# НЕКОТОРЫЕ ИНТЕРЕСНЫЕ СВОЙСТВА ОБЪЕМОВ МНОГОГРАННИКОВ

Докажем следующие свойства, вытекающие из формулы объема пирамиды.

**1.** Объемы пирамид с общей высотой пропорциональны площадям их оснований.

Дано:



2 пирамиды:

*PA1A2…An*, высота *PO1*,

*QB1B2…Bn*, высота *QO2*.

*PO1*= *QO2*.

Доказать: .

Доказательство:

Объем n-угольной пирамиды: .

.

**2.** Объемы пирамид с общим основанием пропорциональны проведенным к нему высотам.



Дано:

2 пирамиды: *P1A1A2…An*, *P2A1A2…An*,

общее основание *A1A2…An*,

высота 1-ой пирамиды *P1O1*, 2-ой пирамиды *P2O2*.

Доказать: .

Доказательство: Объем n-угольной пирамиды: .

.

**3.** Если вершины *S* и *T* пирамид *SA1…An* и *TA1…An* лежат по одну сторону от плоскости *A1…An*, то эти пирамиды равновелики тогда и только тогда, когда прямая *ST* параллельна плоскости *A1…An*.

Дано:

A1

O1

O2

A2

A3

S

T

2 пирамиды с общим основанием *A1…An*,

*SO1* и *TO2* – высоты.

Доказать: .

Доказательство:

Пусть , , , .

1) .

Так как у пирамид общее основание, то

;

 и .

*O1STO2* - параллелограмм.

А так как .

2) .

Так как  и , то  - проекция  на  , при этом  - параллелограмм.

.

**4.** Объемы тетраэдров, имеющих равные трехгранные углы, относятся как произведения длин ребер, образующих эти углы.

Если тетраэдры *SABC* и *SA1B1C1* имеют общий трехгранный угол при вершине *S*, то .

Дано: 2 тетраэдра, общий трехгранный угол при вершине *S*.



Доказать: .

Доказательство:

Проведем высоты *AH* и *A1H1*.

;

прямые SA и AH лежат в одной плоскости;

, так как и ;

;

.

Тогда из :

~

 и .

.

**5.** Отношение объемов подобных многогранников равно кубу коэффициента подобия.



Дано:  и  - подобные многогранники, коэффициент подобия .

Доказать: .

Доказательство достаточно провести для пирамиды, так как любой многогранник можно разбить на несколько пирамид.

Т.к. многогранники подобны, то отношение всех их линейных размеров равно , а все их углы равны.

; .

.