**4.Решение тригонометрических уравнений.**

А) А.Эйнштейн говорил так: “Мне приходится делить время между политикой и уравнениями. Однако уравнения, по-моему, гораздо важнее. Политика существует только для данного момента, а уравнения будут существовать вечно”.

Вот мы и займемся уравнениями. Для решения более сложных уравнений требуется знание формул тригонометрии. Следующий этап нашего урока – взаимопроверка. Проверьте друг друга на знание формул.

(На столе у ребят листочки с незаконченными записями формул.)

Б) Сегодня мы на примере одного уравнения рассмотрим различные способы решения тригонометрических уравнений. Каждая из групп предложит свой.

SIN X+ COS X = 1

1способ. Введение вспомогательного угла.

Разделим обе части уравнения на : sin x+ cos x= 1/ :,



1/ sin x+ 1/ cosx =1/ или cos π/4 sin x + sinπ/4 cos x =/2,



Sin (x+ π/4) = /2



X+π/4 = (-1)narcsin /2 +πn, n€ Z,



X = (-1)nπ/4 – π/4 +πn

Ответ: (-1)n π/4- π/4+ πn, n€ Z.

2 способ. Выражение sin x, cos x через tg x/2 по формулам. Следует учесть, что

cos x/2 ≠0, x ≠ π +2πn

sin x+ cos x= 1

+ = 1



2tg x/2 +1 – tg2x/2 =1 + tg2 x/2

2tg x/2- 2tg2 x/2= 0 / :2

tg x/2 (1 – tg x/2) =0

tg x/2= 0 или tg x/2= 1

x/2=



x= 2πn, n€ Я x= π/2 + 2πk, k€ Z

ответ: 2πn, π/2 + 2πk, n,k€ Z.

3 способ. Сведение к однородному уравнению (дать определение однородного уравнения).

Выразим sin x, cos x и 1 через функции половинного аргумента :

Sinx + cos x = 1

(при условии, что cos2 x/2≠ 0, т. е. x≠ π + 2πn, n€ Z)

2sin x/2 cos x/2 + cos2 x/2 –sin2 x/2 = sin2 x/2 +cos2 x/2

2sin x/2 cos x/2 -2sin2 x/2 = 0 / :2cos2 x/2

tg x/2- tg2 x/2 = 0 или tg x/2 (1- tg x/2) = 0

tg x/2 =0 или tg x/2 = 1

x= 2πn x = π/2 + 2πk, n,k €Z.

4 способ. Преобразование суммы в произведение. Выразим cos x через sin (π/2 –x)

Sin x+ cos x = 1

Sin x + sin (π/2 – x) =1

2sin cos = 1



2sin π/4 cos (x –π/4) = 1

cos (x – π/4) = 1



os (x-π/4) =



X –π/4 =± arcsin + 2πn



X = π/4±π/4 + 2πn

Ответ : 2πn, π/2 + 2πn, n€ Z

5 способ. Возведение в квадрат обеих частей уравнения.

Sin x+ cos x =1

(sin x + cos x)2 = 1

Sin2x + 2sin x cos x + cos2 x =1

2sin xcos x + 1 = 1 или sin 2x = 0

2sin x cos x = 0 / : 2 2x= πn

Sin x = 0 или cos x =0 x = πn/2, n€ (с последующим отбором корней)

X = πn x = ±π/2 +πk

n,k € Я

Здесь требуется отбор решений.

Из серии : x = πn x = 2πn –решение

X = π+ 2πn – постороннее решение

X =±π/2 + πk x = π/2 + 2πk – решение

X = - π/2 + 2πk – постороннее

Ответ : 2πn, π/2 + 2πk, n,k€ Я

6 способ. Замена cos x выражением ±x



Sin x+ cos x = 1

Sin x ± x =1



±x = 1- sin x



Возведем правую и левую части в квадрат :

1 – sin2x = (1 – sin x)2

(1- sin x) (1 + sin x) – (1 –sin x)2 = 0

(1 –sin x) (1 + sin x – 1 + sin x) = 0

2 (1 – sin x) sin x = 0

Sin x = 0 или sin x = 1

X = πk x = π/2 + 2πn n,k € Я

Из серии πk -решением является только x = 2πk k€ Z

В) А теперь каждая группа предлагает серию уравнений, которые решаются их способом. Каждый ученик должен решить по одному уравнению из каждой группы (заранее) –всего 5.

На доске рассмотрим решение уравнений наиболее оригинальных или наиболее сложных.

5. Самостоятельная работа.

6. Домашнее задание.

1)Повторить основные тригонометрические тождества;

2) Повторить формулы корней тригонометрических уравнений ;

3) Каждой из групп подобрать и решить серию уравнений своим способом.

7. Итог урока.

Место для формулы.

Рабочая карта урока

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Диктант | Проверка  знаний формул | Представление  различных способов  решения уравнений | С/Р | Итог |
| с/о | о/т | о/у с/о | о/у |  |
|  |  |  |  |  |

с/о – самооценка

о/т – оценка товарища

о/у – оценка учителя

Закончи формулы :

Cos2 x – sin2 x =

Sin 2x =

Cos (x – y) =

Cos x + cos y =

Cos2 x+ sin2 x =

Sin (π/2 + x) =

tg (x + y) =

Самостаятельная работа

1 вариант

Решить уравнения

6sin2 x + sin x cos x – cos2 x = 0

Cosx/2 + cos x = 0

Sin x +sin 3x = 4 cos2x

Cos 2x + 9 sin x + 4 = 0

Cos 9x – cos 7x +cos 3x – cos x = 0