника  $ABCK$ .
3. Подвигайте точку  $O$  по отрезку  $BC$ . Что происходит с площадью и периметром прямоугольника  $ABCK$ ?
4. Отметьте на стороне  $AK$  точку  $E$  и соедините ее с точкой  $O$ . Образовались новые треугольники –  $AOE$  и  $KOE$ .
5. Измерьте площади и периметры треугольников  $AOE$  и  $KOE$ .
6. Подвигайте точку  $E$  по стороне  $AK$  вправо, влево. Какие изменения происходят с результатами площади и периметра треугольников  $AOK$ ,  $AOE$  и  $KOE$ ?
7. Ответьте на вопросы.
  - А. Изменилась ли при этом движении площадь треугольника  $AOK$  и почему?
  - Б. Изменилась ли при этих движениях площадь прямоугольника  $ABCK$ ?

### Задание 32\*

Два одинаковых квадрата расположены так, что получается прямоугольник. Как бы вы построили этот чертеж?

**Подсказка.** См. задание 26.

Измерьте площадь и периметр полученного прямоугольника.

### Задание 33\*

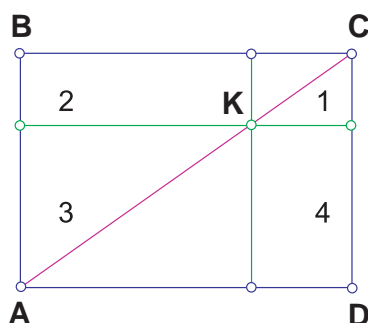
Как бы вы разделили прямоугольник на три одинаковых квадрата?

Подумайте и постройте чертеж. Потом покажите с помощью измерения, что вы правильно выполнили построение.

### Задание 34

Постройте прямоугольник  $ABCD$  (рис. 18).

Рис. 18



1. Постройте диагональ прямоугольника  $AC$ .
2. Отметьте на ней точку  $K$  так, как показано на рис. 18.
3. Постройте через точку  $K$  прямые, параллельные сторонам  $AB$  и  $BC$  (можно выбрать и другие стороны прямоугольника).
4. Постройте точки пересечения прямых со сторонами прямоугольника.
5. Обозначьте получившиеся прямоугольники и выделите их цветом.
6. Измерьте площади прямоугольников 2 и 4.

**Внимание!** Команда **Площадь** доступна в том случае, если вы предварительно построили **Многоугольник**.

7. Двигайте точку  $K$  и следите за результатом измерения. Что интересного вы заметили?
8. Измерьте площади прямоугольников 1 и 3. Двигая точку  $K$ , добейтесь, чтобы площади этих прямоугольников стали равными.
9. Двигая точку  $K$ , добейтесь, чтобы площади всех прямоугольников стали равными. Как называется точка  $K$  для прямоугольника  $ABCD$ ?

# Тема. Равенство фигур.

## Площадь многоугольника

### Задание 35

---

Постройте две равные фигуры.

1. Измерьте их площади и периметры. Что вы заметили?
2. Что происходит с площадями и периметрами этих фигур, когда вы двигаете построенные вами фигуры по чертежу? Сделайте вывод.

### Задание 36

---

Верно ли утверждение, обратное вашему выводу в задании 35 (если площади и периметры фигур равны, то фигуры тоже равны)? Приведите примеры.

### Задание 37\*

---

Прямоугольник разделен на три одинаковых квадрата (см. задание 26 и сами выберите длины сторон прямоугольника).

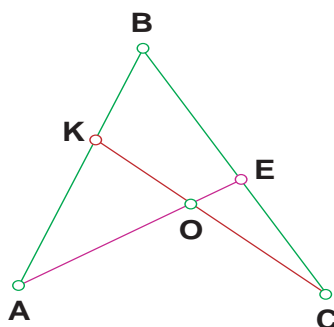
1. Вычислите площадь и периметр прямоугольника.
2. Вычислите площади квадратов.
3. Вычислите периметры квадратов.
4. Сравните результаты измерения и сделанный вами вывод покажите в виде равенства.

### Задание 38

---

Постройте фигуру  $ABCOA$  (рис. 19).

Рис. 19



1. Вычислите площадь данной фигуры.
2. Отметьте на стороне  $AB$  точку  $K$  и соедините отрезком с точкой  $O$ .



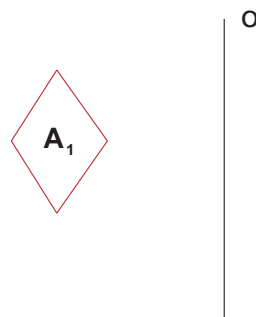
3. Отметьте на стороне  $BC$  точку  $E$  и соедините отрезком с точкой  $O$ .
4. Измерьте площади треугольников  $AKO$  и  $CEO$ . Двигая точки  $K$  и  $E$ , добейтесь, чтобы площади этих треугольников стали равными.
5. Двигая точку  $E$ , доведите площадь треугольника  $CEO$  до нуля (совместите точки  $E$  и  $C$ ). Чему равна площадь треугольника  $AKC$ ?
6. Двигая точку  $K$ , добейтесь, чтобы площади треугольников  $AKC$  и  $BKC$  стали равными.
7. Двигая точки  $K$  и  $B$ , добейтесь, чтобы площадь треугольника  $BKC$  равнялась нулю. У вас на чертеже остался только один результат измерения площади. Что это за результат?
8. Измерьте площадь полученного треугольника  $ABC$  и полученный результат сравните с предыдущим результатом измерения площади (в пункте 7). Какой вывод вы бы сделали?

## \* Тема. Осевая симметрия

### Задание 39

Постройте фигуру  $A_1$  и прямую  $O$  так, как показано на рис. 20.

Рис. 20



1. Постройте фигуру  $A$ , симметричную фигуре  $A_1$  относительно прямой  $O$ .

#### Алгоритм построения симметричных фигур:

- выделить курсором прямую  $O$  и в меню *Преобразование* отметить как ось отражения (команда **Отметить ось**);
  - выбрать команду **Выделить все** из меню *Редактор*;
  - открыть меню *Преобразование* и выбрать команду **Отразить**.
2. Подвигайте фигуры  $A$  и  $A_1$ . Измерьте их площади и периметры. Что можно сказать про эти фигуры?

- Измерьте расстояние от каждой вершины фигуры  $A_1$  до оси симметрии и результаты расположите в виде столбика под фигурой  $A_1$ .

Аналогично измерьте расстояние от каждой вершины фигуры  $A$  до оси симметрии и результаты расположите в виде столбика под фигурой  $A$ .

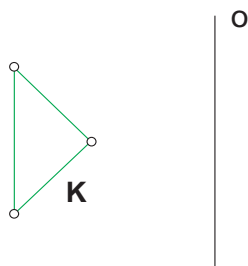
**Замечание.** *Соблюдайте последовательность выделения точек и последовательность измерения расстояния.*

- Подвигайте фигуры относительно оси симметрии. Что происходит с результатами измерения? Что интересного вы заметили?
- Подвигайте ось симметрии. А теперь что интересного вы наблюдали?
- Сделайте вывод.

## Задание 40

Постройте фигуру  $K$  и прямую  $O$  (рис. 21).

Рис. 21

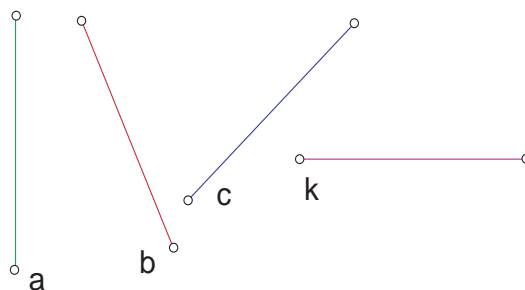


Постройте фигуру  $K_1$ , симметричную фигуре  $K$  относительно оси  $O$ , и выполните аналогичные упражнения (пункты со 2-го по 5-й) из задания 39.

## Задание 41

Постройте отдельно отрезки  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $k$  (рис. 22).

Рис. 22



- Постройте отдельно для каждого отрезка его ось симметрии.

### Алгоритм построения оси симметрии отрезка:

- выделить курсором отрезок и в меню *Построение* выбрать команду **Середина**;
- выделить курсором середину отрезка;
- нажать на клавишу <Shift> и, не отпуская ее, выделить отрезок;
- открыть меню *Построение* и выбрать команду **Перпендикуляр**.

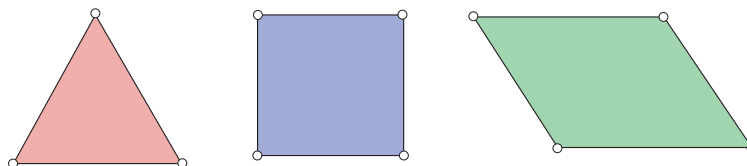
2. Сколько осей симметрии у отрезка?
3. На каждом рисунке подвигайте отрезки относительно их осей симметрии (курсором щелкните на отрезке), потом подвигайте концы отрезков. Что интересного вы наблюдали?

## Задание 42

---

Постройте фигуры, изображенные на рис. 23.

Рис. 23



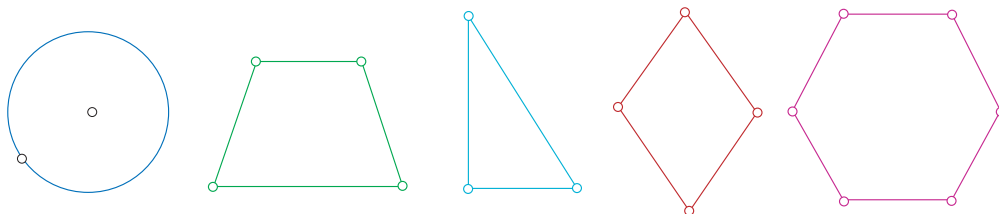
1. Какие из этих фигур имеют ось симметрии?
2. Есть ли на рисунке фигура, которая не имеет оси симметрии?
3. Постройте для каждой фигуры ее ось симметрии (выделите любую сторону фигуры и отметьте ее середину; выделите противоположную точку или вершину фигуры и из **Готовальни** выберите инструмент Прямая). Если осей несколько, то выделите их разными цветами.

## Задание 43

---

Постройте фигуры, изображенные на рис. 24.

Рис. 24



1. Сколько осей симметрии имеет каждая фигура?
2. Для каждой фигуры постройте ее ось симметрии. Если их несколько, то выделите их разными цветами.
3. Есть ли на рисунке фигура, которая не имеет оси симметрии?
4. Есть ли на рисунке фигура, которая имеет бесконечно много осей симметрии?

## \* Тема. Осевая и центральная симметрия

### Задание 44

---

Постройте прямоугольник и выполните следующие задания.

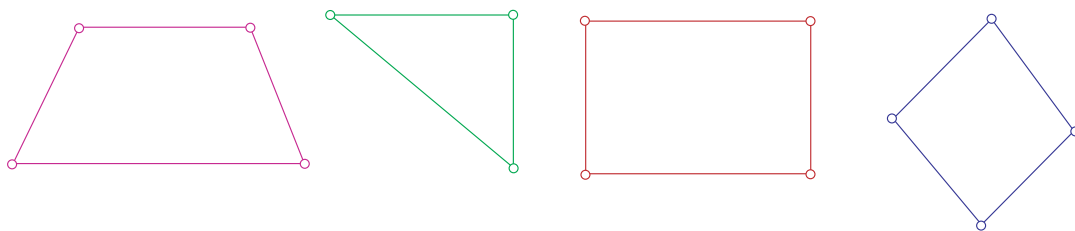
1. Постройте диагонали прямоугольника.
2. Постройте их точку пересечения  $O$ .
3. Выделите каждую сторону прямоугольника и для каждой постройте середину.
4. Соедините противоположные серединные точки отрезками.
5. Совпала ли точка пересечения диагоналей с точкой пересечения серединных отрезков? Если да, то как называется эта точка?
6. Спрячьте все отрезки внутри прямоугольника. Подвигайте середины сторон прямоугольника. Что интересного вы наблюдали?
7. Измерьте расстояние от каждой точки фигуры до точки  $O$ . А теперь что интересного вы заметили?
8. Можно ли сказать, что каждая точка фигуры и ей противоположная точка находятся на одинаковом расстоянии от точки  $O$ ? Если да, то сформулируйте, что называют центром симметрии.

### Задание 45

---

Постройте фигуры, изображенные на рис. 25.

Рис. 25



Для каждой фигуры на рисунке постройте оси симметрии и центр симметрии. Двигая боковые стороны, убедитесь, что построение выполнено верно.

### Задание 46

---

**Верно ли следующее утверждение:** если концы отрезка расположены симметрично относительно какой-то точки, не лежащей на отрезке, то расстояние от концов отрезка до данной точки одинаково?

Приведите примеры и проверьте данное утверждение сначала измерением, а потом движением точек относительно друг друга.

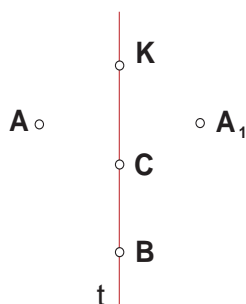
## Задание 47

**Верно ли следующее утверждение:** если отрезок  $AB$  симметричен отрезку  $A_1B_1$  относительно прямой  $k$ , то их длины равны? Если да, то приведите примеры и докажьте данное утверждение сначала измерением, а потом движением отрезков относительно друг друга (двигайте только концы отрезков).

## Задание 48

На рис. 26 точки  $A$  и  $A_1$  симметричны друг другу относительно прямой  $t$ . На прямой выбраны точки  $K$ ,  $C$  и  $B$ . Постройте рисунок.

Рис. 26



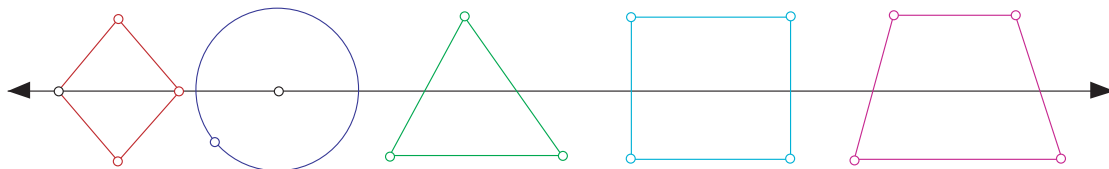
1. Постройте отрезки  $AB$  и  $A_1B$ .
2. Покажите, что для любой точки  $B$  на этой прямой отрезки  $AB$  и  $A_1B$  равны.
3. То же самое покажите и для точек  $C$  и  $K$  ( $AC = A_1C$  и  $AK = A_1K$ ). Как называются точки  $K$ ,  $C$  и  $B$  для этих отрезков?
4. Подвигайте точки  $K$ ,  $C$  и  $B$ . Подвигайте ось симметрии и следите за результатами измерения. Какие изменения вы заметили на рисунке?
5. Подвигайте сначала точку  $A$ , потом точку  $A_1$ . А теперь что вы увидели?
6. В чем сходство и в чем различие между центром симметрии и осью симметрии на данном рисунке?
7. Когда длины отрезков  $AB$  и  $A_1B$ ,  $AC$  и  $A_1C$ ,  $AK$  и  $A_1K$  имеют наименьшие значения? Покажите эти значения.

## Задание 49

На рис. 27 вы видите геометрические фигуры, для которых проведена общая ось симметрии. Так ли это?

Постройте рисунок.

Рис. 27



1. Для каких фигур прямая является осью симметрии?
2. Для каких фигур прямая не является осью симметрии?
3. Сколько осей симметрии имеет каждая фигура? Для каждой из них на этом же рисунке постройте оси симметрии.
4. Наблюдали ли вы на рисунке совпадение осей симметрии фигур с общей осью симметрии? Если да, то укажите конкретно, у каких фигур?

## Задание 50

Даны прямая  $c$  и две точки  $A$  и  $B$  по одну сторону от нее (рис. 28). Постройте на прямой  $c$  такую точку  $E$ , чтобы путь из  $A$  в  $B$  через  $E$  был кратчайшим, т.е. длина ломаной  $AEB$  была наименьшей.

Рис. 28



**Подсказка.** Постройте точку  $A_1$ , симметричную точке  $A$  относительно прямой  $c$ . Постройте ломаные  $AEB$  и  $A_1EB$ . Вычислите сначала длину ломаной  $AEB$ , потом длину ломаной  $A_1EB$ . Что вы заметили? Двигая точку  $E$  по прямой, добейтесь, чтобы длина ломаной  $AEB$  была наименьшей. Как это сделать?

## Задание 51

На плоскости отмечены точки  $A$  и  $B$  (рис. 29). Постройте рисунок.

Рис. 29



1. Постройте точку  $C$ , симметричную точке  $A$  относительно точки  $B$ .

- Измерьте расстояние от точек  $A$  и  $B$  до точки  $C$ .
- Подвигайте точки  $A$  и  $B$ . Что происходит с результатами измерения? Можно ли сделать вывод о сохранении расстояния между точками?

## Задание 52

Отметьте на чертеже точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $E$  так, как показано на рис. 30 (точки  $A$ ,  $C$  и  $B$ ,  $E$  лежат на горизонтальных параллельных прямых).

Рис. 30

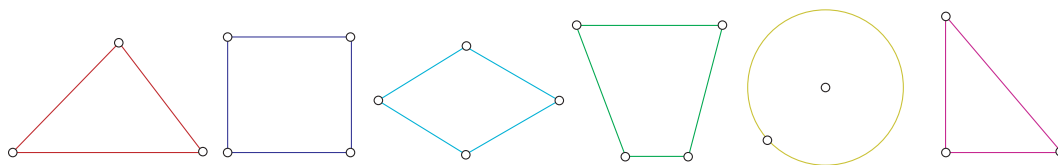


- Постройте точку  $K$ , симметричную точке  $B$  относительно точки  $A$ .  
Как называется точка  $K$ ? Постройте отрезки  $AK$  и  $BK$ .
- Постройте точку  $P$ , симметричную точке  $E$  относительно точки  $C$ . Как называется точка  $P$ ? Постройте отрезки  $CP$  и  $EP$ .
- Постройте точку  $T$ , симметричную точке  $K$  относительно точки  $P$ . Как называется точка  $T$ ?
- Постройте прямую  $O$ , проходящую через точки  $P$  и  $T$ . Является ли прямая  $O$  осью симметрии для отрезков  $AK$  и  $BK$ ,  $CP$  и  $EP$ ? Если нет, то постройте для них оси симметрии и выделите другим цветом.
- Постройте вертикальную прямую  $X$  через точку  $T$ . Является ли прямая  $X$  осью симметрии для точек  $B$  и  $E$ ;  $K$  и  $P$ ;  $A$  и  $C$ ? Если да, то покажите это измерением расстояний от каждой точки до оси симметрии и движением точек относительно прямой.

## Задание 53

Постройте рис. 31.

Рис. 31

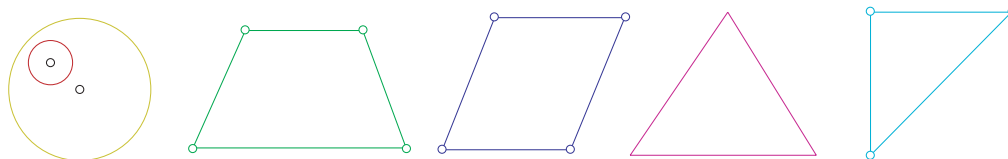


Для каждой изображенной фигуры постройте ее ось симметрии (или оси симметрии) и центр симметрии, если они имеются. Убедитесь в том, что построение выполнено правильно (подвигайте вершины и стороны фигур). Что сохраняется при этом движении?

## Задание 54

Постройте рис. 32.

Рис. 32



Среди изображенных фигур найдите те, у которых:

- есть центр симметрии, но нет оси (или осей) симметрии; постройте центры симметрии;
- есть ось (хотя бы одна), но нет центра симметрии; постройте оси симметрии.

## Задание 55\*

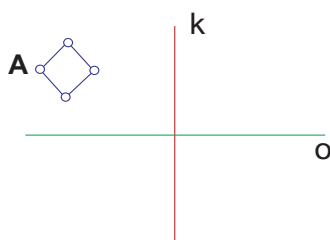
Постройте фигуры со следующими свойствами:

- фигура имеет центр симметрии и ось (или оси) симметрии;
- фигура имеет центр симметрии, но не имеет оси симметрии;
- фигура имеет ось (или оси) симметрии, но не имеет центра симметрии;
- фигура не имеет оси (хотя бы одной) и центра симметрии.

## Задание 56

Постройте фигуру  $A_1$ , симметричную фигуре  $A$  относительно прямой  $k$  и относительно прямой  $o$  (рис. 33).

Рис. 33



1. Что можно сказать о фигурах  $A$  и  $A_1$ ?
2. Подвигайте фигуры  $A$  и  $A_1$  относительно прямых  $k$  и  $o$ . Есть ли взаимосвязь между фигурами?
3. Измерьте расстояние от вершин фигуры  $A$  до осей  $k$  и  $o$ .

Подвигайте фигуру  $A$  относительно осей  $k$  и  $o$ , наблюдайте за изменением результатов измерения.



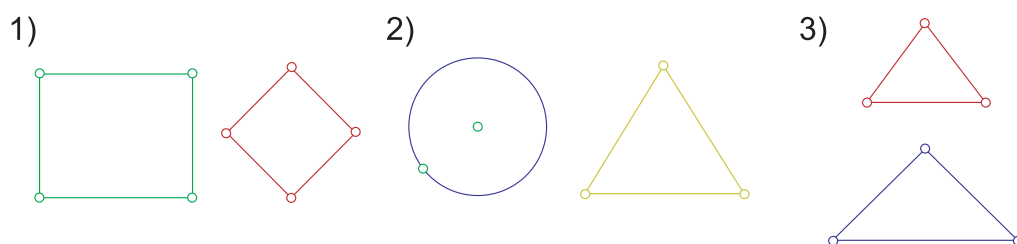
4. Повторите пункт 3 для фигуры  $A_1$  (подумайте, стоит ли это делать. Или вы уже догадались?).
5. Подвигайте оси  $k$  и  $o$  и понаблюдайте за результатами измерения.

Сделайте вывод из своих наблюдений о сохранении расстояния между точками.

## Задание 57

Постройте рис. 34 (посмотрите внимательно на рисунки, чтобы правильно выполнить построение).

Рис. 34

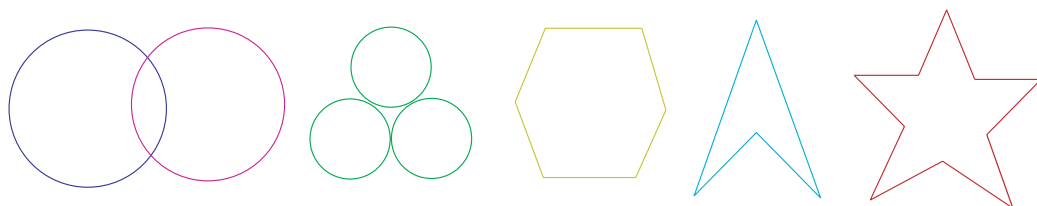


1. На каждом рисунке проведите (если можно) ось симметрии так, чтобы она делила пополам площади обеих фигур.
2. На каком рисунке нельзя провести такую ось симметрии? Почему?

## Задание 58

Постройте рис. 35. Для каждой фигуры постройте ее оси симметрии.

Рис. 35



Какая из изображенных фигур «самая симметричная»?

## Задание 59\*

С помощью симметричных фигур постройте дракона.

## Задание 60

На чертеже отметьте точку  $A$ , постройте прямую  $k$ .

1. Постройте точку  $A_1$ , симметричную точке  $A$  относительно прямой  $k$ .
2. Соедините их отрезком.

3. Измерьте расстояние от каждой точки до оси симметрии.
4. На таком же расстоянии на прямой  $k$  отметьте точку  $C$ .
5. Постройте точку  $P$ , симметричную точке  $C$  относительно отрезка  $AA_1$  (не забудьте отметить отрезок  $AA_1$  как ось симметрии).
6. Соедините все точки отрезками. Какая фигура получилась?
7. Подвигайте вершины получившейся фигуры. Меняется ли при этом движении форма фигуры? Почему?
8. Подвигайте оси симметрии. Что вы наблюдаете? Сделайте вывод о сохранении расстояния между точками.

## Тема. Окружность

### Задание 61

---

Постройте окружность по центру и заданному радиусу.

**Алгоритм построения:**

- построить на чертеже две точки;
  - выделить точки, открыть меню *Построение*, выбрать команду **Отрезок**;
  - курсором выделить левый или правый конец отрезка (та точка, которая выделяется первой, будет центром окружности) и обозначить его буквой  $O$ ;
  - нажимая и не отпуская клавишу  $\langle \text{Shift} \rangle$ , выделить отрезок и в меню *Построение* команду **Окружность по центру и радиусу**.
1. Отметьте точку  $A$  на окружности (выделите курсором окружность и в меню *Построение* выберите команду **Точка на объекте**). Подвигайте точку  $A$  по окружности.
  2. Соедините точку  $A$  с центром окружности  $O$ . Как называется этот отрезок?
  3. Измерьте длину отрезка (радиуса окружности)  $AO$ . Подвигайте его по окружности. Изменилась ли длина радиуса при этом движении? Почему?
  4. Увеличивая длину радиуса окружности (двигая вправо или влево точку, лежащую на окружности), следите за результатом измерения, потом доведите радиус до наименьшего значения (до нуля). Какая фигура получилась?
  5. Можно ли после выполнения пункта 4 сделать вывод о том, что при движении по окружности точек, принадлежащих ей, расстояние от каждой точки окружности до центра окружности сохраняется?

6. Постройте еще несколько радиусов окружности (нанесите несколько точек на окружности с помощью команды **Точка на объекте** и последовательно соедините их с центром окружности).

Измерьте их длины и сравните результаты измерения. Что интересного вы заметили? Какой вывод вы бы сделали?

## Задание 62

---

Постройте окружность по центру и точке.

**Алгоритм построения:**

- отметить на чертеже две точки;
- курсором выделить сначала левую точку (та точка, которая выделяется первой, обозначается как центр окружности), потом правую;
- открыть меню *Построение* и выбрать команду **Окружность по центру и точке**, центр окружности обозначить буквой *O*.

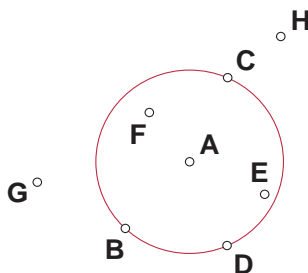
Построив окружность, выполните следующие задания.

1. Отметьте на окружности точку *C*. Постройте точку *B*, симметричную точке *C* относительно центра *O*. Где появилась новая точка?
2. Соедините точки *C* и *B* отрезком. Как называется этот отрезок для окружности?
3. Постройте отрезки *OB* и *OC*. Измерьте их длины. Что вы заметили? Вы догадались, почему это так?
4. Измерьте длину отрезка *CB* и сравните ее с длинами отрезков *OB* и *OC*. Что интересного можно заметить?
5. Увеличьте и уменьшите длину диаметра *CB* и следите за результатами измерения. Какой вывод вы бы здесь сделали?
6. Смогли бы вы записать формулу взаимосвязи радиуса окружности с диаметром окружности?
7. Постройте еще несколько диаметров окружности и измерьте их длины. Подвигайте их по окружности, увеличивая и уменьшая их длину. Изменились ли при этом движения длины диаметров окружности? Почему?
8. Можно ли сделать вывод о сохранении расстояния между точками (концами диаметра окружности)?

## Задание 63

Постройте рис. 36, используя инструмент Циркуль из **Готовальни**.

Рис. 36



1. Выделите красным кружочком ( $r = 0,2$  см) точки, которые лежат на окружности.

### Алгоритм построения кружочка:

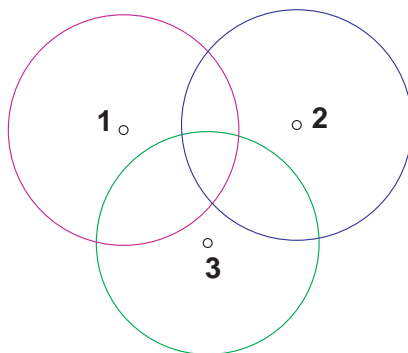
- построить вне рисунка отрезок длиной 0,2 см;
  - выделить начало отрезка (центр круга);
  - нажав и не отпуская клавишу <Shift>, выделить другой конец отрезка (это будет радиус круга);
  - открыть меню *Построение* и выбрать команду **Окружность по центру и радиусу**;
  - выделить окружность и в меню *Построение* выбрать команду **Круг**;
  - открыть меню *Вид* и выбрать команду **Цвет**.
2. Синим кружочком выделите точки, которые лежат внутри окружности.
  3. Желтым кружочком – точки, лежащие вне окружности.

**Подсказка.** Воспользуйтесь командами **Скопировать** и **Вставить** из меню *Редактор*.

## Задание 64

Постройте рис. 37 и выполните следующие задания, подобные заданию 63.

Рис. 37



Отметьте на чертеже:

- красным кружочком ( $r = 0,2\text{см.}$ ) точку  $A$ , лежащую внутри окружностей 1 и 2, но вне окружности 3;
- зеленым кружочком – точку  $B$ , лежащую внутри окружностей 2 и 3, но вне окружности 1;
- синим кружочком – точку  $C$ , лежащую внутри окружностей 1 и 3, но вне окружности 2;
- желтым кружочком – точку  $E$ , лежащую внутри всех окружностей;
- подвигайте окружности и отметьте точку  $P$  так, чтобы она оказалась между этими окружностями, но не принадлежала ни одной из них.

Симметричен ли данный рисунок? Если да, то постройте все его оси симметрии. Сколько их?

### Задание 65

---

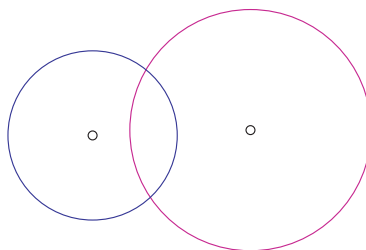
Могут ли две одинаковые окружности иметь общий радиус? Если да, то постройте чертеж. А две различные окружности могут иметь общий радиус? Если да – то постройте чертеж, а если нет – то объясните, почему?

### Задание 66

---

Постройте рис. 38.

Рис. 38



1. Чем отличаются окружности друг от друга?
2. Обозначьте центры окружностей буквами  $A$  и  $B$ , а точки пересечения окружностей буквами  $C$  и  $K$ .
3. Соедините центры окружностей с точками пересечения. Чем являются эти отрезки для данных окружностей?
4. Какую фигуру вы видите на рисунке? Измерьте ее площадь и периметр.
5. На какие фигуры можно разделить полученный четырехугольник? Постройте их.
6. Исследуйте полученные фигуры (измерьте их стороны, вычислите их площади и периметры и сравните результаты).

7. Сначала подвигайте центры окружностей, потом измените длины радиусов окружностей. Понаблюдайте за изменением формы фигуры. Сможете ли вы изменить рисунок так, чтобы из четырехугольника получился ромб, параллелограмм?
8. Имеет ли данный рисунок оси симметрии? Если да, то постройте их.

## Задание 67

---

Постройте два круга с разными радиусами и разных цветов (желательно работать бледными цветами с насыщенностью 50%; для этого надо открыть меню *Вид* и выбрать команду **Насыщенность**).

1. Вычислите площади кругов (достаточно щелкнуть курсором на любой части круга и в меню *Измерение* выбрать команду **Площадь**).
2. Двигая круги, совместите их наложением так, чтобы их центры совпали.
3. Как бы вы вычислили площадь той части круга, которая заключена вне малого круга, но внутри большого?

## Задание 68

---

Постройте окружность по центру и точке (см. задание 62). Выведите обозначения точек.

1. Постройте три радиуса окружности.
2. Соедините их отрезками (хордами) между собой.
3. Двигая радиусы окружности, расположите их так, чтобы образовался прямоугольный треугольник.
4. Попробуйте с помощью наложения точек получить на рисунке треугольник, две боковые стороны которого являются радиусами данной окружности. Как называется такой треугольник?
5. А сможете ли вы построить треугольник, все три стороны которого были бы хордами данной окружности? Попробуйте!
6. Как называется самая большая хорда окружности?

## Задание 69\*

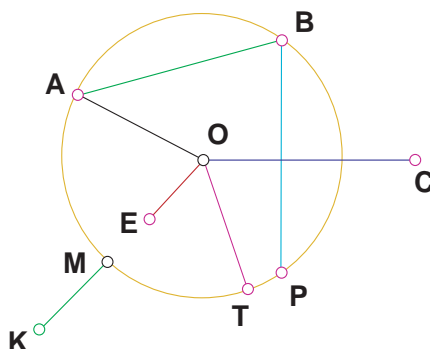
---

Постройте три разных окружности, имеющие один и тот же центр. Какие исследования вы могли бы провести с помощью данного чертежа? Выполните эти исследования.

## Задание 70

Постройте рис. 39.

Рис. 39

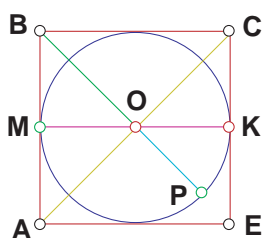


1. Какие из отрезков являются радиусами окружности?
2. Какие из отрезков не являются радиусами окружности?
3. Как называются отрезки  $AB$  и  $BP$ ?
4. Чем являются для данной окружности отрезки  $EO$ ,  $OC$  и  $KM$ ?
5. Какие точки на рисунке принадлежат только окружности? Выделите их желтыми кружочками ( $r = 0,2$  см, см. задание 63).
6. Какие точки на рисунке лежат внутри окружности? Выделите их красными кружочками.
7. Какие точки на рисунке лежат вне окружности? Выделите их синими кружочками.

## Задание 71

Постройте чертеж (рис. 40).

Рис. 40



**Алгоритм построения:**

- построить произвольный отрезок;
- выделить начало отрезка, отметить как центр поворота (меню *Преобразование*, команда **Отметить центр**);
- повернуть отрезок на  $90^\circ$ ;
- выделить верхний конец отрезка и отметить как центр поворота;
- повернуть данный отрезок на  $90^\circ$ ;

- соединить последние две точки отрезком – вы построили *квадрат*.
- построить диагонали квадрата и их точку пересечения;
- построить середину любой стороны;
- выделить сначала точку пересечения диагоналей (центр окружности), потом середину выбранной стороны (радиус окружности) и построить окружность по центру и точке.

Далее достройте чертеж самостоятельно.

После построения рис. 40 выполните следующие задания.

1. Как называются на рисунке отрезки  $AC$ ,  $MK$ ,  $OP$ ,  $MO$  и  $OB$ ?
2. Есть ли на рисунке отрезок, длина которого равна длине стороны квадрата?
3. Есть ли на рисунке оси симметрии? Если да, то покажите их, выделив разными цветами. Сколько еще осей симметрии можно построить?
4. Для каких треугольников точка  $O$  является центром симметрии?
5. Подвигайте вершины квадрата, увеличьте и уменьшите его размеры. Нарушилась ли при этом движением симметричность рисунка?

## **Задание 72**

---

Постройте отрезок  $AB$ , измерьте его длину.

1. Постройте окружность с центром в точке  $B$  и радиусом  $BA$ .
2. Постройте окружность с центром в точке  $A$  и радиусом  $AB$  (отличаются ли радиусы  $AB$  и  $BA$  друг от друга?).
3. Постройте точки пересечения окружностей и соедините их отрезками с центрами окружностей. Какая фигура получилась?
4. Измерьте каждую сторону полученной фигуры и сравните их длины с длиной отрезка  $AB$ . Что интересного вы заметили?
5. Исследуйте данный четырехугольник:
  - вычислите площадь и периметр четырехугольника;
  - вычислите площади и периметры полученных треугольников;
  - сравните результаты и сделайте вывод;
  - курсором выделите точку  $A$  (центр первой окружности) и двигайте ее по второй окружности, двигая тем самым и фигуру по окружности; во время движения увеличьте и уменьшите длину отрезка  $AB$  и ответьте, какие изменения результатов измерения вы наблюдали;



- повторите предыдущий пункт для точки  $B$  (центр второй окружности) и наблюдайте, изменилась ли при этом движении форма четырехугольника (ответ обоснуйте);
  - какие величины изменились при этом движении?
6. Симметричен ли данный рисунок? Если да, то постройте все его оси симметрии. Сколько их?
  7. Имеет ли ваш рисунок центр симметрии? Если да, то выделите его желтым кружочком.

### Задание 73

---

Известно, что отрезок  $KP$  (рис. 41) – диаметр окружности. Постройте эту окружность.

Рис. 41



1. Измерьте расстояние от центра окружности до точек  $K$  и  $P$ .
2. Подвигайте точку  $K$  вправо, влево; следите за изменением результатов измерения.
3. Подвигайте точку  $P$  вправо, влево. Сблизьте точки  $K$  и  $P$ , потом удалите их друг от друга. Что интересного вы заметили?
4. Почему при движении точки  $K$  и  $P$  ведут себя таким образом?
5. Можно ли сделать вывод о сохранении расстояния между точками  $K$  и  $P$ ?
6. А можно ли задать такое движение, чтобы нарушить симметричность точек  $K$  и  $P$  относительно друг друга? Ответ обоснуйте.
7. Сколько осей симметрии имеет данный рисунок? Постройте их.

### Задание 74

---

Как бы вы построили две одинаковые окружности, чтобы они имели общий радиус? Если вы справились с рисунком, то выполните следующие задания.

1. Постройте отрезок, пересекающий первую окружность, но не пересекающий вторую, синим цветом.
2. Постройте отрезок, принадлежащий второй окружности, но не пересекающий первую, красным цветом.
3. Постройте отрезок, принадлежащий двум окружностям, зеленым цветом.
4. Симметричен ли ваш рисунок? Если да, то постройте все его оси симметрии.

Имеет ли ваш рисунок центр симметрии? Если да, то выделите его желтым кружочком.

# Тема. Угол

## Задание 75

---

Постройте произвольные углы и измерьте их.

**Алгоритм построения углов:**

- построить луч, используя **Готовальню** (это одна сторона угла);
- из начала построенного луча построить второй луч (другая сторона угла);
- курсором выделить точки в такой последовательности: сначала точку на первом луче, затем вершину угла, потом точку на втором луче;
- выбрать в меню *Измерение* команду **Угол**.

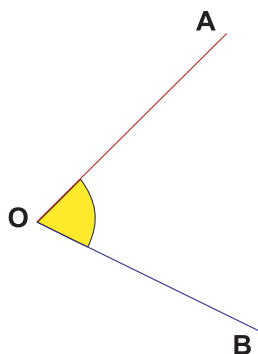
На чертеже появляется градусная мера данного угла.

## Задание 76

---

Постройте угол  $AOB$  (рис. 42).

Рис. 42



1. Измерьте угол  $AOB$  (см. задание 75).
2. Подвигайте луч  $OB$  влево и вправо, потом луч  $OA$  вправо и влево. Что происходит с величиной угла  $AOB$  при данном движении?
3. Подвигайте лучи  $OA$  и  $OB$  так, чтобы они совпали. Чему равна градусная мера угла  $AOB$ ?
4. С помощью лучей  $OA$  и  $OB$  постройте углы – тупой, прямой, острый и развернутый. Измерьте величины этих углов. Какой угол называется острым? прямым? тупым? развернутым?

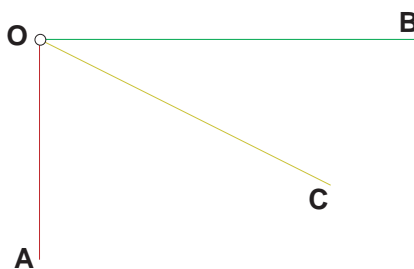
## Задание 77

---

Постройте рис. 43.

1. Измерьте каждый угол на рисунке.
2. Как связан угол  $AOB$  с углами  $AOC$  и  $BOC$ ? Напишите равенство, выражающее эту связь.

Рис. 43



3. Подвигайте лучи  $OA$ ,  $OC$  и  $OB$ . Нарушилось ли при данном движении равенство этих углов? Почему?
4. Подвигайте лучи  $OA$ ,  $OB$  и  $OC$ . Расположите их так, чтобы лучи  $OA$  и  $OB$  образовали между собой угол  $148^\circ$ , а лучи  $OC$  и  $OB$  – угол  $63^\circ$ .
5. Вычислите угол, образованный между лучами  $OA$  и  $OC$ .
6. Что называют углом?

## Задание 78

С помощью команды **Поворот** постройте углы  $55^\circ$ ,  $107^\circ$ ,  $128^\circ$ ,  $177^\circ$ ,  $37^\circ$ ,  $89^\circ$ ,  $25^\circ$ .

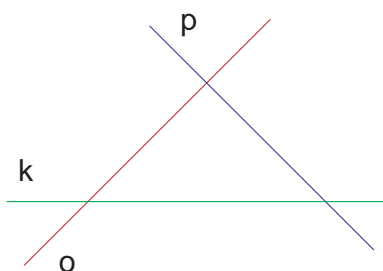
**Алгоритм построения:**

- построить луч, используя **Готовальню**;
- выделить начало луча, открыть меню *Преобразование*, выбрать команду **Отметить центр**;
- открыть меню *Редактор*, выбрать команду **Выделить все**;
- открыть меню *Преобразование*, выбрать команду **Поворот** – появляется диалоговое окно **Поворот**;
- выбрать из клавиатуры требуемый угол;
- для красоты: отметить на лучах точки, приблизить их к вершине угла, последовательно выделить точку на повернутом луче, вершину угла, потом точку на другом луче; открыть меню *Построение*, выбрать команду **Многоугольник**, потом выбрать цвет; далее из **Готовальни** выбрать инструмент Текст и перед каждым построенным углом написать соответствующее ему значение.

## Задание 79\*

Постройте рис. 44.

Рис. 44

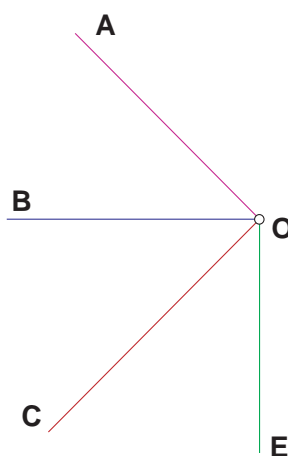


1. Сколько острых и тупых углов на рисунке?
2. На сколько частей разделена плоскость чертежа прямыми  $o$ ,  $k$  и  $p$ ?
3. Подвигайте прямые  $o$ ,  $k$ ,  $p$  по чертежу. Расположите их таким образом, чтобы они разделили плоскость чертежа на шесть частей. Какие углы (укажите только вид угла) образовались на рисунке после передвижений и сколько их?
4. Двигая прямые  $o$ ,  $k$  и  $p$ , расположите их так, чтобы они разделили плоскость чертежа на четыре части. Сколько углов вы видите на рисунке и какой вид имеет каждый угол?

## Задание 80

Постройте рис. 45.

Рис. 45

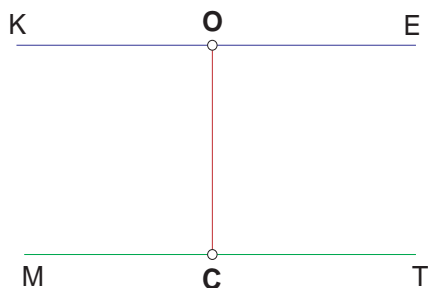


1. Измерьте углы  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COE$ .
2. Вычислите величину самого большого угла и проверьте измерением.
3. Подвигайте лучи  $OB$  и  $OC$  внутри угла  $AOE$ . Изменилась ли при этом величина угла  $AOE$  и почему?
4. Подвигайте лучи  $OA$  и  $OE$ . Что происходит с величиной угла  $AOE$ ? Какой угол при этом движении не изменился?
5. Двигая лучи, расположите их так, чтобы они образовали между собой только прямые углы. Есть ли на рисунке развернутые углы? Если да, то какие лучи их образуют?
6. Есть ли на рисунке противоположные лучи? Укажите, для каких лучей они являются противоположными.

## Задание 81

На рис. 46 прямые  $KE$  и  $MT$  не пересекаются и проходят через начало и конец отрезка  $OC$ . Постройте рисунок.

Рис. 46

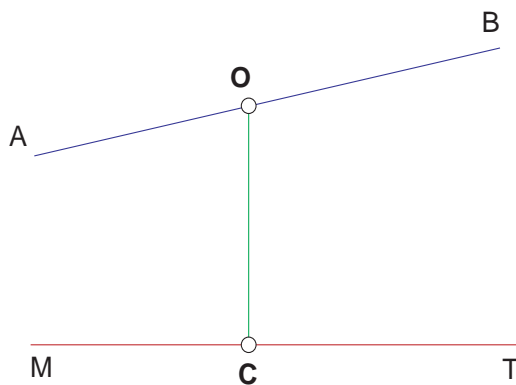


1. Сколько углов на рисунке?
2. Укажите, какой вид имеет каждый угол.
3. Можно ли без измерения угадать величину каждого угла? Если вы сомневаетесь, то измерьте каждый угол и проверьте себя.
4. Подвигайте отрезок  $OC$  вдоль прямых  $KE$  и  $MT$  (выделите курсором отрезок и перемещайте его вдоль прямых вправо, влево). Какие изменения величин углов вы наблюдали? Почему это так?
5. Измените длину отрезка  $OC$  (выделите любую прямую и аккуратно приблизьте ее к другой прямой или удалите от нее). Как повлияли эти изменения на градусные меры углов?
6. Какой вывод вы сделали бы относительно углов, расположенных между прямыми, которые никогда не пересекаются, то есть являются параллельными?

## Задание 82

Постройте рис. 47.

Рис. 47



1. Сколько углов на рисунке?
2. Измерьте каждый угол и сравните результаты между собой.

3. Есть ли на рисунке равные углы?
4. Подвигайте точку  $O$  влево, вправо. Потом точку  $C$  влево, вправо. Какие изменения происходят с величинами углов на рисунке? Свои наблюдения занесите в таблицу.

	Угол $AOС$	Угол $BOC$	Угол $MOO$	Угол $TCO$
Точка $O$ влево				
Точка $O$ вправо				
Точка $C$ влево				
Точка $C$ вправо				

Образец заполнения таблицы:

	Угол $AOС$	Угол $BOC$
Точка $O$ влево	увеличивается	уменьшается

## Задание 83

Постройте углы  $42^\circ$ ,  $57^\circ$ ,  $124^\circ$ ,  $93^\circ$ ,  $143^\circ$ ,  $67^\circ$ ,  $179^\circ$ ,  $43^\circ$ ,  $11^\circ$  (см. на алгоритм построения углов в задании 78).

## Задание 84

Выполните следующие построения.

Постройте два угла с общей стороной так, чтобы один из них составлял  $120^\circ$ , а другой был меньше угла  $120^\circ$  в:

- два раза;
- три раза;
- четыре раза;
- пять раз;
- шесть раз;
- восемь раз;
- десять раз;
- двенадцать раз.

## Задание 85

Два луча разделили развернутый угол на три угла. Измерьте эти углы.

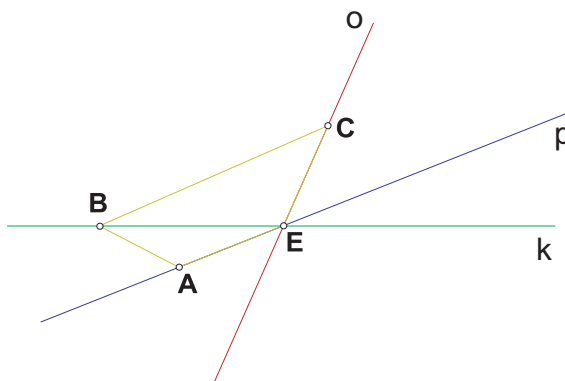
1. Найдите их сумму.
2. Сравните полученный результат с градусной мерой развернутого угла. Что вы увидели?

3. Подвигайте лучи, не выходя за пределы развернутого угла. Что вы увидели? Влияют ли эти изменения на градусную меру развернутого угла?
4. Какой вывод можно сделать о делении угла на нескольких частей? Напишите вывод в виде равенства.

## Задание 86

Постройте три прямые  $o$ ,  $p$  и  $k$  (рис. 48). Отметьте на них точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  так, как показано на рисунке.

Рис. 48



1. Соедините точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $E$  отрезками. Какая фигура получилась?
2. Измерьте углы четырехугольника  $ABCE$  и вычислите сумму его внутренних углов.
3. Подвигайте лучи  $o$ ,  $p$  и  $k$  относительно друг друга и следите за изменениями величин углов. Изменилась ли при этом движении сумма внутренних углов четырехугольника  $ABCE$ ?
4. Какой вывод можно сделать о сумме внутренних углов четырехугольника?
5. Можно ли каким-то образом изменить эту сумму или она – величина постоянная?
6. Можно ли придумать такой четырехугольник, сумма внутренних углов которого равна  $350^\circ$  или  $380^\circ$ ?
7. Сумма внутренних углов какой фигуры тоже является постоянной величиной?

## Задание 87

Постройте три треугольника: прямоугольный, остроугольный, тупоугольный.

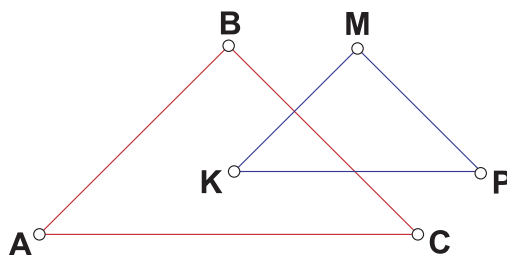
1. Вычислите сумму внутренних углов каждого треугольника.
2. Сравните получившиеся результаты. Что вы увидели?

3. Подвигайте вершины треугольников, стараясь не изменять виды треугольников. Изменилась ли при этом движении сумма внутренних углов треугольников?
4. Подумайте, зависит ли сумма внутренних углов треугольника от его вида?

### Задание 88\*

Постройте рис. 49.

Рис. 49



1. Сколько отрезков и сколько углов на рисунке?
2. Совместите вершины  $A$  и  $K$  (выделите любой треугольник полностью и совместите указанные вершины; тогда точка  $M$  будет лежать на стороне  $AB$  треугольника  $ABC$ , а точка  $P$  – на стороне  $AC$  этого же треугольника). А теперь сколько отрезков и сколько углов на рисунке?
3. Можно ли в пунктах 1 и 2 сделать вывод, что сколько отрезков на данном рисунке, столько и углов? Почему?
4. Отметьте совмещенную вершину  $A$  и  $K$  как центр поворота. Поворачивайте треугольник  $KMP$  вокруг совмещенного центра на любой угол (например,  $40^\circ$ ). А теперь в каком соотношении находятся число отрезков и число углов? Выполните несколько таких исследований и сделайте вывод (как в пункте 3).

## Тема. Биссектриса угла

### Задание 89

Постройте произвольный угол  $AOB$  и биссектрису этого угла.

**Алгоритм построения:**

- курсором выделить последовательно точки  $A$ ,  $O$  и  $B$ ;
- открыть меню *Построение* и выбрать команду **Биссектриса**.

Вы видите, что луч, исходящий из вершины угла, разделил угол на две части. Измерьте величины этих углов. Что вы обнаружили? Подвигайте биссектрису и следите за изменением величин углов. А теперь что вы заметили? Что называют **биссектрисой** угла?



## Задание 90

---

Постройте треугольник  $ABC$ .

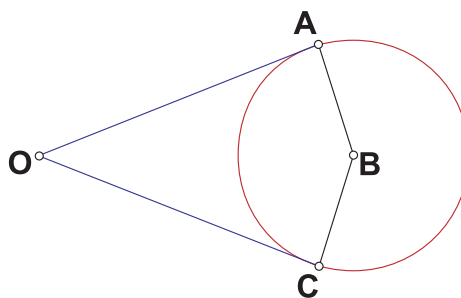
1. Измерьте его углы и найдите их сумму.
2. Подвигайте вершины треугольника  $ABC$ . Что происходит с величинами углов треугольника? А с суммой углов? Какой вывод вы бы сделали?
3. Постройте биссектрисы углов треугольника  $ABC$ . Выделите точку их пересечения. Как называется эта точка?
4. Подвигайте биссектрисы углов треугольника, поперемещайте по чертежу вершины треугольника. Что происходит с величинами углов треугольника и их суммой? Сделайте вывод.

## Задание 91

---

Постройте рис. 50.

Рис. 50



1. Измерьте углы  $AOC$  и  $ABC$ .
2. Постройте отрезок  $OB$ .
3. Измерьте величины получившихся углов  $AOB$  и  $COB$ ,  $ABO$  и  $CBO$ . Что интересного вы заметили?
4. Измените величину угла  $AOC$  (подвигайте точку  $O$  вправо, влево; подвигайте окружность вправо, влево, измените ее радиус). Изменились ли при этом движении величины углов  $AOB$  и  $COB$ ?
5. Что можно сказать про углы  $ABO$  и  $CBO$ ?
6. Чем является для углов  $AOC$  и  $ABC$  отрезок  $OB$ ?
7. Найдите сумму внутренних углов четырехугольника  $AOCB$  и треугольников  $AOB$  и  $COB$ . Какой вывод вы бы сделали?
8. Подвигайте окружность вправо, влево. Изменились ли при этом движении суммы внутренних углов фигур? Почему?

## Задание 92

---

Постройте три треугольника: тупоугольный, остроугольный и прямоугольный.

1. В каждом треугольнике постройте биссектрисы углов.
2. Отметьте точку их пересечения  $O$ . Что можно сказать о расположении биссектрис углов треугольника?
3. К какой из вершин треугольника точка  $O$  ближе всего? (Обратите внимание на угол!!!)
4. Зависит ли расположение точки  $O$  от вида треугольника?
5. В каждом треугольнике измерьте расстояние от вершин треугольника до точки пересечения биссектрис углов треугольника. Одинаковые эти расстояния или разные?
6. Двигая вершины треугольников, добейтесь, чтобы эти расстояния были одинаковыми. Какой треугольник получился?

## Задание 93\*

---

Постройте пятиконечную звезду так, чтобы все углы на вершинах “звездочки” были приближенно равны друг другу. А можно ли построить семиконечную звезду с равными углами? Попробуйте – удачи вам!

## Задание 94

---

Постройте треугольник  $ABC$ , угол  $B$  которого тупой.

1. Измерьте величину тупого угла  $B$  треугольника  $ABC$ .
2. Увеличьте тупой угол  $B$ , насколько можно. Чем ограничена его величина (наибольшее и наименьшее значения тупого угла)?
3. Измерьте два других угла треугольника  $ABC$ . Что происходит с величинами этих углов, когда вы увеличиваете или уменьшаете угол  $B$ ?
4. Постройте биссектрисы углов треугольника  $ABC$ .
5. Постройте точку пересечения биссектрис. К какому углу ближе всего расположена эта точка?
6. Подвигайте вершины треугольника  $ABC$ . Можно ли их расположить так, чтобы в треугольнике  $ABC$  образовались два тупых угла?

## \* Тема. Алгоритмы построения геометрических фигур

### Задание 95

---

*Треугольник, все стороны которого равны, в геометрии называют **равносторонним** (правильным). Построим правильный треугольник и покажем измерением, что это так.*

**Алгоритм построения равностороннего (правильного) треугольника:**

- построить отрезок произвольной длины (радиус окружности);
- выделить начало отрезка (центр первой окружности), нажать на клавишу <Shift> и, не отпуская ее, выделить конец отрезка (вы указали длину радиуса окружности);
- открыть меню *Построение* и выбрать команду **Окружность по центру и точке**;
- выделить конец отрезка (центр второй окружности); нажав и не отпуская клавишу <Shift>, выделить начало отрезка;
- открыть меню *Построение* и выбрать команду **Окружность по центру и точке** (**Внимание! Вы построили две одинаковые окружности, которые имеют общий радиус.**);
- построить точки пересечения окружностей;
- выделить курсором окружности и одну из точек пересечения, открыть меню *Вид* и выбрать команду **Спрятать объекты**;
- выделить последовательно оставшиеся точки, открыть меню *Построение* и выбрать команду **Отрезок**.

Для проверки измерьте стороны и углы треугольника. Подвигайте вершины треугольника и его стороны и следите за своими измерениями. Что вы увидели?

### Задание 96

---

**Алгоритм построения параллельных прямых:**

- построить произвольную прямую, используя **Готовальню**, поставить точку вне прямой с помощью инструмента **Точка из Готовальни**;
- выделить оба объекта (точку и прямую);
- выбрать курсором в меню *Построение* команду **Параллельная**.

На чертеже появится прямая, параллельная данной. Поперемещайте параллельные прямые курсором – вы увидите, что они никогда не пересекаются.

## Задание 97

---

### Алгоритм построения параллелограмма:

- построить произвольную прямую, используя **Готовальню**, отметить вне прямой точку посредством инструмента **Точка**;
- выделить курсором оба объекта, открыть меню *Построение* и выбрать команду **Параллельная** – на чертеже появляется прямая, параллельная данной;
- выделить одну из прямых, открыть меню *Построение* и выбрать команду **Точка на объекте**;
- построить точку на другой прямой (повторить предыдущий пункт), соединить эти точки отрезком;
- на любой прямой построить еще одну точку, выделить ее и отрезок и с помощью команды **Параллельная** построить прямую, параллельную отрезку;
- построить все точки пересечения, спрятать прямые и все точки последовательно соединить отрезками.

Понаблюдайте за фигурой в движении (двигайте вершины параллелограмма, его стороны и т. д.) – и вы увидите все параллелограммы, которые есть на свете.

## Задание 98

---

### Алгоритм построения перпендикулярных прямых:

- построить произвольную прямую, используя инструмент **Прямая** из **Готовальни**, курсором выделить на данной прямой точку;
- выделить оба объекта (точку и прямую); при выделении объектов держать нажатой клавишу <Shift>;
- выбрать курсором в меню *Построение* команду **Перпендикуляр**.

На чертеже появится прямая, перпендикулярная данной. При перемещении прямых в любом направлении их взаимная перпендикулярность сохраняется.

Попробуйте построить с помощью данного алгоритма прямоугольник, квадрат и прямоугольный треугольник.

## Задание 99

---

### Алгоритм построения правильного треугольника с помощью взаимно перпендикулярных прямых:

- построить две взаимно перпендикулярные прямые и их точку пересечения;
- на любой прямой отметить точку, курсором выделить сначала точку пересечения прямых (центр окружности), потом точку, отмеченную на прямой (радиус окружности); открыть меню *Построение* и выбрать команду **Окружность по центру и точке**;

- построить точки пересечения окружности с вертикальной прямой и обозначить буквами *A* (нижнюю точку) и *B* (верхнюю точку);
- построить вторую окружность тем же радиусом, для этого выделить сначала точку *A* или *B* на вертикальной прямой, потом точку пересечения прямых и так же построить окружность по центру и точке;
- построить точки пересечения окружностей *E* и *C*;
- выделить последовательно точки *A*, *E* и *C* (или *B*, *E* и *C*), открыть меню *Построение* и выбрать команду **Отрезок**.

Для проверки измерьте углы и стороны построенного треугольника.

## Задание 100

---

**Алгоритм построения медиан треугольника:**

- построить треугольник;
- выделить курсором любую сторону треугольника и в меню *Построение* выбрать команду **Середина**;
- выделить середину стороны и противоположную вершину, открыть меню *Построение* и выбрать команду **Отрезок** – вы построили одну медиану треугольника (*медианой* называют отрезок, который соединяет вершину треугольника с серединой противоположной стороны; любой треугольник имеет три медианы);
- построить середины двух других сторон треугольника и соединить их отрезками с противоположными вершинами;
- выделить две медианы и построить их точку пересечения.

*В любом треугольнике медианы пересекаются в одной точке. Эту точку называют **центром тяжести** треугольника (см. Атанасян и др. “Геометрия 7–9”, с. 141).*

*Биссектрисы треугольника, так же как и медианы, пересекаются в одной точке. Эту точку называют **центром вписанной окружности**.*

*Все эти точки (как и многие другие) входят в число так называемых **замечательных** точек треугольника (см. Атанасян и др. “Геометрия 7–9”, с. 169).*

## Задание 101

---

**Алгоритм построения высоты треугольника:**

- построить треугольник;
- выделить курсором одну из вершин треугольника; нажав на клавишу <Shift> и не отпуская ее, выделить противоположную сторону треугольника; открыть меню *Построение* и выбрать команду **Перпендикуляр**; выделить точку пересечения

перпендикуляра со стороной треугольника и соединить отрезком с противоположной вершиной треугольника.

*Перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону треугольника, называют **высотой** треугольника.*

*В любом треугольнике высоты пересекаются в одной точке.*

*Эту точку называют **ортоцентром** треугольника. Она тоже входит в состав замечательных точек треугольника (см. Атанасян и др. “Геометрия 7–9”, с. 171).*

## \* Тема. Замечательные точки треугольника

### Задание 102

---

Постройте произвольный треугольник  $ABC$ .

1. Постройте медианы треугольника  $ABC$  и точку их пересечения. Как называется эта точка?
2. Три медианы делят треугольник  $ABC$  на шесть треугольников. Измерьте площади и периметры этих треугольников. Сравните результаты. Что вы увидели?
3. Есть ли на рисунке треугольники, которые имеют одинаковые периметры? Сколько их?
4. Подвигайте вершины треугольника  $ABC$  и последите за изменением результатов измерения. Как изменились площади и периметры треугольников?
5. Как называются фигуры, площади которых равны?
6. Постройте биссектрисы углов треугольника  $ABC$ .
7. Постройте точку их пересечения. Как называется эта точка?
8. Сравните центр тяжести и центр вписанной окружности треугольника  $ABC$ . Совпадают они или нет?
9. Движением вершин треугольника добейтесь, чтобы эти точки совпали. Измерьте стороны и углы нового треугольника. Как называется такой треугольник? Сделайте вывод.

### Задание 103

---

Постройте правильный треугольник (см. задание 95). Постройте в правильном треугольнике его медианы (см. задание 100).

1. Три медианы делят треугольник на шесть треугольников. Измерьте площади и периметры этих треугольников. Что интересного вы увидели?
2. Постройте биссектрисы углов треугольника и точку их пересечения.

3. Что вы можете сказать про центр тяжести и центр вписанной окружности правильного треугольника?
4. Подвигайте вершины треугольника и последите за результатами измерения. Что вы увидели?
5. Сделайте вывод, закончив предложение: медианы и биссектрисы правильного треугольника делят треугольник на...

## **Задание 104**

---

Постройте произвольный треугольник.

1. Постройте медианы треугольника и точку их пересечения.
2. Постройте высоты треугольника и точку их пересечения.
3. Постройте биссектрисы углов треугольника и точку их пересечения.
4. Что вы можете сказать про центр тяжести, центр вписанной окружности и ортоцентр данного треугольника?
5. Подвигайте вершины треугольника и последите за движением его замечательных точек. Зависит ли расположение этих точек от вида треугольника по углам?
6. Сравните взаимное расположение высот, медиан и биссектрис углов треугольника в остроугольном, тупоугольном и в прямоугольном треугольнике. Что вы заметили?
7. Составьте таблицу, выражающую зависимость расположения замечательных точек треугольника от вида треугольника по углам.
8. Постарайтесь, чтобы эти точки совпали. Когда это бывает?

## **Задание 105**

---

Постройте правильный треугольник.

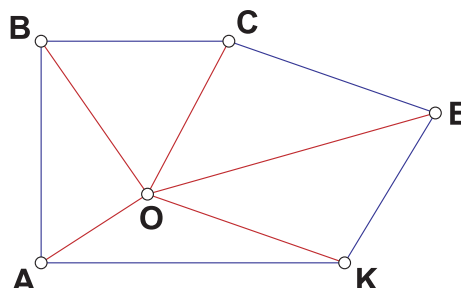
1. Постройте медианы правильного треугольника и точку их пересечения.
2. Постройте высоты правильного треугольника и точку их пересечения.
3. Постройте биссектрисы правильного треугольника и точку их пересечения.
4. Что вы сможете сказать про центр тяжести, центр вписанной окружности и ортоцентр этого вида треугольника?
5. Подвигайте вершины правильного треугольника и последите за его замечательными точками. Какой вывод о пересечении медиан, высот и биссектрис углов правильного треугольника можно сделать?

## \* Тема. Разное

### Задание 106

Пятиугольник разбит на пять частей так, как показано на рис. 51. Постройте рисунок.

Рис. 51



1. Измерьте площадь каждой части пятиугольника и найдите их сумму.
2. Измерьте площадь пятиугольника. Сравните площадь пятиугольника с суммой площадей его составных частей. Что вы заметили?
3. Двигайте точку  $O$  внутри пятиугольника и следите за изменением результатов измерения площадей. Как ведет себя при движении площадь пятиугольника и сумма площадей его составных частей?
4. Напишите равенство, выражающее связь между площадью пятиугольника и суммой площадей его составных частей.
5. Спрячьте отрезок  $BO$ . Заново измерьте площади составных частей пятиугольника, найдите их сумму и сравните полученный результат с площадью пятиугольника. Что вы увидели?
6. Двигайте точку  $O$ , не выходя за пределы пятиугольника. Какое равенство, выражающее связь между площадью пятиугольника и суммой площадей его составных частей, вы бы написали?
7. Спрячьте отрезок  $CO$ . Из каких частей состоит пятиугольник?  
Повторите пункты 5 и 6 и напишите равенство, выражающее связь между площадью пятиугольника и суммой площадей его новых составных частей.
8. Спрячьте отрезок  $OE$  и повторите для получившегося рисунка задание пункта 7.
9. Сделайте вывод, закончив предложение: если фигура разбита на несколько частей, то площадь фигуры равна...



## Задание 107

---

Постройте отрезок и разделите его на две части; на три части (см. задание 5); на четыре части.

На каждом рисунке измерьте длины отрезков. Двигая точки (концы отрезков), убедитесь в том, что вы выполнили построение правильно.

## Задание 108

---

Постройте отрезок  $AB$ . Разделите его на восемь равных частей.

Отметьте на отрезке  $AB$  точку и выявите ее обозначение. Сначала прочитайте задание до конца, а потом выполните его по пунктам.

Подвигайте отмеченную точку и расположите ее так, чтобы она находилась:

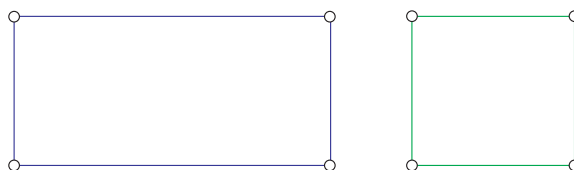
- на одинаковом расстоянии от концов отрезка  $AB$ ;
- ближе к концу  $A$ , чем к концу  $B$ ;
- ближе к концу  $B$ , чем к концу  $A$ ;
- в точках:  $1/8$ ;  $5/8$ ;  $7/8$ ;  $3/8$ ;  $6/8$ ;  $8/8$ .

## Задание 109

---

Постройте фигуры (рис. 52).

Рис. 52



1. Что общего у этих фигур и чем они отличаются?
2. Является ли квадрат прямоугольником?
3. Двигая курсором стороны прямоугольника и, следовательно, изменяя его размеры, сделайте так, чтобы новый прямоугольник вмещал:
  - два таких квадрата (для удобства выделите квадрат, скопируйте его и перемещайте копию, куда вам надо);
  - четыре таких квадрата;
  - шесть таких квадратов.

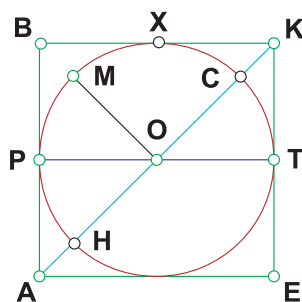
Для каждого пункта скопируйте каждый рисунок и подпишите, что он показывает. Как связана на каждом рисунке площадь прямоугольника с площадью каждого квадрата?

Напишите равенства, выражающие эту связь для каждого рисунка.

## Задание 110

Постройте рис. 53 (см. построение в задании 71).

Рис. 53

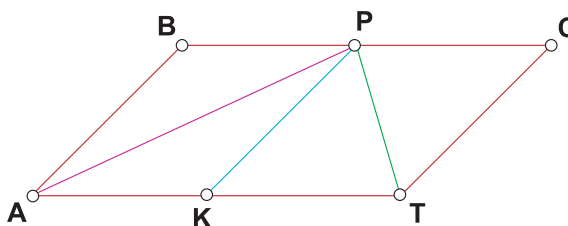


1. Какие геометрические фигуры вы видите на рисунке?
2. Сколько развернутых, тупых, острых и прямых углов на рисунке?
3. Есть ли на рисунке равные углы?
4. Чему равна величина самого большого угла на рисунке?
5. Измерьте угол  $МОС$ . Двигая точку  $М$  по дуге  $РХ$ , зафиксируйте величину угла  $МОС$ , когда она:
  - меньше  $90^\circ$ ;
  - больше  $90^\circ$ ;
  - больше  $180^\circ$ .
6. Симметричен ли данный рисунок? Если да, то назовите, сколько осей симметрии он имеет.
7. Имеет ли данный рисунок центр симметрии?
8. Подвигайте точку  $М$  так, чтобы она совпала с точкой  $Н$ . Чем является для окружности отрезок  $МО$ ?
9. Есть ли на рисунке отрезки, равные по длине отрезку  $МО$ ? Как они называются?
10. Чем является для окружности отрезок  $МС$ ?
11. Есть ли на рисунке отрезки, равные по длине отрезку  $МС$ ? Как они называются?
12. Какие еще исследования вы могли бы выполнить на данном рисунке? Удачи вам!

## Задание 111

Постройте параллелограмм  $ABCT$  (рис. 54). На стороне  $BC$  отметьте точку  $P$ , а на стороне  $AT$  – точку  $K$ . Соедините точки  $A$ ,  $K$  и  $T$  отрезками с точкой  $P$  так, как показано на рисунке.

Рис. 54

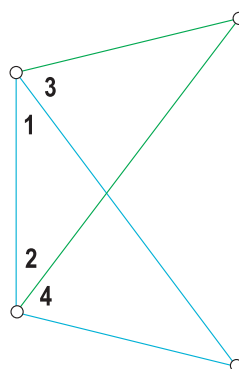


1. Измерьте площадь параллелограмма и площади треугольников.
2. Подвигайте точку  $P$  и последите за изменением результатов измерения площадей. Закончив наблюдения, напишите зависимость площади параллелограмма от его составных частей.
3. Спрячьте отрезок  $AP$  и, повторив пункт 2, напишите новую зависимость площади параллелограмма от его составных частей.
4. Спрячьте отрезок  $KP$  и повторите пункт 2 или 3 для нового рисунка. Какой вывод вы сделали бы о площади фигуры, разделенной на несколько частей?
5. Можно ли, двигая точки  $P$  и  $K$ , расположить их так, чтобы составными частями параллелограмма были: равные треугольники; равновеликие треугольники? Попробуйте!

## Задание 112\*

Постройте чертеж (рис. 55) так, чтобы угол 1 был равен углу 2, а угол 3 – углу 4 (величины углов выберите сами).

Рис. 55

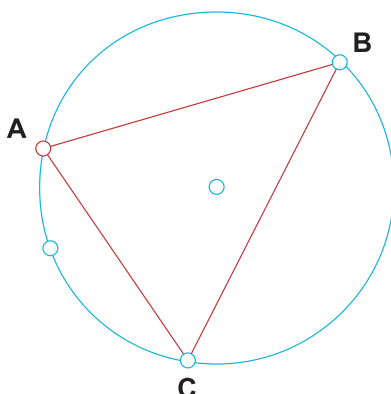


Какие исследования вы могли бы провести самостоятельно на данном рисунке? Удачи вам!

## Задание 113

Постройте окружность. Проведите хорды так, как показано на рис. 56. Из каждой точки постройте перпендикуляры к противоположной хорде.

Рис. 56



Что можно сказать об их пересечении?

Подвигайте точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  по окружности, изменяя длины хорд.

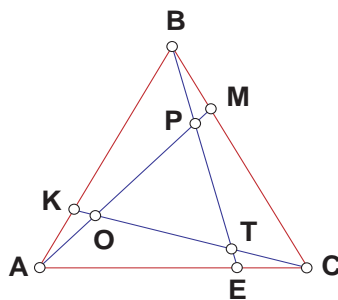
Увеличьте и уменьшите радиус окружности. Подвигайте перпендикуляры и следите за точкой их пересечения. Чем являются перпендикуляры и точка их пересечения для треугольника  $ABC$ ?

Какие дополнительные исследования вы могли бы предложить и выполнить самостоятельно?

## Задание 114\*

Постройте правильный треугольник  $ABC$  (рис. 57).

Рис. 57



Каждую сторону треугольника  $ABC$  разделите на три равные части (см. задание 5). Выделите точки, которые близко расположены к вершинам, и соедините их отрезками с противоположными вершинами так, как показано на рис. 57.

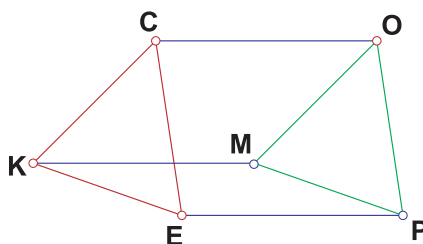
Вы видите, что отрезки  $AM$ ,  $CK$  и  $BE$ , пересекаясь, образуют треугольник  $OPT$ . Исследуйте треугольник  $OPT$ , определите, является ли он правильным или нет. Затем постройте точки пересечения медиан, высот и биссектрис углов каждого треугольника.

Что интересного вы заметили? Сделайте вывод, закончив предложение: треугольники  $ABC$  и  $OPT$  являются \_\_\_\_\_ и их \_\_\_\_\_.

## Задание 115

Постройте произвольный треугольник  $KCE$  (рис. 58). Через его вершины проведите параллельные прямые так, как показано на рис. 58.

Рис. 58

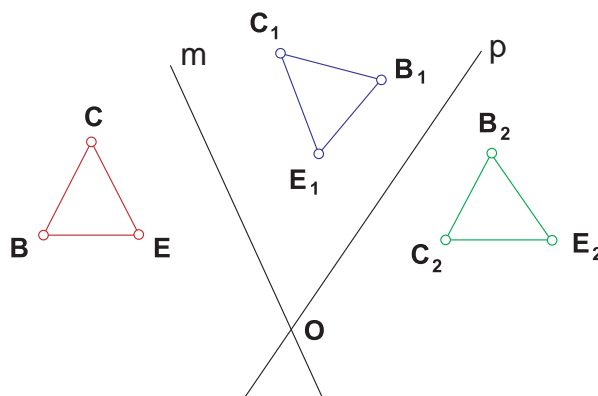


Отложите на прямых, как показано на чертеже, равные по длине отрезки  $CO$ ,  $KM$  и  $EP$ . Соедините отрезками точки  $O$ ,  $M$  и  $P$ . Убедитесь измерением, что треугольники  $KCE$  и  $MOP$  равны.

## Задание 116

Постройте две прямые  $m$  и  $p$ , пересекающиеся в точке  $O$  (смотрите рис. 59). Постройте произвольную фигуру, например, треугольник  $BCE$ .

Рис. 59



1. Постройте треугольник  $B_1C_1E_1$ , симметричный треугольнику  $BCE$  относительно прямой  $m$ , а затем треугольник  $B_2C_2E_2$ , симметричный треугольнику  $B_1C_1E_1$  относительно прямой  $p$ .
2. Соедините точки  $B$ ,  $C$  и  $E$  и соответствующие им точки  $B_2$ ,  $C_2$  и  $E_2$  с точкой  $O$ . Измерьте углы  $BOB_2$ ,  $COC_2$ ,  $EOE_2$  и угол, образованный прямыми  $m$  и  $p$ , а также длины отрезков  $BO$  и  $B_2O$ ,  $CO$  и  $C_2O$ ,  $EO$  и  $E_2O$ . Какие выводы можно сделать?
3. Подвигайте прямые относительно друг друга, подвигайте фигуры по чертежу. Что интересного вы увидели? Какой вывод можно сделать после наблюдения?

## Задание 117

---

Постройте семь прямых так, чтобы они имели общую точку пересечения  $O$  и образовали между собой углы по  $25^\circ$ . Внутри одного из углов постройте какую-нибудь фигуру, например, треугольник или ромб. Выделите фигуру цветом.

Отразите эту фигуру последовательно симметрично относительно всех прямых.

Подвигайте прямые, стороны и вершины отраженных фигур. Что интересного вы увидели? Какой вывод можно сделать после наблюдения?

Какие исследования (например, как в задании 116) вы могли бы предложить на данном рисунке? Покажите результаты измерения.

## Задание 118

---

Постройте треугольник  $ABC$  и выполните следующие задания.

1. Выделите сторону  $AB$  и отметьте ее как ось симметрии.
2. Отрадите треугольник  $ABC$  относительно оси  $AB$ .
3. Подвигайте ось  $AB$ . Что сохраняется при этом движении? Покажите результаты измерения.
4. Выделите сторону  $AC$  и отметьте ее как ось симметрии.
5. Отрадите треугольник  $ABC$  относительно оси  $AC$ .
6. Подвигайте ось  $AC$ . Что сохраняется при этом движении? Покажите результаты измерения.
7. Выделите сторону  $BC$  и отметьте ее как ось симметрии.
8. Отрадите треугольник  $ABC$  относительно оси  $BC$ .
9. Подвигайте ось  $BC$ . Что сохраняется при этом движении? Покажите результаты измерения.

Подвигайте за вершины получившуюся фигуру.

Какие картинки можно получить при движении вершин данной фигуры и как бы вы их назвали?

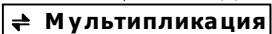
## \* Тема. Движение фигур и их траектория

**Внимание!** В среде **Живая Геометрия** фигура может двигаться только по отрезку и по окружности!

Чтобы задать движение фигуры, нужно выбрать команду **Мультипликация** из меню *Вид*, а чтобы следить за траекторией движения – команду **Проследить** из меню *Вид*. Например, вы хотите задать движение точки по отрезку (или по окружности) и проследить за ее траекторией. Для этого:

- постройте отрезок (или окружность);
- постройте на нем (на ней) точку;
- выделите точку и отрезок, выберите команды **Проследить** и **Мультипликация** из меню *Вид*;
- появляется диалоговое окно **Подбора маршрута**. В окне вы видите надписи, показывающие, сколько фигур участвует в движении; пути их движения; с какими скоростями может двигаться фигура и по каким направлениям;
- выберите курсором сначала путь движения оживляемой точки – надпись **Отрезок**;
- выберите направление движения (например, команду **В обе стороны**) и скорость движения (например, команду **Медленно**);
- щелкните на команде **Мультипликация**.

Точка начинает двигаться по отрезку (по окружности) в обе стороны, оставляя след. Если вы хотите остановить движение, щелкните в произвольном месте на плоскости чертежа. Чтобы было удобнее работать и повторять движения, лучше создать кнопку для мультипликации.

Кнопка создается следующим образом. После выделения движущихся объектов и путей движения выберите команду **Пульт кнопок** из меню *Редактор* и здесь же выберите команду **Мультипликация**. Над вашим рисунком появится такая кнопка:  .

Щелкните на кнопке дважды – и на экране возникнет мультипликация. Чтобы остановить ее, щелкните на пустом месте.

### Задание 119

Постройте окружность, отметьте на ней точку. Постройте радиус окружности, соединив отмеченную точку и центр окружности отрезком. Задайте движение точки (конца радиуса) по окружности и проследите за траекторией.

Образец шагов построения и выполнения задания:

- постройте окружность;
- отметьте точку на окружности;
- соедините отмеченную точку с центром окружности;
- выделите окружность и конец радиуса, откройте меню *Вид*, выберите команду **Проследить**; откройте меню *Редактор*, выберите команду **Пульт кнопок**, потом команду **Мультипликация**.

В диалоговом окне **Подбора маршрута** выберите последовательно такие команды: **В одну сторону**, **Быстро** (скорость можно задать любую; просмотрев след движения точки, дважды щелкните на листе чертежа – и след исчезнет), **В обе стороны**, **Среднее**, **Только один раз**, **Медленно**.

## Задание 120

---

Проследите траекторию движения точки:

- на чертежном листе отметьте произвольную точку;
- выделите точку;
- выберите команду **Проследить** из меню *Вид*;
- подвигайте точку по плоскости чертежа и наблюдайте за ее следом.

Повторите это наблюдение несколько раз.

## Задание 121

---

Постройте окружность. С помощью команды **Точка на объекте** из меню *Построение* отметьте на ней точку  $K$  и постройте радиус окружности  $KO$ . Выделите радиус окружности и отметьте на нем точку  $A$ . Выделите точку  $A$  и выберите команду **Проследить**.

Подвиньте курсором радиус окружности. Какой след оставит точка  $A$ ?

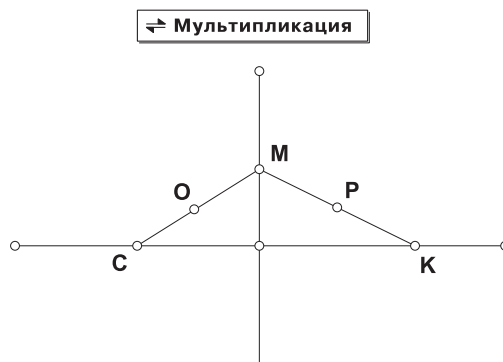
Двигайте точку  $A$  по радиусу  $KO$  и следите за ее траекторией. Выделите окружность, подвигайте ее произвольно по чертежу и наблюдайте за траекторией движения точки  $A$ . Повторите свои наблюдения, пользуясь командой **Мультипликация**. Предварительно создайте кнопку **Мультипликация**. Для этого достаточно выделить точку  $K$  и окружность, выбрать команду **Пульт кнопок** из меню *Редактор*, а потом – команду **Мультипликация**. Для скорости движения точки  $K$  выберите **Медленно**.



## Задание 122

Постройте взаимно перпендикулярные отрезки (рис. 60). На горизонтальном отрезке отметьте две точки  $C$  и  $K$ , как показано на рисунке. На вертикальном отрезке отметьте точку  $M$ .

Рис. 60



Постройте отрезки  $MC$  и  $MK$ .

Постройте середины этих отрезков и отметьте их буквами  $P$  и  $O$ . Выделите точки  $P$  и  $O$ , выберите команду **Проследить**. Сначала курсором двигайте точку  $M$  по вертикальному отрезку и следите за траекторией движения точек  $P$  и  $O$ . Какие следы оставили точки  $P$  и  $O$ ?

Проверьте свои наблюдения с помощью команды **Мультипликация**, предварительно создав кнопку **Мультипликация**. Для этого:

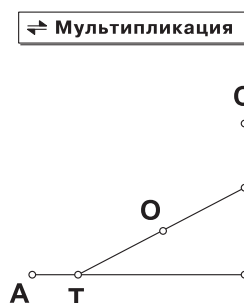
- выделите точки  $P$  и  $O$ ;
- выберите команду **Проследить**;
- выделите точку  $M$  и вертикальный отрезок;
- выберите команды **Пульт кнопок**, **Мультипликация**.

Повторите эти исследования несколько раз.

## Задание 123

Постройте взаимно перпендикулярные отрезки  $AB$  и  $CB$  (рис. 61). На отрезках отметьте точки  $K$  и  $T$  так, как показано на рисунке.

Рис. 61



Отметьте середину  $O$  отрезка  $TK$ . Проследите за траекторией движения точки  $O$ , пользуясь только командой **Проследить**, когда:

- точка  $T$  двигается по отрезку  $AB$ ;
- точка  $K$  двигается по отрезку  $CB$ ;
- концы отрезка  $TK$  равномерно двигаются по отрезкам  $AB$  и  $CB$  (очень интересный след!).

Повторите такие же исследования траектории движения и для произвольной точки  $O$ , выбранной на отрезке  $TK$ .

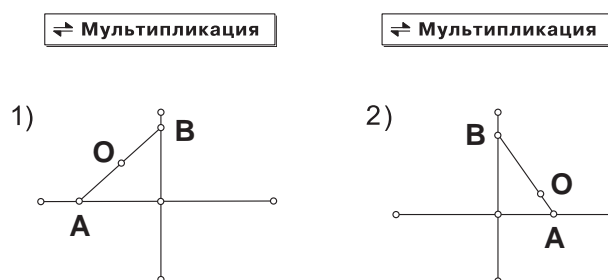
Проверьте свои наблюдения с помощью команды **Мультипликация**.

## Задание 124

На рис. 62 вы видите четыре взаимно перпендикулярных отрезка. На первом рисунке точка  $O$  является серединой отрезка  $AB$ , а на втором – занимает произвольное положение.

Постройте рисунки, задайте движение точек  $A$  и  $B$  по соответствующим отрезкам и в обоих случаях проследите за траекторией движения точки  $O$ .

Рис. 62



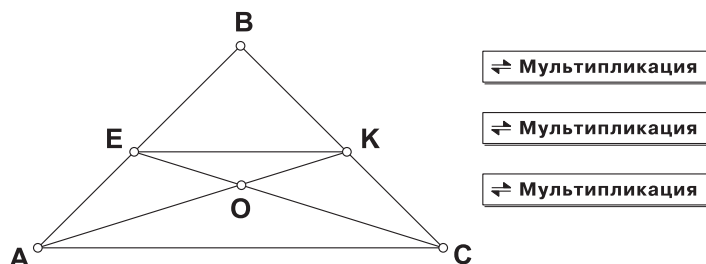
Сможете ли вы догадаться, какой след оставит точка  $O$  на первом рисунке, а какой – на втором?

На втором рисунке измените несколько раз положение точки  $O$  и продолжите свои наблюдения.

## Задание 125

Дан треугольник  $ABC$  (рис. 63). На сторонах этого треугольника отмечены точки  $E$  и  $K$ , которые перемещаются соответственно по сторонам  $AB$  и  $BC$ . Отрезки  $EK$  и  $AC$  параллельны друг другу. Постройте рисунок.

Рис. 63



Задайте движение точек  $E$  и  $K$  по сторонам  $AB$  и  $BC$  и проследите за траекторией движения точки  $O$ , когда:

- точки  $E$  и  $K$  имеют одинаковую скорость;
- точка  $E$  движется **Медленно**, а точка  $K$  имеет **Среднюю** скорость;
- точка  $E$  движется **Быстро**, а точка  $K$  – **Медленно** и т. д.

Напишите, какой рисунок получается в каждом случае.

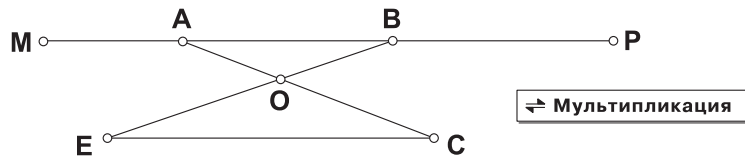
Как вы думаете, зависит ли вид траектории движения точки  $O$  от вида треугольника? Если да, то продолжите свои наблюдения для прямоугольного и для правильного треугольников.

Опишите, какие следы получаются в каждом случае.

## Задание 126

На рис. 64 отрезки  $MP$  и  $EC$  параллельны. Точки  $A$  и  $B$  перемещаются по отрезку  $MP$ . Точка  $O$  является точкой пересечения отрезков  $EB$  и  $AC$ . Постройте рисунок.

Рис. 64



Задайте движение точек  $A$  и  $B$ . Понаблюдайте, какой след оставит точка  $O$  при движении точек  $A$  и  $B$  по отрезку  $MP$ , если скорости точек одинаковы.

А если скорости разные, какие следы получаются?

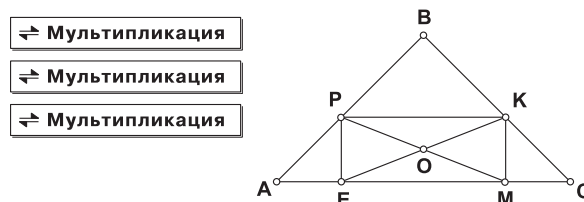
Увеличьте и уменьшите расстояние между отрезками  $MP$  и  $EC$ . Изменилась ли при этом траектория точки  $O$ ?

## Задание 127\*

На рис. 65 точки  $P$  и  $K$  перемещаются соответственно по сторонам  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  так, что  $PK \parallel EM$ .

Точки  $E$  и  $M$  на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  таковы, что  $PE$  и  $KM$  перпендикулярны отрезку  $AC$ . Точка  $O$  является точкой пересечения отрезков  $PM$  и  $EK$ . Скорость движения точек  $P$  и  $K$  одинакова. Постройте рисунок.

Рис. 65



1. Задайте движение точек  $P$  и  $K$  и понаблюдайте, какой след оставляет точка  $O$ , когда точки  $P$  и  $K$  двигаются со скоростями **Медленно**, **Средне**, **Быстро**.
2. Зависит ли вид траектории от величины острого угла (выделите вершину  $B$  и измените углы  $A$  и  $C$ )? Проверьте.
3. Повторите свои наблюдения при данных скоростях для прямоугольного и правильного треугольников.
4. Занесите свои наблюдения в таблицу.

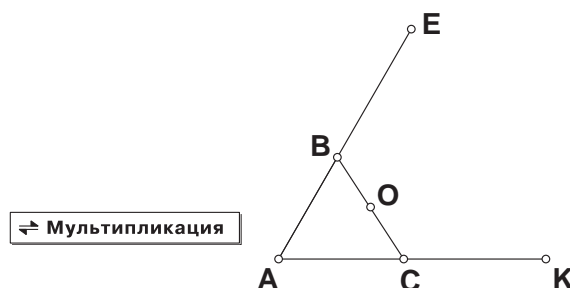
Вид треугольника	Вид траектории движения точки $O$		
	Скорость <b>Медленно</b>	Скорость <b>Средне</b>	Скорость <b>Быстро</b>
Остроугольный			
Прямоугольный			
Правильный			

При какой скорости траектория движения точки  $O$  является «насыщенной»?

## Задание 128

На рис. 66 угол между отрезками  $AE$  и  $AK$  равен  $60^\circ$ . Точки  $B$  и  $C$  перемещаются соответственно по отрезкам  $AE$  и  $AK$ . Точка  $O$  – середина отрезка  $BC$ . Постройте рисунок.

Рис. 66



Задайте движение точек  $B$  и  $C$  и понаблюдайте, какой след оставит точка  $O$ , когда:

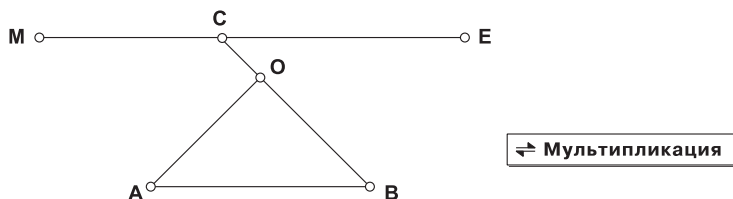
- длины отрезков  $AB$  и  $AC$  равны;
- длина отрезка  $AB$  больше длины отрезка  $BC$  (исследуйте несколько таких положений точки  $O$ );
- длина отрезка  $AB$  меньше длины отрезка  $BC$  (исследуйте несколько таких положений точки  $O$ ).

Повторите аналогичные наблюдения, когда точка  $O$  – не середина отрезка  $BC$ , а занимает любое положение на нем.

## Задание 129

На рис. 67 отрезки  $ME$  и  $AB$  параллельны друг другу. Точка  $C$  перемещается по отрезку  $ME$ . Угол  $AOB$  равен  $90^\circ$ . Постройте рисунок.

Рис. 67

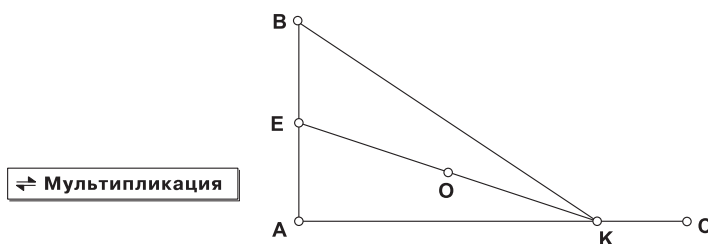


1. Какой след оставит точка  $O$  при движении точки  $C$  по отрезку  $ME$ ?
2. Измените несколько раз положение точки  $O$  на отрезке  $CB$  и продолжайте свои наблюдения. Чем отличаются эти следы?

## Задание 130

На рис. 68 отрезки  $AB$  и  $AC$  перпендикулярны. Точки  $E$  и  $K$  таковы, что перемещаются соответственно по отрезкам  $AB$  и  $AC$ . Точка  $O$  – середина отрезка  $EK$ . Постройте рисунок.

Рис. 68

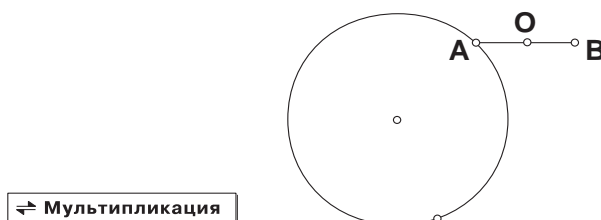


1. Какой след оставит точка  $O$  при движении точек  $E$  и  $K$ ? А если точка  $O$  – не середина отрезка  $EK$ , то какой след получится?
2. Понаблюдайте за траекторией движения точки  $O$  при нескольких ее положениях на отрезке  $EK$  (выберите их сами).

## Задание 131

На рис. 69 точка  $A$  перемещается по окружности, а точка  $O$  – середина отрезка  $AB$ . Постройте рисунок.

Рис. 69



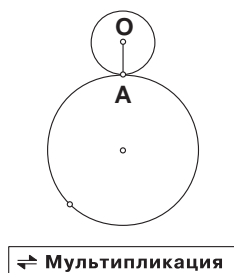
1. Задайте движение точки  $A$  по окружности. Какой след оставит точка  $O$ ?

- Понаблюдайте за траекторией точки  $O$ , когда она – не середина отрезка  $AB$ .
- Выберите несколько положений точки  $O$  на отрезке  $AB$  и сделайте вывод о том, чем отличаются эти следы друг от друга.

## Задание 132

На рис. 70 даны две окружности.

Рис. 70



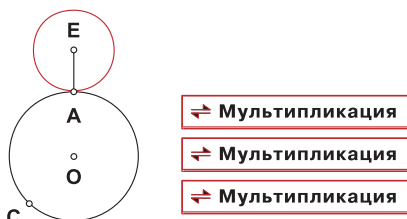
Точка  $A$  перемещается по большой окружности, а радиус малой окружности при этом меняется. Постройте рисунок.

Выделите точку  $A$  и ее путь движения, выберите команду **Проследить**, из меню *Редактор* – команду **Мультипликация** и проследите за траекторией движения точки  $A$ . На какую фигуру похож след точки  $A$ ?

## Задание 133

На рис. 71 дана окружность радиуса  $OC$ . На ней выбрана точка  $A$ , которая перемещается по окружности. Вне большой окружности дана малая окружность радиуса  $EA$  (выделите ее цветом!). Радиус  $EA$  меняется.

Рис. 71



- Постройте рисунок. Нажмите на клавишу <Shift>, выделите малую окружность и выберите команду **Проследить**. Не отпуская клавишу <Shift>, выделите точку  $A$  и путь ее движения – окружность. Откройте меню *Редактор* и создайте кнопку **Мультипликация**.
- Выберите последовательно три скорости движения и проследите за траекторией движения точки  $A$  и малой окружности радиуса  $EA$ . При какой скорости движения следы получаются насыщеннее?

## Задание 134\*

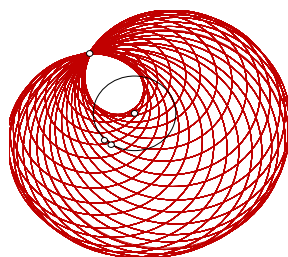
Даны две окружности с радиусами  $EK$  и  $OA$  (рис. 72). Точка  $O$  является центром малой окружности и перемещается по большой окружности. Радиус  $OA$  меняется.

Рис. 72

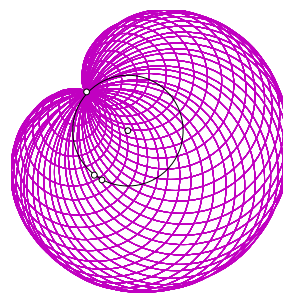


1. Постройте рисунок, выбрав радиус  $EK$  подлиннее (для наглядности).
2. Выделите малую окружность цветом и выберите команду **Проследить**. Далее выделите точку  $O$  и большую окружность и из меню *Редактор* выберите команду **Мультипликация**.

След получается удивительно интересный.



⇒ Мультипликация



⇒ Мультипликация

Его в геометрии называют **кардиоидой**, потому что он имеет форму сердца (от греческого *кардиа* – *сердце*). Наблюдение повторите несколько раз, предварительно изменив наклон радиуса  $OA$ .

Чем отличаются друг от друга кардиоиды?

Теперь выполните следующие задания:

- подвигайте точку  $A$  по малой окружности так, чтобы она оказалась внутри большой окружности и продолжайте свои наблюдения, изменяя несколько раз наклон радиуса  $OA$  (чем отличаются рисунки друг от друга при разных наклонах радиуса  $OA$ ?);
- приблизьте точку  $A$  к центру большой окружности и щелкните на кнопке **Мультипликация** (какой след получился?);
- поменяйте радиус  $OA$  и расположите его так, чтобы он стал диаметром большой окружности (наклон выберите любой). Какую форму имеет получившаяся кардиоида?

Сделайте вывод о том, от чего зависит форма кардиоиды.

## \* Тема. Орнаменты

В древности было известно, что имеется только три вида правильных многоугольников, которыми можно полностью замостить плоскость без пробелов и перекрытий, – треугольник, квадрат, шестиугольник. В каждом из этих замощений любые два многоугольника имеют либо общую сторону, либо только общую вершину, либо вовсе не имеют общих точек. Замощения плоскости многоугольниками, удовлетворяющие этому требованию, называют **паркетам**. Другими словами, плоскость заполняется сдвигами одного и того же рисунка на два вектора.

Это такие же паркетки, как в ваших квартирах, как орнаменты на линолеуме, как рисунки на обоях.

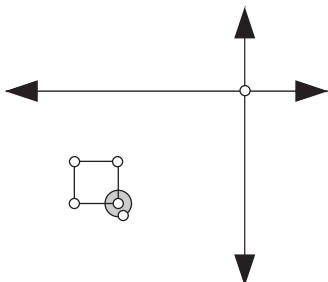
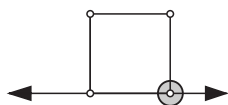
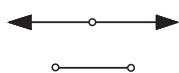
В этом разделе представлены проектные работы учеников 5 «В» класса школы 1012 г. Москвы, выполненные в 1999 г.

Узоры дети придумали сами и построили на квадратной сетке. Я предлагаю вам тоже научиться строить эти красивые узоры и придумать потом свои.

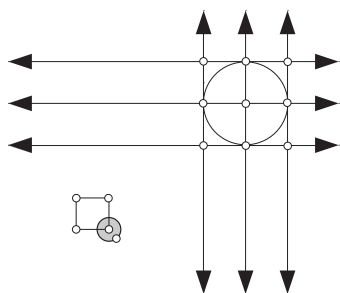
А для этого давайте научимся строить сетку. Ну что, вы готовы начать построение сетки? Тогда приступим!

### Алгоритм построения сетки:

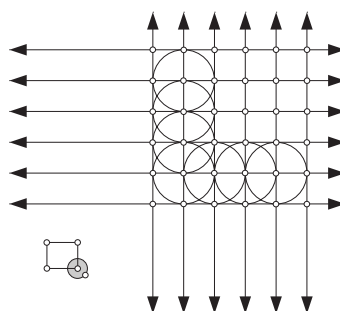
- построить отрезок;
- построить точку над отрезком;
- выбрать из **Готовальни** инструмент Прямая, выделить отмеченную точку и отрезок;
- выбрать команду **Параллельная** и построить прямую (см. рисунок);
- спрятать отрезок, выделить прямую и отметить на ней точку;
- выделить исходную точку, отмеченную точку и построить отрезок;
- выделить начало отрезка и **Отметить как центр**;
- выделить отрезок и конец отрезка;
- открыть меню **Преобразование** и выбрать команду **Повернуть**, повернуть отрезок на  $90^\circ$ , повторить данный поворот два раза (у вас на рисунке получился квадрат, но не простой – двигайте нижнюю правую вершину квадрата, которая на рисунке выделена кругом, и вы увидите, что он увеличивается и уменьшается);
- в середине чертежа отметить точку, выделить ее и горизонтальную сторону квадрата (можно любую), выбрать команду **Параллельная** и построить горизонтальную прямую;
- еще раз выделить отмеченную точку и вертикальную сторону квадрата;
- выбрать команду **Параллельная** и построить вертикальную прямую, проходящую через эту точку (см. рисунок);



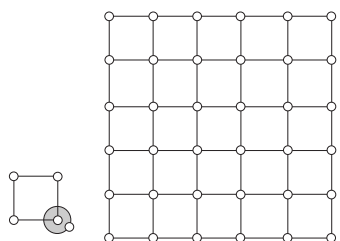




- выделить точку пересечения прямых и одну из сторон квадрата;
- открыть меню *Построение*, выбрать команду **Окружность по центру и радиусу** и построить окружность;
- построить точки пересечения окружности с перпендикулярными прямыми;
- построить прямые, параллельные исходным прямым, проходящие через точки пересечения, как показано на рисунке (подвигайте выделенную вершину квадрата и проверьте, двигается ваш рисунок или нет; такую проверку проводите почаще!);



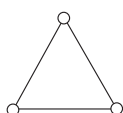
- выделить сначала правую или левую точку пересечения (это будет центр второй окружности), потом сторону квадрата (радиус окружности) и построить вторую окружность;
- отметить точки пересечения второй окружности с параллельными прямыми и построить прямые, параллельные предыдущим, проходящие через эти точки; таким же образом построить в горизонтальном направлении следующие окружности – см. рисунок (при построении окружностей в вертикальном направлении поступайте точно так же);



- выделить все окружности (в **Готовальне** выбрать инструмент Окружность, открыть меню *Редактор* и выбрать команду **Выделить окружности**), спрятать их;
- выделить все прямые и спрятать их (см. предыдущий пункт);
- выделить начальную точку и последнюю и построить отрезок.

Таким же образом постройте все остальные отрезки; у вас получится такая же сетка, как на рисунке. Подвигайте выделенную вершину квадрата и проверьте, двигается ли ваша сетка. Если построение выполнено неправильно, то сетка двигаться не будет. После построения сетку сохраните в виде отдельной папки! Любой орнамент строится так:

- откройте папку **Сетка**;
- постройте на ней только одну фигуру (предположим, правильный треугольник);
- спрячьте сетку, выделив только объекты сетки;
- задайте вектор – направленный отрезок, вдоль которого будет происходить сдвиг, и отметьте его на чертеже (например, если вы хотите перемещать нарисованный треугольник в горизонтальном направлении слева направо – от вершины 1 к вершине 2, вы должны сперва выделить вершину 1 – начало вектора, потом вершину 2 – указать направление, открыть меню *Преобразование* и выбрать команду **Отметить вектор**);



- выделите все;
- откройте меню *Преобразование* и выберите команду **Сдвинуть**; появляется диалоговое окно команды **Сдвиг**; выберите кнопку **На отмеченный вектор** и щелкните на **Готово** – и вы увидите свой объект, сдвинутым на заданный вектор, да еще и выделенным (если вы захотите еще раз сдвинуть фигуру, то выберите опять команду **Сдвинуть**, кнопку **Готово** – и так столько раз, сколько вам надо).

При сдвиге на отмеченный вектор этот вектор можно впоследствии поменять.

*В заданиях 135–143 представлены проектные работы детей, в которых по шагам объясняется построение орнаментов. Это сделано для того, чтобы вы ознакомились с основными моментами построения узоров.*

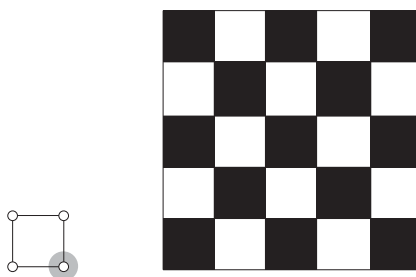
### Задание 135

---

#### Орнамент Шахматная доска

Рис. 73

Каждая ячейка шахматной доски является квадратом, поэтому данный орнамент построить очень легко.



Шаги построения:

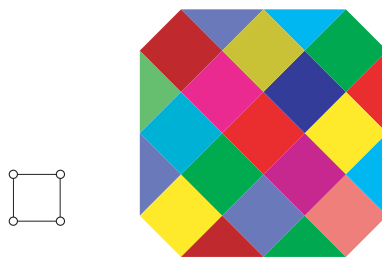
- выделите вершины квадрата;
- выберите команды **Многоугольник** и **Цвет**;
- закрасьте в сетке чередующиеся клетки, чтобы получилась шахматная доска, как показано на рисунке;
- из **Готовальни** выберите инструмент **Точка**, из меню *Редактор* выберите команду **Выделить все точки**;
- курсором щелкните на выделенных точках маленького квадрата (их нельзя спрятать!), а остальные точки на рисунке спрячьте (так вы будете поступать каждый раз в конце построения орнаментов);
- подвигайте вершину-круг – ну что, двигается ваш орнамент?

## Задание 136

---

Орнамент  
**Квадратики**

Рис. 74



Шаги построения:

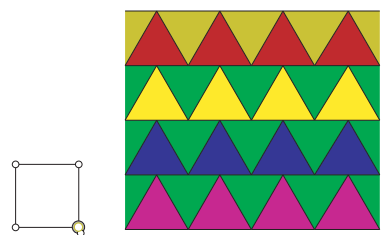
- откройте папку **Сетка**;
- выделите вершину ромба;
- выберите команду **Многоульник**;
- выберите команду **Цвет** (можно выбрать другие цвета – не такие, как на рисунке).
- в конце построения все точки и отрезки спрячьте.

## Задание 137

---

Орнамент  
**Бугорки**

Рис. 75



Шаги построения:

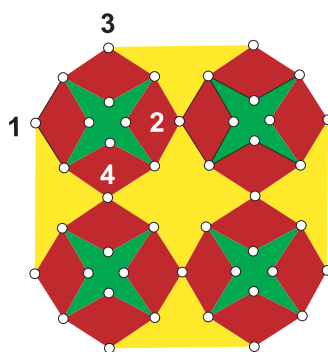
- постройте правильный треугольник;
- выделите его цветом;
- задайте вектор (см. начало темы **Орнаменты**);
- сдвиньте **На отмеченный вектор** три раза (см. рис. 75);
- отметьте середину отрезка, вдоль которого был задан вектор;
- выделите верхнюю вершину треугольника (начало вектора), потом середину отрезка (направление вектора);
- выделите все;
- выберите команды **Сдвинуть** и **На отмеченный вектор** и кнопку **Готово**.

С помощью команды **Сдвиг** постройте образ выделенных объектов при сдвиге на заданный вектор в вертикальном направлении (сверху вниз). А дальше завершите построение орнамента (как на рисунке). В конце проверьте, двигается ли ваш орнамент.

## Задание 138

### Орнамент Скатерть 1

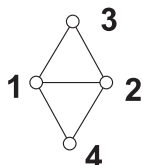
Рис. 76



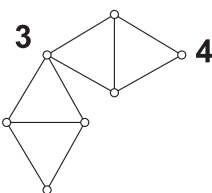
Шаги построения:



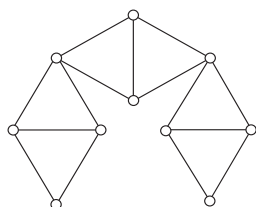
(1) – постройте правильный треугольник;



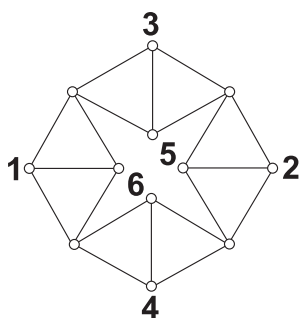
(2) – выделите вершины 1 и 2, отметьте отрезок 1–2 как ось отражения и отразите треугольник относительно этой оси;



(3) – выделите вершину 3 и отметьте как центр поворота, выделите ромб и поверните его относительно этого центра на  $90^\circ$ ;



(4) – повторите пункт 3 относительно вершины 4;



(5) – повторите пункт 4 относительно вершины 3 (после поворота вершина 3 стала нижней точкой ромба). У вас получилась такая фигура, как показано на рисунке;

(6) – задайте вектор от точки 1 до точки 2, выделите всю фигуру и сдвиньте ее в этом направлении несколько раз;

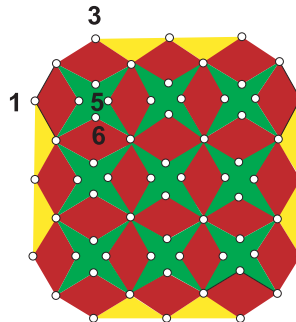
(7) – задайте вектор от точки 3 до точки 4, выделите всю строку и сдвиньте ее в заданном направлении.

Между фигурами образовались другие правильные фигуры (чтобы убедиться в этом, измерьте стороны хотя бы одной фигуры).  
А дальше раскрасьте полученный орнамент – или аналогично рис. 76, или по своему вкусу.

### Задание 139

Орнамент  
**Скатерть 2**

Рис. 77



Шаги построения этого орнамента подобны шагам построения орнамента в задании 138, отличие только в заданных векторах. Поэтому повторите шаги построения 1–5, а векторы выберите таким образом:

- (6) – задайте вектор от точки 1 до точки 5 (сдвиг в горизонтальном направлении);
- (7) – задайте вектор от точки 3 до точки 6 (сдвиг в вертикальном направлении).

Раскрасьте орнамент – или аналогично рисунку, или по своему вкусу.

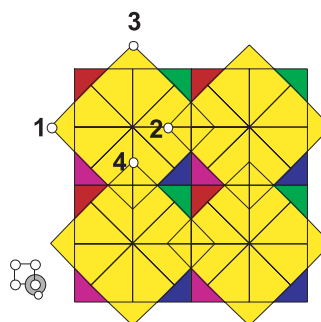
### Задание 140

Как известно, человеческая фантазия безгранична. Какие орнаменты, составленные из правильных треугольников, подскажет вам ваша фантазия? Предложите их!

### Задание 141

Орнамент  
**Салфетки**

Рис. 78



Шаги построения:

- постройте квадрат;
- выделите одну из его вершин (лучше левую нижнюю) и отметьте ее как центр поворота;
- поверните квадрат вокруг выбранного центра семь раз на  $45^\circ$ ;
- раскрасьте полученную фигуру;
- задайте векторы: из точки 1 до точки 2; из точки 3 до точки 4.

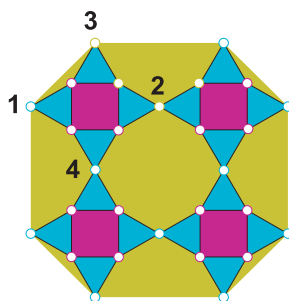
Выберите другие векторы и преобразуйте данный орнамент.

Какой орнамент вы считаете самым красивым?

## Задание 142

Орнамент  
**Танец  
звездочек**

Рис. 79



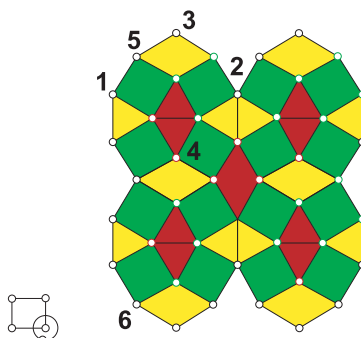
Шаги построения:

- постройте квадрат;
- на сторонах квадрата постройте правильные треугольники (выделите одну из вершин квадрата, отметьте как центр поворота, выделите сторону квадрата и другую вершину и поворачивайте ее на  $60^\circ$ ; так же постройте правильные треугольники на других сторонах квадрата);
- задайте векторы от точки 1 до точки 2, потом от точки 3 до точки 4;
- полученный орнамент раскрасьте – или аналогично рисунку, или по своему вкусу.

## Задание 143

Орнамент  
**Алмазики**

Рис. 80



Шаги построения:

- постройте правильный треугольник;
- отметьте основание треугольника как ось симметрии и отразите его относительно этой оси;
- постройте на сторонах ромба квадраты (поверните каждую сторону ромба на  $90^\circ$ , а дальше подумайте, как продолжить построение);
- отметьте точку 5 как центр поворота и поверните сторону квадрата на  $60^\circ$ , повторите данное построение относительно точки 6;
- раскрасьте получившуюся фигуру – или аналогично рисунку, или по своему вкусу;
- задайте векторы от точки 1 до точки 2 и, выделив всю фигуру, сдвиньте ее в указанном направлении;
- задайте вектор от точки 3 до точки 4 и сдвиньте всю строку в этом направлении.

В конце построения подвигайте свой орнамент.

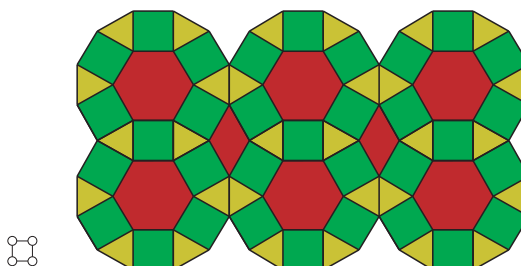
*В заданиях 144–163 представлены творческие работы десяти групп 5 «В» класса школы 1012. Попробуйте догадаться, как были построены данные орнаменты, а потом постройте их самостоятельно.*

## 1. Работы Аджемян Нарине и Павиной Ксении

### Задание 144

---

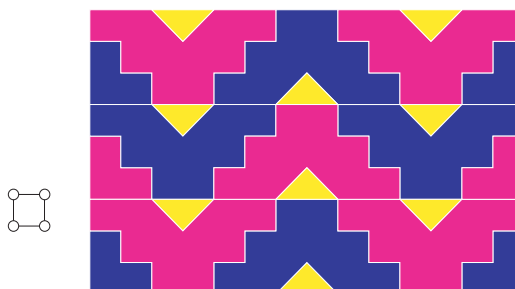
Орнамент  
Георгины



### Задание 145

---

Орнамент  
Змейка

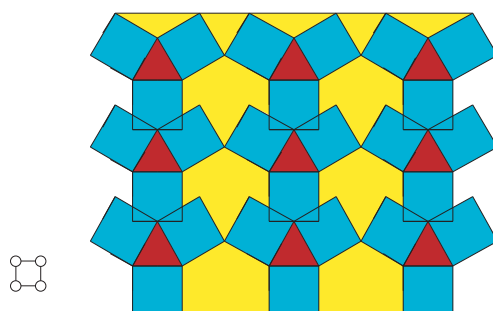


## 2. Работы Доброва Кирилла и Кузина Дениса

### Задание 146

---

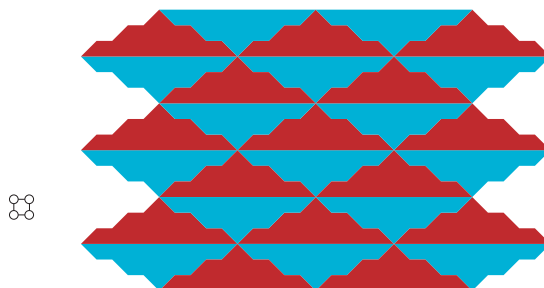
Орнамент  
*Птички*



### Задание 147

---

Орнамент  
*Ракушки*

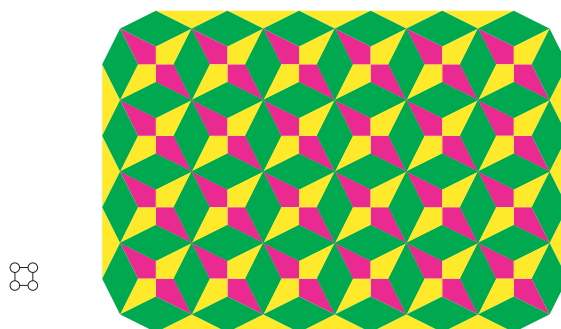


## 3. Работы Арутюнян Лилит и Комиссаровой Марины

### Задание 148

---

Орнамент  
*Гирлянды*

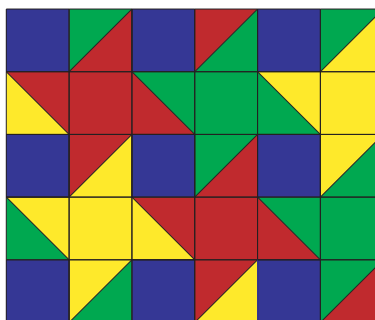




## Задание 149

---

Орнамент  
**Медузы**

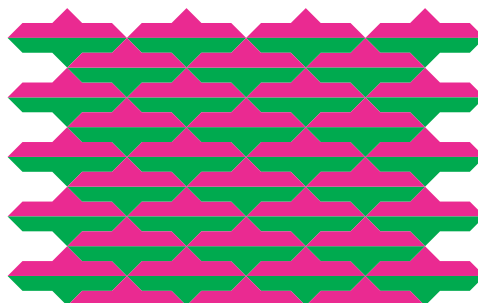


## 4. Работы Доброва Димы и Кузина Миши

## Задание 150

---

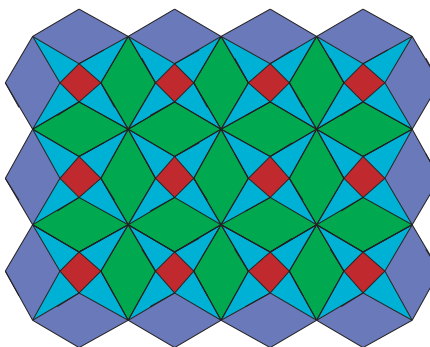
Орнамент  
**Чешуя**



## Задание 151

---

Орнамент  
**Крестики**

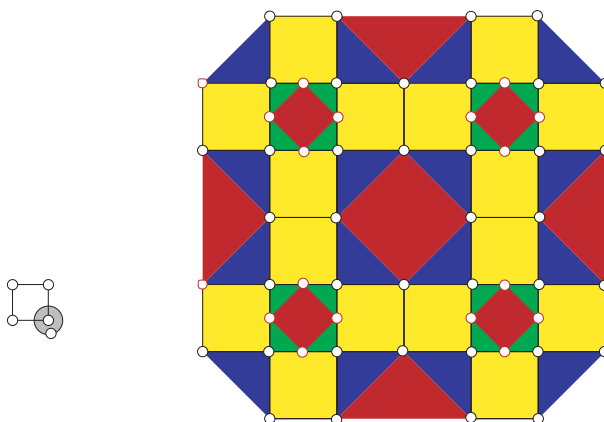


## 5. Работы Гаврилина Димы, Авдеева Саши и Соколова Паши

### Задание 152

---

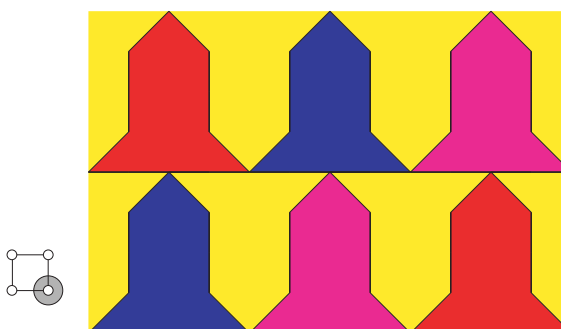
Орнамент  
*Глазки*



### Задание 153

---

Орнамент  
*Ракеты*

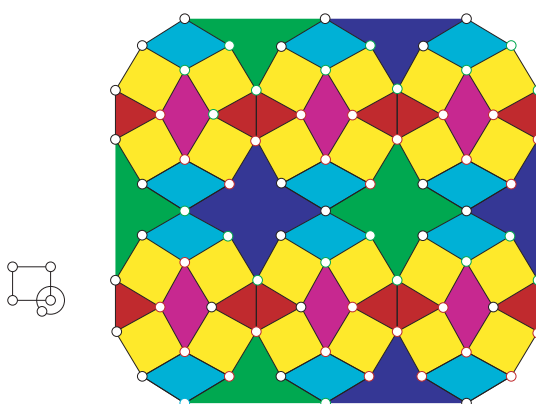


## 6. Работы Зарубина Алеши и Руденко Алеши

### Задание 154

---

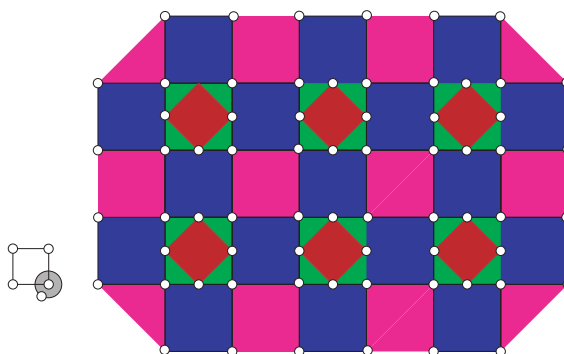
Орнамент  
*Мозаика*



## Задание 155

---

Орнамент  
**Крестоносцы**

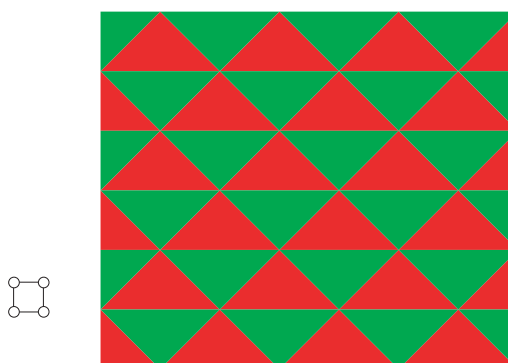


## 7. Работы Николенко Дениса и Агафонова Ильи

### Задание 156

---

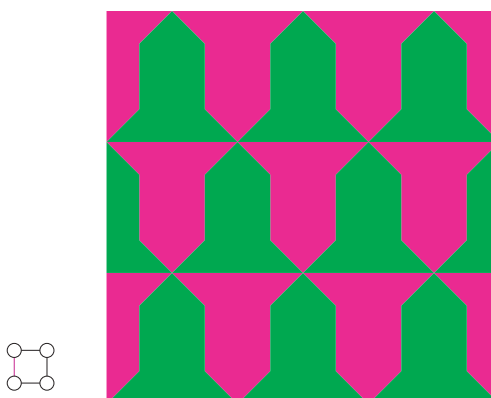
Орнамент  
**Пирамиды**



### Задание 157

---

Орнамент  
**Спутники**

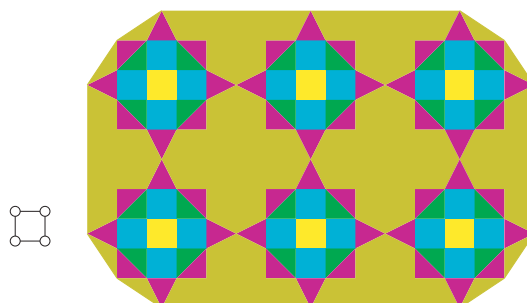


## 8. Работы Соколова Саши и Шевчука Ивана

### Задание 158

---

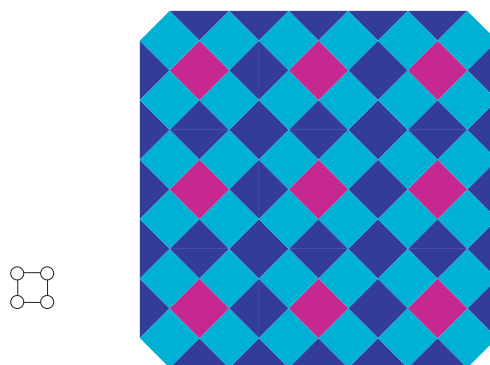
Орнамент  
**Звездный  
танец**



### Задание 159

---

Орнамент  
**Паркет**

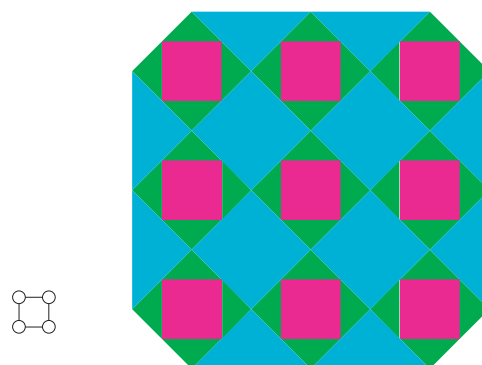


## 9. Работы Седовой Софии и Романца Бориса

### Задание 160

---

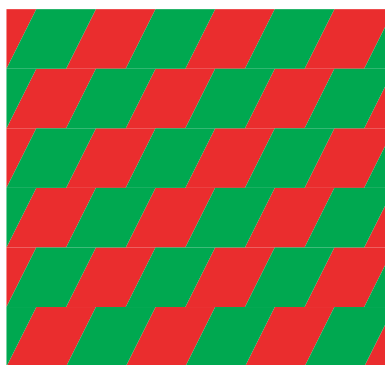
Орнамент  
**Лампочки**



## Задание 161

---

Орнамент  
*Ручейки*

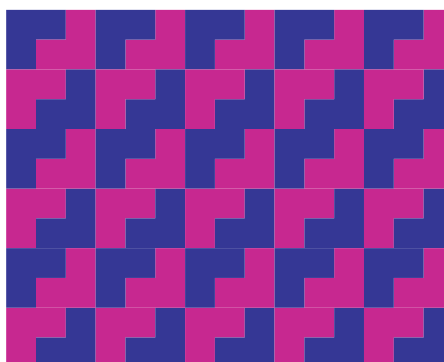


## 10. Работы Палиловой Ольги и Голумеева Володи

## Задание 162

---

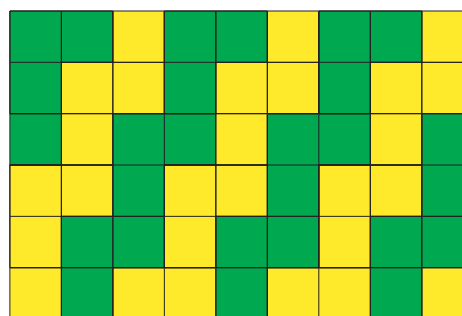
Орнамент  
*Лесенка*



## Задание 163

---

Орнамент  
*Кроссворд*



## 11. Самостоятельная работа

## Задание 164

---

Придумайте собственный орнамент, заполните им сетку и раскрасьте его.

Двигая орнамент, убедитесь в правильности своего построения.