|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Предмет**  **Класс** | **Геометрия.**  11 – общеобразовательный (базовый уровень). |  |
| **Тема урока** | **Объём шара.** |  |
| **Цель урока** | * вывести формулу объёма шара; * рассмотреть задачи на применение этой формулы. |  |
| **Знать/понимать** | * определение шара и его элементов; * формулу объёма шара (через радиус); * формулу объёма шара (через диаметр); * формулы отношения объёмов двух шаров. |  |
| **Уметь** | * выводить формулу объёма шара; * решать задача, опираясь на изученную формулу; * проводить доказательные рассуждения при решении задач, используя известные теоремы, определения, свойства. |  |
|  | * ноутбук учителя. * мультимедиа проектор. * интерактивная доска. * индивидуальные ноутбуки учеников. |  |
| **Средства обучения** | * учебник „ Геометрия “ (авт. Атанасян Л.С. и др.) * электронное учебное пособие по теме „Объём шара“ * тест „ Проверь себя“. |  |
| **Алгоритм урока** | - новый материал; - актуализация знаний;    - контроль знаний; - отработка навыков. |  |
| **Этап 1.**  **Организационный момент.** | Вводное слово учителя. Мотивация. Структура урока. |  |

Максимова Т.В. 210-420-218

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Этап 2.**  **Актуализация зон ближайшего развития, усвоенных, опорных ЗУН** | Ребята! Вы уже научились находить объёмы некоторых многогранников (параллелепипеда, призмы, [пирамиды](file:///D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное%20пособие.%20Объём%20шара\нов_стр_14.htm)) и круглых тел ([цилиндра, конуса](file:///D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное%20пособие.%20Объём%20шара\нов_стр_13.htm)).  Сейчас вашему вниманию предлагается  учебное пособие по теме **„Объём шара“.**    В процессе работы с данным пособием вы:   * познакомитесь с формулой объёма шара; * рассмотрите различные варианты вывода этой формулы; * научитесь применять формулу объёма шара при решении задач; * пополните свой кругозор интересными фактами из истории математики; * проверить свои знания при выполнении [тестовой](file:///D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное%20пособие.%20Объём%20шара\нов_стр_19.htm)  работы.   В  современных учебниках  формулы для  вычисления объёмов многогранников и круглых тел   выводятся на основе  интегральной формулы. Но этот простой и изящный способ появился благодаря трудам  [Г. Лейбница](file:///D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное%20пособие.%20Объём%20шара\нов_стр_21.htm) и других учёных гораздо позднее того как были открыты сами формулы.   Вам предлагается два варианта вывода формулы объёма шара.  Познакомьтесь с обоими. Выберите и постарайтесь  запомнить тот вариант, который вам белее близок и понятен. Сделайте необходимые записи в тетради.  Пополните  свой   блокнот - справочник  по  геометрии  следующей     таблицей:   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | Vш.  (через радиус) | Vш.  (через диаметр) | V1  :  V2 | Vш.  :  Vцил. | Учёные | |  |  |  |  |  | | Фаза вызова  (мозговой штурм)  Фаза  осмысления  и  рефлексии. |

Максимова Т.В. 210-420-218

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Этап 3.**  **Изучение нового (формирование новых ЗУН)**    **В** | Вывод формулы объёма шара (1)  Для вывода формулы объёма шара воспользуемся методом координат который  ввёл в геометрию Рене Декарт.  Поместим шар радиуса R в систему координат, где ось Ох выбрана произвольно.  Пересечём шар плоскостью, которая перпендикулярна  оси Ох и проходит через точку М этой оси. В сечении получится круг.   Итак:     О - центр шара, R - радиус шара,   -R ≤ х ≤ R    М - центр круга,  М(х;0;0),   r - радиус круга,  S(х) - площадь круга, где х - абсцисса точки М.  Рассмотрим прямоугольный  ∆ ОМС. По теореме Пифагора  МС**²** = ОС**²**  – ОМ**²,**  r **²** = R**²** – x**²,**   Так  как   S(х) = πr**² ,** то  S(х) = π(R**²**  - x**²** ).  Применяя основную формулу для вычисления объёмов тел  при  ***а*** = - R  и  ***в*** = R , получим  D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное пособие. Объём шара\нов1.gif  Итак:  Вывод формулы объёма шара (2).  Пусть дан полукруг с центром в точке О и  **О**  диаметром  АВ = 2R.  В плоскости полукруга введём прямоугольную систему координат с началом в точке О и  осью абсцисс ОА.  **АА**   Полукруг является частным видом  криволинейной трапеции. Он ограничен осью абсцисс и графиком функции .  При вращении данного полукруга вокруг оси абсцисс получается шар. Найдём его объём, пользуясь формулой объёма вращения фигуры | Фаза осмысления.  (инсерт)  Фаза осмысления.  (инсерт) |
|  | **Итак:** | Максимова Т.В. 210-420-218 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Этап 4.**  **Закрепление знаний.** | **Задача 1.**  В практических приложениях часто указывается диаметр (D) шара.                                  Какую формулу объёма шара целесообразно использовать в подобной ситуации?  Решение.  Так  как . Тогда      Ответ:    **Задача 2.** Найдите отношение объёмов двух шаров, если:  а) их радиусы соответственно равны  R**1** и  R**2**;  б) их диаметры соответственно равны  D**1**  и  D**2**. | Фазы  вызова  и  осмысления |

Максимова Т.В. 210-420-218

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Решение.  Рассмотрим два шара, объёмы которых соответственно равны V**1** **и  V2**.  Тогда объёмы этих шаров относятся как кубы их радиусов (диаметров).    Итак:  **Задача 3.** Стаканчик для мороженого конической формы имеет глубину 12 см и диаметр верхней части 5см. На него сверху положили две ложки мороженого в виде полушарий диаметром 5 см. Переполнит ли  мороженое стаканчик, если оно растает?  Решение.  **В**  **А**  **12**  **О**  **Р**  1) Найдём объём стаканчика, имеющего коническую  форму. Так как АВ = 5см, то ОВ = 2, 5см.  Пользуясь формулой,  получаем  2) Сумма объёмов двух полушарий равных диаметром равна объёму шара с тем же диаметром. Найдём объём шара с диаметром  CD = 5 см.    3) Сравним полученные объёмы:      **Vk. > Vш.**  Ответ:   растаявшее мороженое стаканчик не переполнит. |  |

Максимова Т.В. 210-420-218

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Задача 4.** Из деревянного  равностороннего цилиндра выточен наибольший возможный шар. Сколько процентов материала сточено?  Решение.  1) Из условия задачи следует, что осевым сечением шара является квадрат. Тогда  высота цилиндра  равна диаметру шара, т.е. H = 2R.  2)  . С учётом первого действия   3)  Найдём, сколько сточено материала:  4)  Найдём, сколько % составляет сточенный материал:  Ответ:  **Задача 5** (решите задачу, заполняя пропуски)  В конусе образующая равна  **m** и составляет с основанием угол **β.**  Найдите  объём вписанного шара.  Дано:  конус, SA = m,   < SAO = β,  Найти:  V шара.  Решение.    1) Vш. = ...  2) Центр вписанного шара лежит в точке К - пересечения высоты SO и AK - ... <SAO, OK -   радиус шара;  3) находим ОК  из ∆ АОК.  Имеем  , тогда OK = …  4) Находим AO из ∆ ASO. Имеем  ..., тогда AO = ...=...  5) Находим ОК, используя результаты действий 3 и 4.   ОК = …  6)  Ответ: |  |

Максимова Т.В. 210-420-218

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Решение (проверка).  1) , т.е  2) Центр вписанного шара лежит в точке К  пересечения высоты SO    и AK - биссектрисы < SAO,    OK -   радиус шара;  3) Находим ОК  из ∆ АОК.  Имеем    , тогда  4) Находим AO из ∆ AOS.  Имеем ,  тогда    5) Находим ОК, используя результаты действий  3 и 4:  6)  **Задача 6** (решите задачу, заполняя пропуски).  В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 3 см, а боковое ребро равно 2 см. Найдите объём описанного шара.  Дано:  SABC - пирамида,  AB=BC=AC,  SA = 2см,  AB = 3 см.  Найти:  Vшара  [Решение.](file:///D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное%20пособие.%20Объём%20шара\нов_стр_9.htm) |  |

Максимова Т.В. 210-420-218

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1) Vшара=...  2) Центр шара находится в точке К пересечения высоты  SO  и  MK,  где MK        SA,   M -  середина AS (AM=...=...см),   тогда KS - ... описанного шара.  3)  Так как ∆KMS~∆ASO, то KS : AS = ... **:**  ..., откуда  KS = AS **·** MS **:**  ...    Остаётся найти  OS.  4) OA - радиус окружности, описанной около правильного ∆АВС, тогда    5) Из ∆SAO:   ,          OS = ...   (см),  6) Находим значение KS = ...  (см).  7) Находим объём шара:    V шара = ...  Решение (проверка).  1) , т.е  2) Центр шара находится в точке в точке К пересечения высоты  SO и MK, гдеMK      SA,   M -  середина AS  (AM = MS = 1 см), тогда   KS -радиус   описанного шара.  3) Так как  ∆KM ~ ∆ SASO,  то   KS : AS = MS : SO, откуда  KS = AS · MS :  SO.  Остаётся найти  SO.  4) OA - радиус окружности, описанной около правильного   треугольника АВС,  тогда  5) из ∆SAO:   ,       6) находим значение KS = 2∙1 :1 = 2(см).  7) находим объём шара:     Ответ: |  |

Максимова Т.В. 210-420-218

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Этап 5.**  **Первичный контроль знаний.** | Тест: „ Проверь себя “  1) Выбери формулу для вычисления объёма шара:  а)  б)  в)  г)  2) Найдите радиус шара, если его объём равен 972см**³:**  [**а)    13см**](file:///D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное%20пособие.%20Объём%20шара\Вы%20ошиблись!.htm) [**б)    7см**](file:///D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное%20пособие.%20Объём%20шара\Вы%20ошиблись!.htm) [**в)    5см**](file:///D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное%20пособие.%20Объём%20шара\Вы%20ошиблись!.htm) [**г)    9см**](file:///D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное%20пособие.%20Объём%20шара\Вы%20правы!.htm)  3) Объём одного шара равен сумме объёмов двух других шаров. Как связаны между собой диаметры D**1**, D**2,**  D**3** этих шаров?    4)  Радиус конуса равен 4 см, а высота равна 2 см. Найдите радиус шара, имеющего тот же объёма:  [**а)    2π**](file:///D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное%20пособие.%20Объём%20шара\Вы%20ошиблись!.htm) [**б)    2**](file:///D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное%20пособие.%20Объём%20шара\Вы%20правы!.htm) [**в)   8**](file:///D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное%20пособие.%20Объём%20шара\Вы%20ошиблись!.htm) [**г)**](file:///D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное%20пособие.%20Объём%20шара\Вы%20ошиблись!.htm)  5) У арбуза диаметр 20 см, а толщина корки 2 см. Какая часть арбуза приходится на корку? [**а)   0,25**](file:///D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное%20пособие.%20Объём%20шара\Вы%20ошиблись!.htm) [**б)   0,37**](file:///D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное%20пособие.%20Объём%20шара\Вы%20ошиблись!.htm) [**в)   0,488**](file:///D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное%20пособие.%20Объём%20шара\Вы%20правы!.htm) [**г)   0,2**](file:///D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное%20пособие.%20Объём%20шара\Вы%20ошиблись!.htm)  6) В  шар вписан цилиндр с квадратным осевым сечением, а в него вписан новый шар. Отношение  объёмов исходного  и нового   шаров равно:  **а)**        [**б)**](file:///D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное%20пособие.%20Объём%20шара\Вы%20ошиблись!.htm)           [**в)**](file:///D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное%20пособие.%20Объём%20шара\Вы%20ошиблись!.htm)   [**г)**  **4**](file:///D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное%20пособие.%20Объём%20шара\Вы%20ошиблись!.htm)   |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Задание | № 1 | № 2 | № 3 | № 4 | № 5 | № 6 | | Ответ | б | г | б | б | в | а | | Фаза рефлексии.  Тест предназначен для проверки качества усвоения материала, и может быть пройден несколько раз. |

Максимова Т.В. 210-420-218

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Этап 6.**  **Подведение итогов урока.**  **Домашнее задание** | Итак, подведём итог:   * какой вариант вывода формулы вычисления объёма шара вам более приемлем? * с какими трудностями столкнулись вы при решении задач? * полностью ли вы заполнили таблицу в блокноте - справочнике?              (завершите работу с таблицей, решив домашнюю задачу  в) ).   * насколько успешно вы выполнили тест?   D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное пособие. Объём шара\нов4.gif Задание на дом:   * выучить вывод формулы нахождения объёма шара; * решите  задачи: * а) №711,               б) свинцовый шар, диаметр которого равен 20 см, переливается в  шарики   диаметром  в 10 раз меньшим. Сколько таких шариков  получится? Какое данное в задаче лишнее?              в) найдите [отношение](file:///D:\ОБЪЁМ\КОПИЯ\Учебное%20пособие.%20Объём%20шара\Архимед.htm) объёма шара, вписанного в цилиндр, к  объёму этого цилиндра.              г) шарообразный приёмник газа имеет диаметр 9,22м. Какова его  вместимость? До скольких атмосфер сжат газ в газоприёмнике,  если в него  накачено 2500м³ газа при нормальном давлении? | Фазы  вызова  и  осмысления.  (З – Х - У)  Фазы  осмысления  и  рефлексии. |

Максимова Т.В. 210-420-218