Система зачетов по курсу алгебры в старшем звене (10-11 классы)

**Зачет №** **1**.

**Тригонометрические функции. Основные свойства функций**

**Вариант 1**

*Часть 1.*

1**.** Найдите область определения функции y = sin x – 1 .

cos x + 1

2. Найдите область значений функции *y = -2 sin 7x.*

3. Используя график функции *у**=* sin *x,* запишите в порядке возрастания ее значения в точках *х1 =*π/6*, х2 =- 2 π/3, х3 = 3* π/4.

4. Постройте график функции *y = sin (x + π/2).*

5. Определите, является ли функция *y =2tg x –x* четной или нечетной.

6. Найти все корни уравнения *tg x = 1*, принадлежащие промежутку (-π; 2 π).

*Часть 2.*

7. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции *y = cos4 x – sin4x.*

8. Найдите наименьший положительный период функции *y = 5 ctg 2x.*

9. Чему равно значение выражения *cos27,3 π + sin20,7 π + tg 0,7* ***π .*** *tg 0,2 π.*

10. Расположите в порядке возрастания числа *tg 10,5; cos 10,5; sin 10,5; ctg 10,5.*

**Вариант 2**

*Часть 1.*

1**.** Найдите область определения функции y = cos x – 1 .

sin x + 1

2. Найдите область значений функции *y = -5 sin 3x.*

3. Используя график функции *у**= co*s *x,* запишите в порядке возрастания ее значения в точках *х1 =*π/6*, х2 =- 2 π/3, х3 = 3* π/4.

4. Постройте график функции *y = соs (x + π/2).*

5. Определите, является ли функция *y =3tg x + x* четной или нечетной.

6. Найти все корни уравнения *tg x =0*, принадлежащие промежутку (-π; 2 π).

*Часть 2.*

7. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции *y = sin2x – 2cos2 x.*

8. Найдите наименьший положительный период функции *y = 4 ctg (x + 1).*

9. Чему равно значение выражения *sin21,2 π + sin22,3 π - 3 tg 2,1* ***π .*** *tg 2,4 π.*

10. Расположите в порядке возрастания числа *tg 10; sin 10; cos 10; ctg 10.*

**Вариант 3**

*Часть 1.*

1**.** Найдите область определения функции y = cos x + 1 .

sin x - 1

2. Найдите область значений функции *у =* - sin *x* — 2.

3. Используя график функции *y = sin x*, запишите в порядке возрастания ее значения: sin 75°, sin 60°, sin 80°, sin 42°.

4. Постройте график функции *y = соs (x - π/2).*

5. Определите, является ли функция *y = 9сtg x + x3* четной или нечетной.

6. Найти все корни уравнения *соs x =1*, принадлежащие промежутку (-π; 2 π).

*Часть 2.*

7. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции y = 1 – 2 |sin 3x|.

8. Найдите наименьший положительный период функции *у* = sin *x +* cos *x.*

9. Чему равно значение выражения *sin25,2 π + sin22,7 π - 2 tg 1,4* ***π .*** *tg 3,1 π.*

10. Расположите в порядке возрастания числа *1; sin 7; cos 7; ctg 7.*

**Вариант 4**

*Часть 1.*

1**.** Найдите область определения функции y = sin x + 1 .

cos x - 1

2. Найдите область значений функции *у =* *4 cos х + 1.*

3. Используя график функции *y = соs x*, запишите в порядке возрастания ее значения:

*соs* 75°, *соs* 60°, *соs* 80°, *соs* 42°.

4. Постройте график функции *y = sin (x - π/2).*

5. Определите, является ли функция *y = 3 соs x + x6* четной или нечетной.

6. Найти все корни уравнения *sin x =1*, принадлежащие промежутку (-π; 2 π).

*Часть 2.*

7. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции y = 1 –+ 3 | *соs* 2x|.

8. Найдите наименьший положительный период функции *у* = sin *x •* cos *x.*

9. Чему равно значение выражения *sin26,4 π + sin22,9 π - 4 tg 1,4* ***π .*** *tg 7,1 π.*

10. Расположите в порядке возрастания числа *1; sin 7,5; cos 7,5; ctg 7,5.*

**Зачет № 2.**

**Тригонометрические уравнения**

**Вариант 1**

*Часть 1.*

1. Вычислите 12 arccos 0 + 3 arccos 1.

2. Решите уравнение 2 *cos х + √2= 0.*

3. Найдите корни уравнения *tg x + 1 = 0,* принадлежащие промежутку [0;\frac{3\pi }{2}].

4.Решите уравнение: *cos2х + 7 cosх = 0.*

5. Решите уравнение: 3 *sin2х + 10 sinх cos х + 3cos2 x = 0.*

6. Найдите корень уравнения: \cos\frac{2\pi x}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

*Часть 2.*

7. Вычислите *sin (arсcos √3/2)*

8. Решите уравнение:  *sin5х cos х= -1.*

9. Решите систему уравнений:

*sin у cos у = ½,*

*sin 2х + sin 2у = 0.*

10. Решите неравенство: *2cos2 x + sinх – 1 <0.*

**Вариант 2**

*Часть 1.*

1. Вычислите 6 *arcsin (-0,5) +* arccos(-1).

2. Решите уравнение 2 *sin х - √2= 0.*

3. Найдите корни уравнения  *sinх - 0,5 = 0,* принадлежащие промежутку [0;\frac{3\pi }{2}].

4.Решите уравнение: *cos2х - 9 cosх = 0.*

5. Решите уравнение: 2 *sin2х + sinх cos х - 3cos2 x = 0.*

6. Найдите корень уравнения: \cos\frac{\pi(4x+6)}{3}=\frac12. В ответе запишите наименьший положительный корень.

*Часть 2.*

7. Вычислите *tg (arсsin 0,6)*

8. Решите уравнение:  *8 sinх cos х cos 2х = 1.*

9. Решите систему уравнений:

*sin х – sin у = 1,*

*sin2х + cos2у = 1.*

10. Решите неравенство: *2 sin2 x - 5 cos х + 1 >0.*

**Вариант 3**

*Часть 1.*

1. Вычислите 5 *arccos (-1/2) – 2 arcsin √3/2.*

2*.* Решите уравнение *2 cos x + √3 =0.*

3. Найдите корни уравнения  *cos x + 0,5 = 0,* принадлежащие промежутку [0;\frac{3\pi }{2}].

4. Решите уравнение: *sin2х – 5 sin х = 0.*

5. Решите уравнение: 3 *sin2х + sin х cos x – 2 cos2х = 0.*

6. Найдите корень уравнения: \cos\frac{\pi(4x+3)}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}.В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

*Часть 2.*

7. Вычислите *tg (arсsin 0,9).*

8. Решите уравнение *cos х cos 2х = sinх sin2х.*

9. Решите систему уравнений:

*sin х cos у = 1/2,*

*cos x sin у = - 1/2.*

10. Найти все значения *а*, при которых уравнение *4 sin2х + 2 (а – 3) cos x + 3а – 4 = 0* имеет корни, и решить это уравнение.

**Вариант 4**

*Часть 1.*

1. Вычислите *4 arcsin (-1/2) + 6 arccos √3/2.*

2. Решите уравнение: *2 sin x - √3 =0.*

3. Найдите корни уравнения  *sin x + 0,5 = 0,* принадлежащие промежутку [0;\frac{3\pi }{2}].

4. Решите уравнение: *sin2х + 8 sin х = 0.*

5. Решите уравнение: 2 *sin2х +3 sin х cos x – 2 cos2х = 0.*

6. Найдите корень уравнения: \cos\frac{\pi(2x+8)}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

*Часть 2.*

7. Вычислите *sin (arсcos 1/2 ).*

8. Решите уравнение:  *sin2х cos х = cos 2х sinх*

9. Решите систему уравнений:

*sin х + sin у = 1,*

*cos x - cos у = √3.*

10. Найти все значения *а*, при которых уравнение *sin2х - sin х cos x - 2 cos2х = а* неимеет корней.

**Зачет № 3.**

**Тригонометрические преобразования**

**Вариант 1**

*Часть 1.*

1. Вычислите *sin 150°.*

2. Найдите значение выражения 5\tg (5\pi -\gamma )-\tg(-\gamma ), если \tg \gamma =7.

3. Найдите значение выражения \frac{12\sin 11{}^\circ \cdot \cos 11{}^\circ }{\sin 22{}^\circ }.

4. Найдите \tg \alpha , если \frac{7\sin \alpha +13\cos \alpha }{5\sin \alpha -17\cos \alpha }=3.

5. Решите уравнение *cos 6х cos 3х = sin 6х sin 3х.*

6. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения *cos2 6 х – cos 12х = 0.*

*Часть 2.*

7. Записать в виде произведения *cos 22° + cos 24° + cos 26° + cos 28°.*

8. Найдите число корней уравнения *cos x - cos 3х - sin 2х = 0,* принадлежащих промежутку [0; *π].*

9. При каких значениях *а* уравнение *sin4 х + cos4 x = а* имеет корни? Найти эти корни.

10.Доказать тождество: *sin2х + cos (π/3 – х) cos (π/3 + х) = ¼.*

**Вариант 2.**

*Часть 1.*

1. Вычислите *sin 105°.*

2.Найдите \sin (\frac{7\pi }{2}-\alpha ), если \sin \alpha =0,8 и \alpha \in (\frac{\pi }{2};\,\,\pi ).

3. Найдите значение выражения \frac{6}{{{\cos }^{2}}{{23}^{\circ }}+{{\cos }^{2}}{{113}^{\circ }}}.

4.Найдите \tg \alpha , если \frac{3\sin \alpha -5\cos \alpha +2}{\sin \alpha +3\cos \alpha +6}=\frac{1}{3}.

5. Решите уравнение *sin 5х sin 7х = cos 5х cos 7х.*

6. Найдите наибольший положительный корень уравнения *sin29 х + sin 18х = 0.*

*Часть 2.*

7. Найти значение выражения: *cos 630° - sin 1470° - сtg 1125°*

8. Найдите число корней уравнения (1 + *cos x )*

*tg х/3 = 0,* принадлежащих промежутку [0; 9*π].*

9. Найти все значения *а*, при которых уравнение *sin4 х - cos4 x = а* имеет корни.

10. Решите уравнение: *sin 6х + sin 2х + 2 sin2х = 1.*

**Вариант 3.**

*Часть 1.*

1. Вычислите *cos 150°.*

2.Найдите значение выражения 7\cos (\pi +\beta )-2\sin (\frac{\pi }{2}+\beta ), если \cos \beta =-\frac{1}{3}.

3. Найдите значение выражения \frac{24({{\sin }^{2}}17{}^\circ -{{\cos }^{2}}17{}^\circ )}{\cos 34{}^\circ }.

4. Найдите \frac{3\cos \alpha -4\sin \alpha }{2\sin \alpha -5\cos \alpha }, если \tg \alpha =3.

5. Решите уравнение *cos 4х cos 8х = sin 8х sin 4х.*

6. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения *cos2 3 х – cos 6х = 0.*

*Часть 2.*

7. Найти значение выражения: *tg 1800° - sin 495° + cos 945°.*

8. Найдите корни уравнения *sin х + √3 cos x = 1* на отрезке [- 2 *π*; 4 *π].*

9. Найдите значение произведения: *cos 20° cos 40 ° cos 60 ° cos 80°.*

10. Решите уравнение: 2 *cos2 2 х + cos2 х + cos6 х = 1.*

**Вариант 4.**

*Часть 1.*

1. Вычислите *cos 75°.*

2. Найдите значение выражения 5\sin (\alpha -7\pi )-11\cos (\frac{3\pi }{2}+\alpha ), если \sin \alpha =-0,25.

3. Найдите значение выражения: \frac{24\sin13^\circ\cdot \cos 13^\circ}{\sin26^\circ}.

4. Найдите \frac{10\cos \alpha +4\sin \alpha +15}{2\sin \alpha +5\cos \alpha +3}, если \tg \alpha =-2,5.

5. Решите уравнение *sin 10х sin 2х = cos 2х cos 10х.*

6. Найдите наибольший положительный корень уравнения *sin28 х + sin 16х = 0.*

*Часть 2.*

7. Записать в виде произведения *cos 15° + cos 45° + cos 150°.*

8. Найдите корни уравнения *sin х - √3 cos x = 1* на отрезке [- 2 *π*; 4 *π].*

9. Найдите значение произведения: *sin 10° sin30° sin 50 ° sin 70°.*

10. Решите уравнение: 2 *cos2 3 х + cos3 х + cos9 х = 1.*

**Зачет №4.**

**Производная**

**Вариант 1**

*Часть 1.*

1. Найдите производную функции *f (х) = 8 х6 – 4 √х.*

2. Найдите значение производной функции *у* = 3 cos *x -7* в точ­ке *х0 = π.*

3. Найдите тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси абсцисс, проведенной к графику функции *у =2 sin x – 5х* в точке с абсциссой *х0 = 0.*

4. Найдите производную функции *у = х •* *sin x.*

5. Найдите производную функции *у = cos x*

*х2*

6. Прямолинейное движение точки описывается законом s = t6 – 4 t4 (м). Найдите ее скорость в момент времени t = 2 с.

*Часть 2.*

7. Найдите производную функции *f(х) = (х + 3)2 (х – 3)2*.

8. В какой точке касательная к графику функции *f(х) =⅓ х3 – 3 х2 – 7х + 19* параллельна оси абсцисс?

9. Найдите все значения *х*, при которых выполняется равенство *f’(х) = 0*, если *f (х) = sin 2х + х* и *х €* [0; 4*π*]*.*

10. При каких значениях параметра *а* уравнение *х4 – 2 х2 = а* имеет ровно три корня?

**Вариант** 2

*Часть 1.*

1. Найдите производную функции *f (х) = 5 х8 – 6 √(2х).*

2. Найдите значение производной функции *у* = 4 *sin x - 8* в точ­ке *х0 = π.*

3. Найдите тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси абсцисс, проведенной к графику функции *у =4х – sin x* в точке с абсциссой *х0 = 0.*

4. Найдите производную функции *у = х2 •*  *cos x.*

5. Найдите производную функции *у =*  *sin x*

3 *х*

6. Прямолинейное движение точки описывается законом s = t4 – t2 (м). Найдите ее скорость в момент времени t = 3 с.

*Часть 2.*

7. Найдите производную функции *f(х) = (4 – 1/х) (2х – 3)3.*

8. В какой точке касательная к графику функции *f(х) =⅓ х3 +2 х2 – 3х – 61* имеет угловой коэффициент, равный 2?

9. Найдите все значения *х*, при которых выполняется равенство *f’(х) = 0*, если *f (х) = cos 2х + х√3* и *х €* [0; 4*π*]*.*

10. При каких значениях параметра *а* уравнение *⅓ х3 – х = а* имеет ровно три корня?

**Вариант** 3

*Часть 1.*

1. Найдите производную функции: *f (х) = 6 х7 + 8 √х.*

2. Найдите значение производной функции *у* = *2 х* + *cos x* в точ­ке *х0 = 0.*

3. Найдите тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси абсцисс, проведенной к графику функции *у =6 sin x + 2 cos x* в точке с абсциссой *х0 =* 3*π/2.*

4. Найдите производную функции *у = х3 •* *sin x.*

5. Найдите производную функции *у = cos 3x*

*х3*

6. Прямолинейное движение точки описывается законом s = t4 – 2 t2 (м). Найдите ее скорость в момент времени t = 3 с.

*Часть 2.*

7. Найдите производную функции *f (х) = (1/х + 5) (х3 + 2х2 + х).*

8.Найдите точки, в которых скорость изменения функции: *f (х) =2 sin x* больше скорости изменения функции *g (х) = х + 19.*

9. Найдите все значения *х*, при которых выполняется равенство *f’(х) = 0*, если *f (х) = sin 2х - х√2* и *х €* [0; 4*π*]*.*

10. При каких значениях параметра *а* уравнение *⅓ х3 – х = а* имеет ровно два корня?

**Вариант 4**

*Часть 1.*

1. Найдите производную функции: *f (х) = 12 х8 – 10 √х.*

2. Найдите значение производной функции *f(x) = x —* cos x в точке хо = 2я.

3. Найдите тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси абсцисс, проведенной к графику функции *у =3 cos x - sin x* в точке с абсциссой *х0 =* *π.*

4. Найдите производную функции *у = cos x •* *√* *х.*

5. Найдите производную функции *у =*  4 *sin x*

*х4*

6. Прямолинейное движение точки описывается законом s = t5 – t3 (м). Найдите ее скорость в момент времени t = 2 с.

*Часть 2.*

7. Найдите производную функции *f(x) =1/х (х + 1/х).*

8.Найдите точки, в которых скорость изменения функции: *f (х) =2 x 2 + 1* равна скорости изменения функции *g (х) = х4 – 3..*

9. Найдите все значения *х*, при которых выполняется равенство *f’(х) = 0*, если *f (х) = cos 2х - х√3* и *х €* [0; 4*π*]*.*

10. При каких значениях параметра *а* уравнение  *х3 – 3х = а* имеет ровно два корня?

**Зачет № 5.**

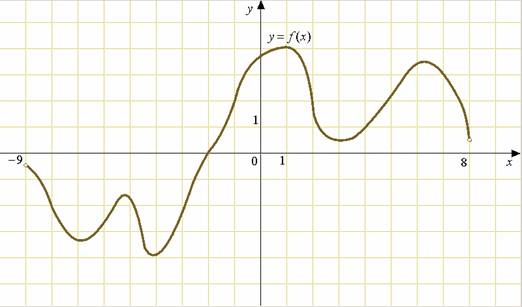
**Применения производной**

**Вариант 1**

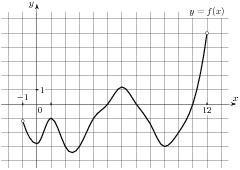
*Часть 1.*

1. Прямая *у = 7х – 5* параллельна касательной к графику функции *у = х2 + 6х - 8.* Найдите абсциссу точки касания.

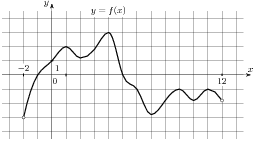
2. На рисунке изображен график функции *у = f (x)*, определенной на интервале (-9;8). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой у = 10.



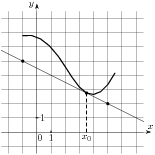
3. На рисунке изображен график функции *у = f (x)*, определенной на интервале (-1; 12). Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



4. На рисунке изображен график функции *у = f (x)*, определенной на интервале (-2; 12). Найдите сумму точек экстремума функции  *f (x)*.



5. На рисунке изображён график функции *у = f (x)* и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции  *f (x)* в точке x_0.



6. Найдите наибольшее значение функции y~=~20\cos x+10\sqrt{3}\cdot x-\frac{10\sqrt{3}\cdot \pi }{3}+7на отрезке [0;\frac{\pi }{2}].

*Часть 2.*

7. Найдите скорость изменения функции *у = sin x/2 cos х/2* в точке *х0 = 21 π.*

8. Площадь прямоугольного участка 144 м2. При каких размерах участка длина окружающего его забора будет наименьшей?

9. Найдите силу *F (F = ma),* действующую на материальную точку массой *m* кг, движущуюся прямолинейно по закону *х(t) = 3t2 — t,* в момент t = 3 с (время измеряется в секундах, координа­та — в метрах).

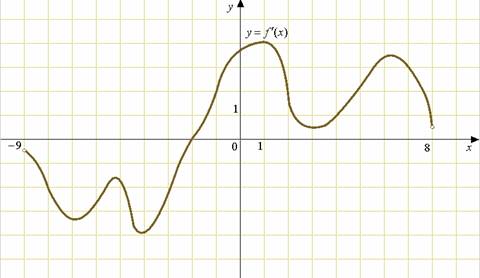
10. Найти все значения *а*, при которых уравнение *f’(х) = 0* не имеет действительных корней, если *f (x) = ах2 – 1/х2.*

**Вариант** 2

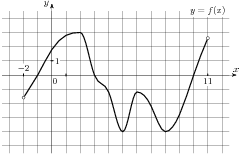
*Часть 1.*

1. Прямая *у = 6х + 8* параллельна касательной к графику функции *у = х2 – 3х + 5*. Найдите абсциссу точки касания.

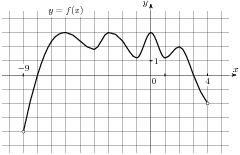
2. На рисунке изображен график производной функции *f(x)*, определенной на интервале *(-9; 8).* Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции *f(x)* параллельна прямой *у = - х + 8*  или совпадает с ней.



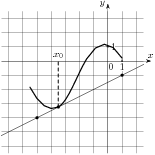
3. На рисунке изображен график функции *у = f (x)*, определенной на интервале *(-2;11)*. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



4. На рисунке изображен график функции *у = f (x)*, определенной на интервале *(-9; 4).*. Найдите сумму точек экстремума функции *f(x)*.



5. На рисунке изображён график функции *у = f (x)* и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции *f(x)* в точке x0.



6. Найдите наибольшее значение функции y~=~\frac{22\sqrt{3}}{3}\cos x+\frac{11\sqrt{3}}{3}x-\frac{11\sqrt{3}\pi }{18}+5на отрезке [0;\frac{\pi }{2}].

*Часть 2.*

7. Найдите скорость изменения функции *у = sin2 x/2 - cos2 х/2* в точке *х0 = 25 π /2.*

8. Площадь прямоугольного треугольника 6 см2. Найдите наименьшее значение площади квадрата, построенного на гипотенузе треугольника.

9. Тело брошено с земли вертикально вверх с начальной ско­ростью *v0* = ЗО м/с. Определите, через сколько секунд тело достиг­нет наивысшей точки подъема, если *h(t) = v0t – gt2/2* (высота из­меряется в метрах, время — в секундах; считать *g=10 м/с2*).

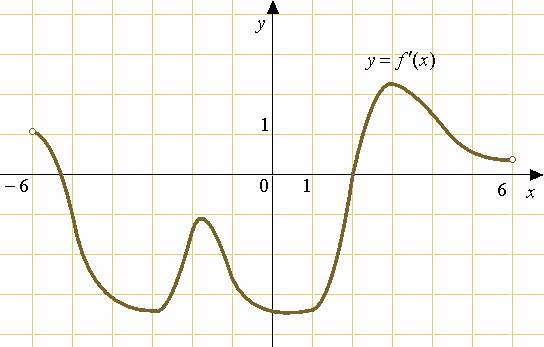
10. Найти все значения *а*, при которых уравнение *f’(х) = 0* не имеет действительных корней, если *f (x) = ах + 1/х.*

**Вариант 3**

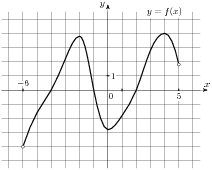
*Часть 1.*

1. Прямая *y = 7x + 11* параллельна касательной к графику функции *у = х2 + 8х + 6*. Найдите абсциссу точки касания.

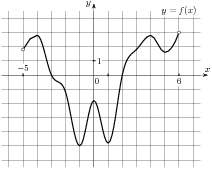
2. На рисунке изображен график  производной функции *f(x)*, определенной на интервале (- 6; 6). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции *f(x)* параллельна прямой *у = - 3х – 11*  или совпадает с ней.



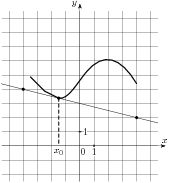
3. На рисунке изображен график функции *у = f (x)*, определенной на интервале(-6; 5). Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



4. На рисунке изображен график функции *у = f (x)*, определенной на интервале (-5; 6). Найдите сумму точек экстремума функции *f(x)*.



5. На рисунке изображён график функции *у = f (x)* и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции *f(x)* в точке *х0*.



6. Найдите наименьшее значение функции y~=~4+\frac{4\sqrt{3}\cdot \pi }{3}-4\sqrt{3}\cdot x-8\cos xна отрезке [0;\frac{\pi }{2}].

*Часть 2.*

7. При каких значениях аргумента касательная к графику функции *у = х3 – 2х* будет составлять с положительным направлением оси абсцисс угол 135°?

8. Площадь прямоугольного треугольника 8 см2. Какими должны быть длины сторон треугольника, чтобы сумма площадей квадратов, построенных на его сторонах, была наименьшей?

9. В момент *t* после начала движения тело, брошенное вверх с начальной скоростью *v0,* находится на высоте *h (t) = vot — gt2/2.* Оп­ределите, в какой момент времени из промежутка [1; 3] скорость па­дения будет наибольшей (высота измеряется в метрах, время — в секундах, считать g = 10 м/с2).

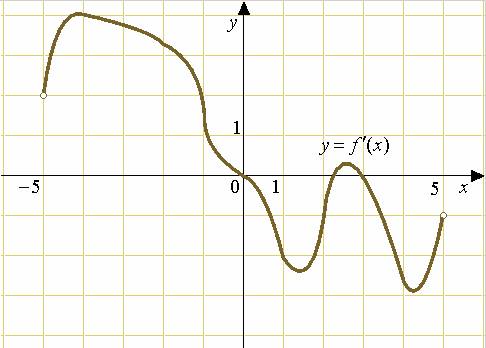
10. Найти все значения *а*, при которых уравнение *f’(х) = 0* не имеет действительных корней, если *f (x) = ах3 + 3х2 + 6х.*

**Вариант 4**

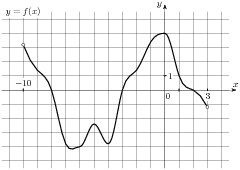
*Часть 1.*

1. Прямая *у = - 5х + 4* параллельна касательной к графику функции *у = х2 + 3х + 6*. Найдите абсциссу точки касания.

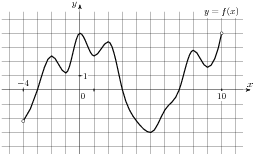
2. На рисунке изображен график  производной функции *f(x),* определенной на интервале (-5; 5). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции *f(x)* параллельна прямой *у = - 0,5 х + 9* или совпадает с ней.



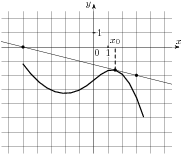
3. На рисунке изображен график функции *у = f (x)*, определенной на интервале (-10; 3). Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



4. На рисунке изображен график функции *у = f (x)*, определенной на интервале (-4; 10). Найдите сумму точек экстремума функции *f (x)*.



5. На рисунке изображён график функции *у = f (x)* и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции *f (x)* в точке *х0*.



6. Найдите наименьшее значение функции y~=~11+\frac{7\sqrt{3}\pi }{18}-\frac{7\sqrt{3}}{3}x-\frac{14\sqrt{3}}{3}\cos xна отрезке [0;\frac{\pi }{2}].

*Часть 2.*

7. При каких значениях аргумента касательная к графику функции *у = х3 – 2х2 + 2х* будет составлять с положительным направлением оси абсцисс угол 135°?

8. Длина, ширина и высота прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием составляют в сумме 36 см. Чему равен наибольший объем такого параллелепипеда?

9. С высоты 20 м тело брошено вертикально вверх со скоростью 20 м/с. Определите, какой наибольшей высоты от земли достигнет тело, если *h(t) = ho + vot - gt2/2* (высота измеряется в метрах, вре­мя— в секундах; считать g=10 м/с2).

10. Найти все значения *а*, при которых уравнение *f’(х) = 0* не имеет действительных корней, если *f (x) = х3 + 6х2 + ах.*

**Зачет № 6.**

**Первообразная и интеграл**

**Вариант** 1

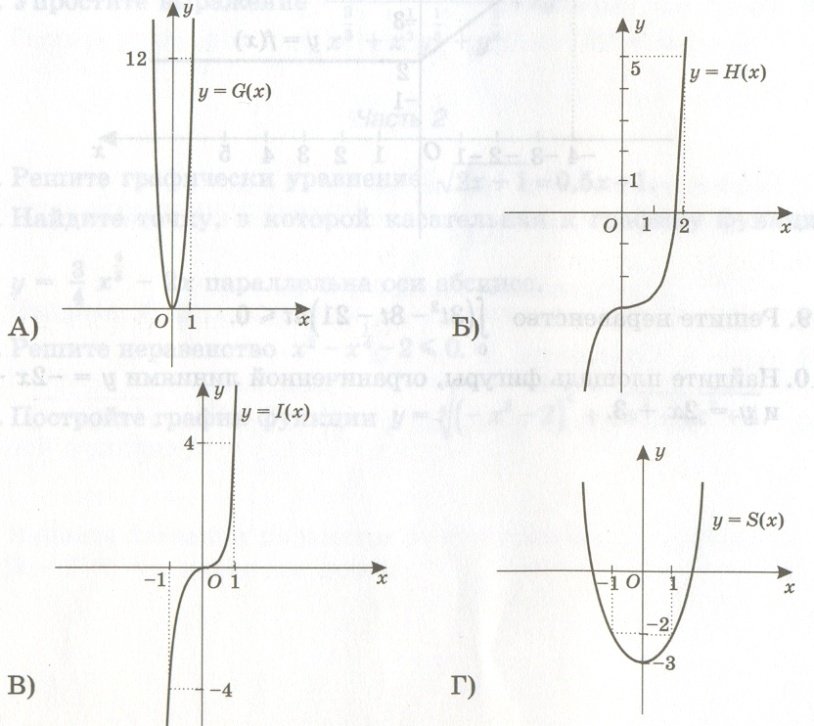
*Часть 1.*

1. Проверьте, является ли функция *у = -19 sin х + 1/х2* первообразной для функции *у = 19 cos х – 2/х3.*

2. Найдите общий вид первообразных для функции *у = - 8х3 + cos х.*

3. Найдите первообразную для функции *у = 3х2 + 12х – 5,* проходящую через точку М (1; -9).

4. Найдите первообразную функции *у = 3 х2* и определите, на каком рисунке изображен график этой функции.



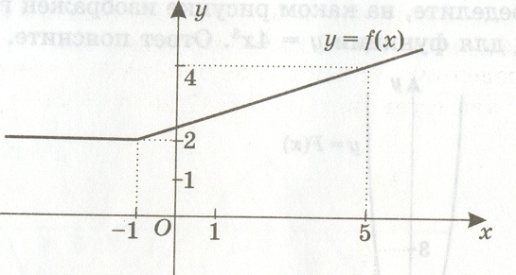
5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями *у = 1 – х3, у = 0, х = -1.*

6. Вычислите   


*Часть 2.*

7. Производная функции *f (х)* имеет вид/ *f’* *(х) = 4х3 — 2х.* Запи­шите формулу, задающую функцию *f (x),* если ее график проходит через точку *М (*—1; 3).

8. Вычислите , если график функции изображен на рисунке.



9. Дана функция  +  + . Известно, что график некоторой её первообразной проходит через точку (0; -1). Чему равно значение этой первообразной в точке *х =* *.*

10. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями *у = 2х – х2* и *у = - 2х + 3.*

**Вариант 2**

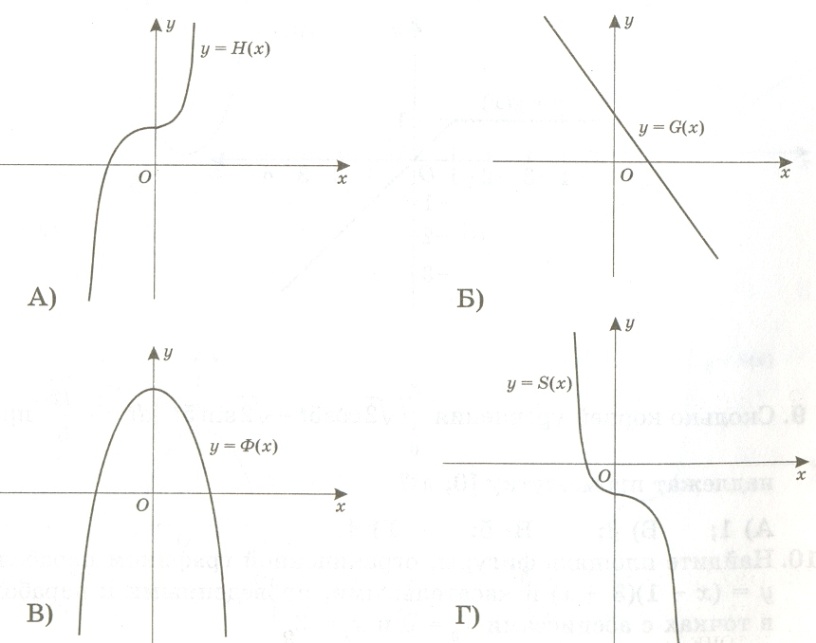
*Часть 1.*

1. Проверьте, является ли функция *у = 15 tg х - 7х2* первообразной для функции *у = 15 cos х – 2/х3.*

2. Найдите общий вид первообразных для функции *у = - 7х4 + sin х.*

3. Найдите первообразную для функции *у = 5х4 - 14х+ 2,* проходящую через точку М (1; -6).

4. Найдите первообразную функции *у = -6 х2* и определите, на каком рисунке изображен график этой функции.



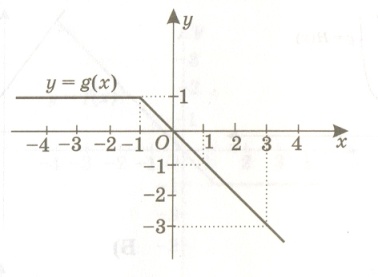
5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями *у = 9 – х2, у =0.*

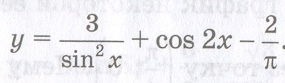
6. Вычислите dx

*Часть 2.*

7. Найдите одну из первообразных функции *у = (2х – 3)(2 + 3х).*

8. Вычислите, если график функции изображен на рисунке.



9. Дана функция **.** Известно, что график некоторой её первообразной проходит через точку (; 0). Чему равно значение этой первообразной в точке *х =* 

*.*

10. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями *у = -2х - х2* и *у = 2х + 3.*

**Вариант 3**

*Часть* 1.

1. Проверьте, является ли функция *у = х3 – 2 sin х* первообразной для функции *у = 3х2 - 2 cos х.*

2. Найдите общий вид первообразных для функции *у = - 12х5 - 3 sin х.*

3. Найдите первообразную для функции *у =sin x,* проходящую через точку М (; ).

4. Точка движется по координатной прямой, ее скорость выражается формулой *v= 1 +4t.* Найдите закон движения, если известно, что в момент времени t = 1 координата точки равнялась числу 7.

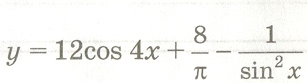
5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями *у = х2 - 1, у =2х + 2.*

6. Вычислите   


*Часть 2.*

7. Скорость движущейся точки меняется по закону *v (t) = 2t* — 0,3t2. Найдите путь, пройденный точкой за промежуток вре­мени от *t1 =* 1 с до t2 *=* 3 с (скорость измеряется в метрах в секунду, время — в секундах).

8. Решите неравенство   


9. Дана функция **.** Известно, что график некоторой её первообразной проходит через точку (; 0). Чему равно значение этой первообразной в точке *х =* ?

10. Вычислите площадь фигуры, ограниченной параболой *у = 2х - х2,* касательной к ней в точке х = 1 и осью у.

**Вариант 4**

*Часть* 1.

1. Проверьте, является ли функция *у = х6 – 2 cos х* первообразной для функции *у = 6х5 + 2 sin х.*

2. Найдите общий вид первообразных для функции *у = 5cos х + 16х3.*

3. Найдите первообразную для функции *у = cos x,* проходящую через точку М ( ; 1).

4. Точка движется по координатной прямой, ее скорость выражается формулой *v= 8t+2.* Найдите закон движения, если известно, что в момент времени t = 2 координата точки равнялась числу 9.

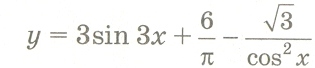
5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями *у = х2 – 3х + 2, у = х - 1.*

6. Вычислите   


*Часть 2.*

7. Производная функции *f* (х) имеет вид *f’(х) = Зх2 + 6х + 2*. Запишите формулу, задающую функцию *f (х),* если *f* (0) = 7.

8. Решите неравенство   


9. Дана функция **.** Известно, что график некоторой её первообразной проходит через точку (0; 5). Чему равно значение этой первообразной в точке *х =*?

10. Вычислите площадь фигуры, ограниченной параболой *у = 2х2 - 6х,* касательной к ней в точке х = 1,5 и осью у.

**Зачет № 7.**

**Степени, корни, степенная функция.**

**Вариант 1**

*Часть 1.*

1. Найдите значение выражения ..

2. Расположите в порядке убывания числа 3 √7, 101,5, 22,5.

3. При каких значениях *х* функция *у =*  принимает значение, равное 6?

4. Найдите корень уравнения \sqrt{\frac{12}{2x-14}}~=~\frac{1}{10}.

5. Найдите значение выражения \frac{15\sqrt[5]{\sqrt[28]{a}}-7\sqrt[7]{\sqrt[20]{a}}}{2\sqrt[35]{\sqrt[4]{a}}} при a>0.

6. Найдите корень уравнения: \sqrt{-72+17x}=x.Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

*Часть 2.*

7. Решите графически уравнение *х0,5 = 6 – х.*

8. Известно, что *f(x) = x0.25, g(x) = x -2.* Докажите, что *f(16x8) = 2 (g(x)-1).*

9. Решите уравнение (*х + 4)0,5  - 3(х + 4)0,25 + 2 = 0.*

10. Решите неравенство *(х + 1)0,5 < х – 1.*

**Вариант** 2

*Часть 1.*

1. Найдите значение выражения .

2. Расположите в порядке возрастания числа 6 √5, 81,5, 32,5.

3. При каких значениях *х* выполняется равенство\sqrt{6x+24}~=~6 ?

4. Найдите корень уравнения \sqrt{\frac{16}{4x-16}}~=~\frac{1}{3}.

5. Найдите значение выражения \frac{{{(\sqrt[3]{7a^2})}^{6}}}{a^4} при a\ne 0.

6. Найдите корень уравнения: \sqrt{-35+12x}=x.Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

*Часть 2.*

7. Решите графически уравнение *х1,5 = х-2.*

8. Известно, что *f(x) = x2/3, g(x) = x -3.* Докажите, что *f(27x9) = 9 (g(x) )-2.*

9. Решите уравнение *(х – 3)0,5 = 3(х – 3)0,25 + 4.*

10. Решите неравенство (*3х – 2)0,5 > х – 2.*

**Вариант** 3

*Часть 1.*

1. Найдите значение выражения .

2. Расположите в порядке убывания числа 10 √7, 101,5, 5 2,5.

3. При каких значениях *х* выполняется равенство\sqrt{6x+31}~=~7?

4. Найдите корень уравнения \sqrt{\frac{14}{3x-30}}~=~\frac{1}{12}.

5. Найдите значение выражения \frac{12\sqrt[9]{m}\cdot \sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}} при *m>0.*.

6. Найдите корень уравнения: \sqrt{-5-6x}=-x. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

*Часть 2.*

7. Решите графически уравнение *х0,25 = х3.*

8. Найдите значение выражения \sqrt{{{(a-6)}^{2}}}+\sqrt{{{(a-10)}^{2}}} при 6\le a\le 10.

9. Решите уравнение *х2 + 3х + (х2 + 3х)0,5 = 2.*

10. Решите неравенство (*1 – х)0,5 > х + 1.*

**Вариант 4**

*Часть 1.*

1. Найдите значение выражения .

2. Расположите в порядке возрастания числа 4 √10, 71,5, 2 2,5.

3. При каких значениях *х* выполняется равенство\sqrt{4x+57}~=~11?

4. Найдите корень уравнения \sqrt{\frac{5x+48}{7}}~=~7.

5. Найдите значение выражения \frac{{{(\sqrt{3}a)}^{2}}\sqrt[5]{a^3}}{{{a}^{2,6}}} при a>0.

6. Найдите корень уравнения: \sqrt{-10-7x}=-x. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

*Часть 2.*

7. Решите графически уравнение (*2х + 1)0,5 = 0,5х + 1.*

8. Найдите значение выражения x+\sqrt{x^2-4x+4} при *х ≤ 2.*.

9. Решите уравнение *(9 – х)0,5 = 2(4 – х)0,5 – (1 – х)0,5.*

10. Решите неравенство *(2х + 1)0,5 ≤ х + 1.*

**Зачет № 8.**

**Показательная функция**

**Вариант 1**

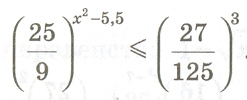
*Часть 1.*

1. Запишите в порядке возрастания числа (0,1*)* 2,3,(0,1*)* √5,(0,1*)*  2,1,(0,1*)* 2,7.

2. Найдите корень уравнения {{7}^{3x-14}}~=~\frac{1}{49}.

3. Найдите значение выражения: 49^{9}\cdot9^{12}:441^{9}.

4. Решите уравнение *2• 22х - 5 • 2х + 2 = 0*.

5. Решите неравенство 

6. Найдите, на каком отрезке функция *у = 2х* принимает наибольшее значение, равное 32, и наименьшее, равное 0,5.

*Часть 2.*

7. Решите уравнение 3*• 5 2х - 1 - 50 • 5 х - 3 = 0,2*.

8. Решите неравенство *2х – 2 + 2х – 1+ 2х ≥ 14.*

9. Постройте график функции *f(x) = 5 2 + x + 1.*

10. Найдите значение параметра *а*, при котором уравнение │*3 - 7 1 –х* │= *а* имеет два корня.

**Вариант 2**

*Часть 1.*

1. Запишите в порядке возрастания числа (0,7*)* 1,3,(0,7*)* √2,(0,7 *)* 2,2,(0,7 *)* 1,7

2. Найдите корень уравнения {{32}^{x-3}}~=~\frac{1}{2}.

3. Найдите значение выражения: 49^{4}\cdot4^{2}:196^{2}.

4. Решите уравнение *32х - 6 • 3х - 27 = 0*.

5. Решите неравенство *0,5 4х + 3 ≥ 21 – 6х*

6. Найдите, на каком отрезке функция *у = (⅓)х* принимает наибольшее значение, равное 81, и наименьшее, равное 1/27.

*Часть 2.*

7. Решите уравнение 18 *х  - 8 • 6 х - 9 • 2х  = 0*.

8. Решите неравенство *26х - 10 - 9 • 23х -5 + 8 ≤ 0.*

9. Постройте график функции *f(x) = 0,7 3 + x - 1.*

10. Найдите значение параметра *а*, при котором уравнение │3*5 –х* *- 4*│+ *а* = 0имеет два корня.

**Вариант 3**

*Часть 1.*

1. Запишите в порядке убывания числа (0,4*)* 3,3,(0,4*)* √10,(0,4 *)* 3,2,(0,4 *)* 2,7

2. Найдите корень уравнения {{81}^{x-4}}~=~\frac{1}{3}.

3. Найдите значение выражения: 25^{4}\cdot49^{5}:1225^{4}.

4. Решите уравнение 3*• 32х - 10 • 3х + 3 = 0*.

5. Решите неравенство *4 5х - 1 ≥ 163х + 2х*

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции *у = 2х*  на промежутке [1; 4].

*Часть 2.*

7. Решите уравнение 12 *х  - 6 х + 1 - 8 • 3х  = 0*.

8. Решите неравенство 5 *2х + 1 – 5 х + 2  ≤ 5х  - 5.*

9. Постройте график функции *f(x) = 2 3 + x + 3.*

10. Найдите значение параметра *а*, при котором уравнение │2*3 –х* *- 1*│ =  *а* имеет два корня.

**Вариант 4**

*Часть 1.*

1. Запишите в порядке убывания числа (0,2*)* 1,3,(0,2*)* √3,(0,2 *)* 1,2,(0,2 *)* 1,7

2. Найдите корень уравнения {{36}^{x-4}}~=~\frac{1}{6}.

3. Найдите значение выражения: 4^{7}\cdot49^{7}:196^{6}.

4. Решите уравнение *2• 22х - 5 • 2х - 88 = 0*.

5. Решите неравенство *2 3х + 6 ≤ 0,25 х - 1*

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции *у = 2х*  на промежутке [-4; 2].

*Часть 2.*

7. Решите уравнение 9*х  + 6х = 2 2х+1*

8. Решите неравенство 3*8х + 6 - 10 • 34х + 3 + 9 ≥ 0.*

9. Постройте график функции *f(x) = 3 1 + x - 5.*

10. Найдите значение параметра *а*, при котором уравнение │2 *- 3 х+ 4* │= *а* имеет два корня.

**Зачет № 9.**

**Логарифм. Логарифмическая функция**

**Вариант 1**

*Часть 1.*

1. Вычислите *log3 12 + log 3 4,5 — log3 6*.

2. Найдите область определения функции *у = logπ (х2 – 7х + 6)* и определите, является ли функция возрастающей или убывающей.

3. Найдите значение выражения *log* 16 *log 6 36.*

4. Найдите корень уравнения {{\log }_{3}}(13-5x)~=~2{{\log }_{3}}2.

5. Решите уравнение *log0,22х + 4 log0,2х — 5 = 0.*

6. Решите неравенство *ln (х — 3)>1п (2х — 8).*

*Часть 2.*

7. Расположите в порядке возрастания *log2 7, log4 3, lg 1.*

8. Найдите область определения функции *у = log√2 log0.6 (3x – 7).*

9. Решите уравнение *log2x + 1(5 + 8x – 4x2) + log5 – 2x(1 + 4x + 4x2) = 4.*

10. Решите неравенство *log9 x2 + log3(-x) < 2.*

**Вариант 2.**

*Часть 1.*

1. Вычислите *log0,2 24 – log0,2 120 — log0,2 5*.

2. Найдите область определения функции *у = log√0,5 (х2 + 12х + 20)* и определите, является ли функция возрастающей или убывающей.

3. Найдите значение выражения *log* 4 *log 5 25.*

4. Найдите корень уравнения {{\log }_{4}}(8-3x)~=~2{{\log }_{4}}5.

5.Решите уравнение *2 log6 x = log6 (2x2 — х).*

6. Решите неравенство *log8,2  (x — 3) ≥ 0*.

*Часть 2.*

7. Расположите в порядке возрастания *log0.5 0.1, log3 0.5, lg 1.*

8. Найдите область определения функции *у = log√3 log0.2 (6 + 5х).*

9. Решите уравнение *log3х+7 (9 + 12x + 4x2) = 4- log2х + 3 (21 + 23x + 6x2).*

10. Решите неравенство *log4 x2 + log2(-x) > 6.*

**Вариант 3**

*Часть 1.*

1. Вычислите (3*lg 2 - lg 24)*:*( lg 3 + lg 27)*.

2. Найдите область определения функции *у = log7 (х2 – 5х + 6)* и определите, является ли функция возрастающей или убывающей.

3. Найдите значение выражения *log* 16 *log 3 9.*

4. Найдите корень уравнения {{\log }_{5}}(10-5x)~=~2{{\log }_{5}}2.

5. Решите уравнение *log4 ( х2 – х) = 1 + log4 5.*

6. Решите неравенство *log3  (2x — 1) ≤ 2*.

*Часть 2.*

7. Расположите в порядке возрастания *log7 9, log3 1, log5 4.*

8. Найдите область определения функции *у = log√5 log0.7 (4х -12).*

9. Решите уравнение *log9  (3х + 2х - 20) = х – х log9 3.*

10. Решите неравенство *log2  (x2 + 2х + 4) + log2  (x – 2) < log2  (х3 - x2 + 4х - 3).*

**Вариант 4**

*Часть 1.*

1. Вычислите (*log3 2 +3 log 3 0,25) : ( log3 28 — log3 7)*.

2. Найдите область определения функции *у = log11 (х2 – 8х - 9)* и определите, является ли функция возрастающей или убывающей.

3. Найдите значение выражения *log* 3 *log 5 125.*

4. Найдите корень уравнения {{\log }_{2}}(6-2x)~=~3{{\log }_{2}}3.

5. Решите уравнение *lg ( х – 9) + lg(2х – 1)= 2.*

6. Решите неравенство *log0,5  (3x — 2) ≤ -4*.

*Часть 2.*

7. Расположите в порядке возрастания *log0.2 0.3, log7 0.6, log2 1.*

8. Найдите область определения функции *у = log√6 log0.9 (15 + 2х).*

9. Решите уравнение *1 + logх 5• log7 х = log5 35• logх 5.*

10. Решите неравенство *lg (х3 - x2 - х + 20) ≥ lg ( х + 2) + lg (x2 - 2х + 4).*

**Зачет № 10.**

**Производная показательной и логарифмической функции**

**Вариант 1**

*Часть 1.*

1. Найдите производную функции *f (x) = 7x + 3.*

2. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции *f (x) = ех* — *х* в точке с абсциссой *х*0 = 0.

3. Найдите значение производной функции *f (x) = ln x + x* в точке *х*0 = 1/7.

4. Найдите производную функции *f (x) = ех ln x*

5. Найдите наибольшее значение функции y~=~\ln {{(x+5)}^{3}}-3xна отрезке [-4,5;0].

6. Найдите точку минимума функции y~=~(14-x){{e}^{14-x}}.

*Часть 2.*

7. Найдите производную функции *у = 2х - log3  (x – 1).*

8. Составьте уравнение той касательной к графику функции *у = ln 2x* , которая проходит через начало координат.

9. Найдите точки экстремума функции, являющейся производной функции *у = 0,5 х2 + ln (3х + 1) – 12.*

10. При каких значениях параметра *а* прямая *у = 3х – 4 + а* является касательной к графику функции *у = ln (3х – 4).*

**Вариант 2**

*Часть 1.*

1. Найдите производную функции *g (х) = 9х* — 23.

2. Найдите скорость изменения функции *f (х) = х + ех* в точке с абсциссой *х*0 = - 1.

3. Найдите значение производной функции *f (x) = х3 ln x* в точке *х*0 = *е*.

4. Найдите производную функции *f (x) =3 ln x + sin 2x.*

5. Найдите наименьшее значение функции y~=~8x-\ln {{(x+2)}^{8}}на отрезке [-1,5;0].

6. Найдите точку максимума функции y~=~(15-x){{e}^{x+15}}.

*Часть 2.*

7. Найдите производную функции *у =3-х + 2 log0,5  x.*

8. Составьте уравнение той касательной к графику функции *у = ln 3x* , которая проходит через начало координат.

9. Найдите точки экстремума функции, являющейся производной функции *у =0,2 х е 5х-1 – 0,04 е 5х-1+ 0,008.*

10. При каких значениях параметра *а* прямая *у = 2х + 3 + а* является касательной к графику функции *у = ln (2х + 3).*

**Вариант 3**

*Часть 1.*

1. Найдите производную функции *f (x) = 4+ 13х.*

2. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функ­ции *f (х)* = *х • ех* в точке с абсциссой *х*0 = 0.

3. Найдите значение производной функции *f (x) = х2 - ln x* в точке *х*0 = 0,5.

4. Найдите производную функции *f (x) =2 cos 2x - 5 ln x.*

5. Найдите наименьшее значение функции y~=~3x-\ln {{(x+3)}^{3}}на отрезке [-2,5;0].

6. Найдите точку минимума функции y~=~(x+22){{e}^{x-22}}.

*Часть 2.*

7. Найдите производную функции *у = 5х - 7 log0,2  (x + 1).*

8. Составьте уравнение той касательной к графику функции *у = ln 0,5x* , которая проходит через начало координат.

9. Найдите точки экстремума функции, являющейся производной функции *у = 2х2 - е -2х+1 – 3.*

10. При каких значениях параметра *а* функция *у = х6 е –х* на интервале (*а; а + 7)*  имеет одну точку экстремума?

**Вариант 4**

*Часть 1.*

1. Найдите производную функции *f (x)* =17— 5х*.*

2. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функ­ции *f (x) = 12ex* в точке с абсциссой *х*0 = 1.

3. Найдите значение производной функции *f (x) = ln (9 - 5x)* в точке *х*0 = - 2.

4. Найдите производную функции *f (x) =x5 ln 2x.*

5. Найдите наибольшее значение функции y~=~6\ln (x+6)-6x+5на отрезке [-5,5;0].

6. Найдите точку минимума функции y~=~(x+13){{e}^{x-13}}.

*Часть 2.*

7. Найдите производную функции *у = 7-х + log5  (x + 4).*

8. Составьте уравнение той касательной к графику функции *у = ln ex* , которая проходит через начало координат.

9. Найдите точки экстремума функции, являющейся производной функции *у = 0,5х2 + ln (2x –1)- 4.*

10. При каких значениях параметра *а* функция *у = х6 е –х* на интервале (*а; а + 7)*  возрастает?