**Приложение 5.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1.Используя условия ограничения функций решить уравнения: | | | | | |
|  | sin10  х + cos10 х = 1. | | x=; | | |
|  | cos7x + sin 4 x =1. | | x=  x=2 | | |
|  | sin5 х + cos8 x = 1. | | x=  x=; | | |
|  | sin 4 x + cos7 x = 1. | | x= x=;  ; | | |
|  | = 1. | | x=; x= | | |
|  | = | | корней нет | | |
|  | sin2  x + sin2y= 0, | | x=n; y=k;  n и k\_\_ независимые  целые переменные | | |
|  | = | | корней нет | | |
|  | .=2 | | x= | | |
|  | sin x + cos y = 2. | | x= y=;  ; | | |
|  | sin x + sin 9 x =2, | | x= | | |
|  | sinx. (cos-2sinx) + cosx (1+sin-2cosx)=0 | | x= 2(4m+1), | | |
|  | + | | x=π | | |
|  |  | | x= | | |
| Комментарии к упражнениям:  1. Так как sin2 х < 1 и cos2x < 1, имеем sin10 x< sin2 x и cos10 x< cos2 х, откуда sin10x + cos10x<1, причем ра­венство имеет  место тогда и только тогда, когда одновре­менно выполняются условия sin10x = sin2x и cos10 х = cos2 х, т. е.  (1)  или (2)  Совмещая решение систем (1) и(2), имеем x= .  Ответ: . n.   1. Так как sin4 x < sin2 x, a cos7 x < cos2 x, имеем cos7 x + sin4х cos2 х + sin2 х = 1 , причем равенство имеет место тогда и только тогда, когда одновременно выпол­няются условия cos7 х = cos2 x и sin4x = sin2x. Это имеет место при условии  и   Ответ: x=  x=2  3 .Ответ: x=  x=;  4.Ответ: x= x=;  ;  5. В этом случае ОДЗ переменных определяется условиями cos 2х 0 и sin2x0. Так как cos 2х и   причем равенство имеет место при:  и. Имеем две системы:  и  Ответ: x=; x=    6. Для неизвестных ОДЗ определяется условиями sin x0 и cos х0. В пределах ОДЗ имеем (1)  и (2)  откуда.  Равенство sin x + cosx= имеет место только при x =  однако, при этих значениях х неравенства  (1): и (2) не обращаются в равенства, и, следовательно, сумма:  ни при каких значениях не будет равна .  Ответ: корней нет.  7. Так как sin2πx ≥ 0 и sin2 πx ≥0, решения урав­нения находим из системы :  где n и k независимо друг от друга принимают любые целые значения.n  Ответ: x=n; y=k;  n и k \_ независимые целые переменные  8. Введя обозначение z = получим уравнение z + которое не имеет решений, так как при z > 0 левая часть уравнения z+2. Ответ: корней нет  9. Введя обозначение z =  (z>0) , получим уравнение z + =2. Левая часть уравнения z +2 при z >, 0, причем ра­венство имеет место, толькопри z = 1. Имеем  Ответ:x = -  10. Так как sinx 1 и cosy 1, то sinx + cosy  2. Равенство имеет место только тогда, когда одновременно соблюдаются условия sinx =1 и cosy=1.  Ответ: x= y=;;.  11. Ответ: x= ,  12. Левая часть уравнения sin х .cos - 2 sin2 х + cos x + cos x. sin- 2 cos2 x = (sin x cos + cos x sin)+ cos x—2 =sin (x+) +cos x—2 0, т.к. sin1 и cos x  l. Равенство имеет место только в том случае, когда  т.е.  (1) Составляя равенство  и решая это урав­нение относительно n и k в целых числах:.  4n + 1 =5k, k =4(n –k) + 1, (n-k =m), k=4m+1, n=m + k=5m +1, находим общее решение системы (1)  Ответ: x= 2(4m+1), .  13. 2 2, а log π x + log x π > 2. Имеем систему  Ответ: x=π.  14. x=  2. Используя условие ограниченности функций на отдель­ных частях ОДЗ, решить уравнения: | | | | | |
| 15 | x2 = \_ cos x | | корней нет | | |
| 16 | 2cos=x2+4x+5 | | корней нет | | |
| 17 | cos= x2\_4x+4 | | корней нет | | |
| 18 | cos x= x2\_4x+5 | | x= 2 | | |
| 19 |  | | x= 1 | | |
| 20 |  | | x= 1 | | |
| 21 | sinx= x-1 | | x= 2 | | |
| 22 | ; | | x= 1; | | |
| 23 | ; | | x=; | | |
| 24 | 2cosπx=2x -1; | | x=3; | | |
| 25 | ; | | x=-1; | | |
| 26 | =1+(sin x) ; | | x=; | | |
| 27 | ≥ 1; | | -1 ≤ x ≤ 1; | | |
| 28 | > 2; | | -4 ≤ x ≤ 16 | | |
| Комментарии к упражнениям:  15.При -  < x <  имеем —< 0, а x2 >0. При | x |  имеем х2  > 1, а -  Ответ: корней нет  16. Указание . Рассмотреть интервалы 1< x < 3 , x 1 и x 3.  Ответ: корней нет  17. Ответ: корней нет 18. Ответ: х = 2  19. 2 2 , а х2 -2х + 3 = (x —1)2 + 2 2.  Ответ: x =1  20. Подбором, легко находится x =1. При x < 1 2х < 2, а 3—x >2. При x > 1 2x > 2, а 3 — x < 2. Сле­довательно, других корней нет. | | | | | |
| 3. Анализируя условия, определяющие ОДЗ, найти реше­ния следующих уравнений: | | | | | |
| 29 | ; | | x= 0; | | |
| 30 | arc sin (x2 \_\_\_ 2x + 2)= ; | | x= 1; | | |
| 31 | arc sin (6x – x 2 \_\_ 10)= ; | | x= 3. | | |
| 1. Используя условия ограниченности сложных функций, решить уравнения с одним неизвестным: | | | | | |
| 32 | 2sin (x+) =tgx + ctgx; | | | | x= +2k; |
| 33 | cos4 (arc tgx) + sin4 ( arc ctg х) = ; | | | | x= 0; |
| 34 | ; | | | | x= +2k; |
| 35 | ; | | | | x=2k-;; |
| 36 | log2 (3 + 2x—x2)=tg2+ctg2; | | | | x=1; |
| 37 | log3 (8+ 2x—x2) =; | | | | x=1; |
| 38 | *log2 (4 - sin2x) – log π x+ log x π;* | | | |  |
| 39 | ; | | | | x=0; |
| 40 | log2(3 —|sin x|) =2 | | | | x= π; |
| 41 | log3( sin x | | | | x=; |
| 42 | log3 ( 4—│cos │)= sin x | | | | x=6πm-; |
| 43 | sin2 x + sin23 x= sin x. sin2 3x’ | | | | x=  x=; |
| 44 | 3 arc sin (x2+x+) =’ | | | | x=-; |
| 45 | tg =’ | | | | x=-2; |
| 46 | sin=’=’ | | | | x= -3; |
| 47. | cos =’ | | | | x=; |
| 1. Используя условие ограниченности сложных функций, решить неравенства с одним неизвестным: | | | | | |
| 48. | 2 -│x-2│ log2(4x—x2 — 2)≥1. | | | x=2 | |
| 49. | cos2 (x + 1)log2 (9—2x—x2)≥1. | | | x=-1 | |
| 50. | (4x—x2 — 3) log2 (cos2πx+ 1) ≥ 1. | | | x=2 | |
| 51. | ││ log2(2-2x2) ≥1 | | | x=0 | |
| 52. | cos(x+ 3tgx) + (tg x—tg2x)2 ≤ -1 | | | x=2πk; | |
| 53. | cos (π (x +sin π x)) +(sin2 π x + sin π x)2≤ \_\_1 | | | x=2k+1 и x= | |
| 54. | sin ( | | | x=0 | |
|  | | | | | |
| 6. Используя условия ограниченности функции, решить системы  уравнений и неравенств | | | | | |
| 55. | (x, у; z \_ действительные числа). | | x=y=2; z=-2 | | |
| 56. | При каких действительных значениях параметра α система  имеет единственное решение. | | α= x=y=z= | | |
| 57. | Найти действительное решениесистемы | | x=2; y= -  z=2,5 | | |
| 58. | Найти действительное решение системы | | x=4;y=2; z=40 | | |
| 59. | Найти действительное решение системы | | x=y=-2; z=-7 | | |
| 60. | Найти действительное решение системы | | x=; y= z=  ; | | |
| 61. | Найти действительное решениесистемы | | x =; y = z=  ; ; | | |
| 62. |  | | x=  y =  z =;  ; | | |
| 7. Используя, условие ограниченности функций, решить уравнение с двумя неизвестными | | | | | |
|  | 5x2 – 5y2 +8хy + 2х — 2y + 2=0. | x=-1;  y=1 | | | |
|  | 3х2 + 3y2 — 4xy+ 6x + 6y+18 = 0. | x=y= -3 | | | |
|  | 2(x4 — 2х2 + 3)(у4—3y2 +4) =7. | ( 1;); (1;)  (-1;); (1;) | | | |
|  | (х2—2x + 3)(y2 + 6x-12) = 6; | x=1; y=-3 | | | |
|  | = 0; | x=0; y=0 | | | |
|  | log2 (2+2sin( x +y)—соs2(x + y)) =4x - 2x+1 + 3; | x=0;  y= | | | |
|  |  | x=; y=; | | | |
|  | log2(cos2xy+)= | x=  y= 1; | | | |
| 71. | tg2π(x +y)+ctg2π (x + y)= | x=1;  y= | | | |
| 72. | = | ( | | | |
| 73. |  | x=; y=1; | | | |
| 74. | 2tg2xy +ctg2xy = | x=;y= | | | |
| 75. | 4sin2xy+4sinxy +3 = | x1=;y1=π;  x2=;  y2=- π; | | | |
| 76. | 3sinx = | x=  y=; | | | |
| 77. | tg4 x + tg4 у + 2 ctg2 x- ctg2 y = 3 + sin2 (x + y). | x=y=  ,где m и n независимо друг от друга принимают любые целые значения одинаковой четности,  т. е.m+n=2k,где k-любое число. | | | |
| 78. | (sin2x +)2+  (cos2x+)2=12+siny. | x= y= | | | |
| 8. Используя условия ограниченности сложных функций, решить неравенства с двумя неизвестными | | | | | |
|  | ; | x=0; y= | | | |
|  | (3 - cos2x -2.sinx)(lg2y+ 2.lgy +4) ≤ 3. | x =  y = 0,1; | | | |
|  | (sin2 (x + y) + 2 sin (x +y) + 2) log2(3x +3 - x)≤ 1. | x=0; y= | | | |
|  | lg (1 + y) + arccos(2+ y) ≥ | x = y = 0; | | | |
|  | 1 —tg+ arccos (x +) ≤ 0. | x=1; y= | | | |
|  | log(1 + x) + arccos (x+ y2) ≤ -1 | x=0; y=1 | | | |
|  | πy — 2π + 2arcsin (x2 + y) ≥ 0. | x=0; y=1 | | | |
| 9. Комбинируя условия ограниченности функций и усло­вия, определяющие ОДЗ, решить неравенства с двумя неизвестными: | | | | | |
| 1. . | cosx - y3 - ≥ 0, | x=0; y=1, | | | |
|  | y -|| -≥0; | x=1; y=0, | | | |
|  | -x-y 2-≥-1; | x=1; y=0, | | | |
|  | -+x-≥1; | x=1; y=0, | | | |
|  | 2y—2 соs х +≤ 0; | x=1; y=0, | | | |
|  | , | x=π+2πn; | | | |
| 10. Вводя вспомогательную неизвестную, решить уравнения: | | | | | |
|  | log2x + (x— 1)x = 6 — 2х, | x=2 и x= | | | |
|  | При каких значениях параметров а и b уравнение  = x—2 cos (ax+b) имеет хотя бы одно решение? | при a-любое число. b= π+2πn –a, | | | |
|  | 8- x.2x+23-x =0, | x=2 | | | |
| 1. . | ( х >0), | x=1 | | | |
|  | x=sin (; (0≤ x≤1), | x= | | | |
|  | х. 2х = х.(3—х) + 2x . (2х -1), | x=2 и x=0 | | | |
|  | x2 +(x+1).sin. | x=-1 и x=1 | | | |
| 11. Вводя вспомогательную неизвестную и исследуя вопрос о существовании действительных решений вспомогатель­ного уравнения, найти решение уравнений с двумя неиз­вестными | | | | | |
|  | x2 + 4 x .cos xy + 4 = 0; | x1=-2, y1= π n,  x2 =2, y2= , | | | |
|  | сo s x + c o s y – c o s ( x + y ) =; | x=2 π (n + k );  y = 2 π ( n – k ) ;  ; | | | |
|  |  | x = π n ; y = 0; | | | |
|  | log22(х +y) -2sin(x + y)+1+|y-1|=0 | x=1, y=1 | | | |
|  | tg2x+ 2tg x (sin y + cos y) + 2 = 0. | x1 = πn – arc tg, y1 = +2πk, x2 = πn + arc tg,  y2 == + 2πk, ; | | | |
|  | 2  (sin x+ cos x) cos y= 3+cos2y | x1 = +2πn, y1 = 2πk,  x2 = + 2πn, y2 = π + 2πk, ; | | | |
|  | 2 + 2 sin x (sin у + cos y) = cos 2x; | x1 = πk -- ( -- 1 ) ; y1 == + 2πk,  x2 ==πk + ( -- 1 ) ; , y2 = + 2πn, ; | | | |
| 12. Исследуя знак функций на отдельных частях ОДЗ, решить неравенства | | | | | |
| 106 | cos2 х .sin(sin х) + sin х .cos(sin х) > 0, | 2πn < x <π+2πn. | | | |
| 107 | . (sin х)arccos х + х cos х > 0. , | 0< x< 1. | | | |
| 108 | 2x arcsin x + cos x .lg(l +x ) <0 | -1 < x <0 | | | |
| 109 | 3sinx arctg x+x cos2x > 0. | x >0. | | | |
| 110 | cos (sin х) lg(l + cosx) + x2 cosx < 0. | 2πn +  < x < π +2πn, π +2πn < x < +2πn, | | | |