Введение 4

1. Прикладные задачи 5

1.1 Приближенные вычисления 5

1.2 Приложения производной 6

1.3 Приложения определенного интеграла 11

1.4 Комплексные числа 15

1.5 Дифференциальные уравнения 18

1.6 Кривые второго порядка 22

Заключение 24

Литература 25

1. **ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ**
   1. **Приближенные вычисления**

В большинстве случаев при измерениях, вычислениях, при выполнении операций над действительными числами получают не точные, а приближенные значения величин.

ПРИБЛИЖЕННОЕ ЧИСЛО есть такое число, которое отличается от точного на погрешность (ошибку), допущенную в соответствии с условиями данной задачи, и заменяет точное число в расчетной формуле. Арифметические действия с приближенными числами следует производить также приближенно, ограничиваясь той степенью точности которая необходима для данной задачи.

А.Н. Крылов, создатель теории приближенных вычислений, говорил: «При производстве всяких численных вычислений надо руководствоваться правилом: точность вычислений должна соответствовать точности данных и той практической потребности, для которой вычисления производятся». Ему же принадлежат слова: «Помните, что каждая неверная цифра- это ошибка, всякая лишняя цифра- это пол-ошибки».

Приближенные числа появляются в результате погрешностей исходных данных (результатов измерений, различных коэффициентов, технологических данных и т.п.). Это неустранимые погрешности, они не зависят от метода решения задач.

При действиях с приближенными числами необходимо учитывать точность, с которой можно получить значения искомых величин, и точность, с которой их необходимо знать.

В условиях специальности 270116 «Монтаж, наладка и эксплуатация электрооборудования промышленных и гражданских зданий» техникума могут быть предложены задачи следующего содержания.

**Задача 1.**

Найти напряжение (В) для моментов времени = 20c; 50с; 90с. Если =100В, =50с

**Решение**

1. = 20c; (В)
2. = 50c; (В)
3. = 90c; (В)

**Задача 2.**

Ток в цепи изменяется по закону (A). Определить ток

для моментов времени = 0c; 0,001с; 0,005с; 0,01с.

**Решение**

1. = 0c; =5(A)
2. = 0,001c; =5(A)
3. = 0,005c; =53(A)
4. = 0,01c; =5(A)

В этих задачах тема «Приближенные вычисления» включает в себя расчет по готовым формулам.

**1.2 Приложения производной**

При изучении тех или иных процессов и явлений часто возникает задача определения скорости этих процессов. Её решение приводит к понятию производной, являющемуся основным понятием дифференциального исчисления.

Метод дифференциального исчисления был создан в XVII и XVIII в.в. С возникновением этого метода связаны имена двух великих математиков-

И. Ньютона и Г.В. Лейбница.

При изучении этой темы важно, чтобы студенты поняли, что производная показывает скорость изменения функции, или какого-либо процесса, величины как по времени, так и по другим параметрам. Для этого кроме обычных упражнений на дифференцирование полезно решать задачи из теоретических основ электротехники (ТОЭ), технической механики. Это поможет глубже понять физический смысл производной и убедиться в важности нового понятия.

Так как в практических приложениях обычно интересует не только сама функция, но и скорость ее изменения, то производная, будучи характеристикой скорости изменения функции, имеет самые широкие практические применения в вопросах физики, химии, геометрии и т.д. Так, например: Сила тока есть производная

*, где -* положительный электрический заряд, переносимый через сечение проводника за время *.*

**Задача 1**

Количество электричества, протекающее через проводник, начиная с момента времени =0, задается формулой Найти силу тока в конце 6-й секунды.



**Решение**

Сила тока есть производная количества электричества по времени: следовательно, нужно найти производную функции

и вычислить ее значение при t=6c. Имеем

, откуда при получим (A).

**Задача 2.**

Ток в цепи изменяется по закону

(A).

Определить скорость изменения тока в момент времени *=0с; 0,02с.*

**Решение**

*=()′=()*

*; =()*

*; =()*

**Задача 3.**

Определить ЭДС самоиндукции в катушке при прохождении тока, меняющегося по закону *,* если индуктивность катушкии ЭДС самоиндукции определяется по формуле *.* Какова амплитуда ЭДС самоиндукции?

**Решение**

*′′=.*

*.*

Амплитуда ЭДС самоиндукции (-31,4).

При изучении механического смысла производной можно решать задачи из технической механики.

Механическое истолкование производной было впервые дано И.Ньютоном. Оно заключается в следующем: скорость движения материальной точки в данный момент времени равна производной пути по времени, т.е.

Ускорение движущегося тела представляет собой скорость изменения его скорости, т.е. *.*

**Задача 4.**

Точка движется по окружности радиуса 4 м по закону , где

- путь в метрах, t - время в секундах. Найти модуль ускорения точки в момент времени Т, когда .

**Решение**

По условию , значит,

, , , .

Таким образом = (c)

Касательное ускорение

,

при ; .

Нормальное ускорение

. Так как ,

то .

Модуль полного ускорения точки:

;

**Задача 5.**

Материальная точка массой 4 кг движется прямолинейно по закону , где S-путь в м, -время в секундах. Найти величину силы, действующей на точку в момент времени .

**Решение**

*=;*

*=;*

При ,

Искомая сила .

Умение дифференцировать позволяет исследовать различные функции. Если обычные упражнения к этому разделу программы чередовать с задачами общетехнических и специальных дисциплин, то у студентов постепенно формируется понимание глубокой общности в применении математического аппарата к широкому кругу разнообразных явлений природы.

**Задача 6.**

При изменении сопротивления потребителя от до 0 мощность потребителя изменяется по закону

, где - ЭДС источника,

- внутреннее сопротивление источника.

Определить величину сопротивления , при котором мощность потребителя будет максимальной.

**Решение.**

== .

при ., значит мощность потребителя будет максимальной при

R = ro..

**Задача 7.**

Мощность в переменном сопротивлении определяется формулой

, где , .

. Определить, при каком значении тока получается наибольшее значение мощности .

**Решение**

*=*

*при*

*= ,*

Значит, наибольшее значение мощности при .

**Задача 8.**

Тело массой 10 кг движется прямолинейно по закону . Найти кинетическую энергию тела через 4с после начала движения.

**Решение**

Найдем скорость движения тела в момент времени :

=.

Вычислим скорость тела в момент ; .

Определим кинетическую энергию тела в момент :

(Дж).

**Задача 9.**

Сила тока изменяется в зависимости от времени по закону (кундах). Найти скорость изменения силы тока в конце 8-й секунды.

**Решение.**

Скорость изменения силы тока есть производная силы тока по времени:

=

.

**Задача 10.**

Найти скорость и ускорение точки, движущейся прямолинейно по закону

, в момент времени .

**Решение**

=

;

;

.

1.3 **Приложения определенного интеграла**.

С помощью определенного интеграла можно решать различные задачи физики, механики, электротехники и т.д., которые трудно или невозможно решать методами элементарной математики.

При изучении этой темы обязательно на одном из занятий должна быть разобрана одна из важнейших задач электротехники.

**Задача 1.**

Пусть переменный ток изменяется по закону . Найдите действующее значение тока.

**Решение**

Количество тепла, которое выделит в сопротивлении за время Т постоянный ток находят по формуле:

.

Количество тепла, выделенное переменным током в сопротивлении за элементарное время , равно:

, а за время Т;

Так как , то

.

С другой стороны , значит,

, это и есть действующее значение переменного тока.

При изучении теоремы о среднем полезно в качестве следствия сформулировать правило нахождения среднего значения непрерывной функции на данном промежутке:

и решить задачи из теоретических основ электротехники.

**Задача 2.**

Вычислить среднее значение тока за половину периода.

**Решение**

Среднее значение переменного тока за полупериод равно:

*.*

**Задача 3.**

Мощность в цепи переменного тока изменяется по закону:

.

Определить среднюю мощность цепи за период .

**Решение**

*;*

При получим:

500

**Задача 4.**

Работа электрического заряда. Пусть с и с1 – два заряда, находящиеся на прямой на расстоянии друг от друга. Сила взаимодействия между ними направлена вдоль этой прямой и равна. Работу этой силы, когда заряд неподвижен, а заряд передвигается по отрезку , можно подсчитать, разбивая отрезок на части длины. На каждой из них приближенно считаем силу постоянной, тогда работа на таком участке равна . Делая частицы разбиения все более мелкими, убеждаемся, что работа равна интегралу

*.*

Этот интеграл находим, принимая во внимание, что

, откуда

В частности, работа, выполненная силой при передвижении заряда , находившегося сначала на расстоянии от заряда , на бесконечность, равна

**Задача 5.**

Скорость движения точки м/с. Найти путь, пройденный точкой за 4-ю секунду.

**Решение**

Согласно условию, , . Следовательно,

*.*

**Задача 6.**

Скорость движения точки м/с. Найти путь, пройденный точкой от начала движения до ее остановки.

**Решение**

Скорость точки равна нулю в момент начала движения и в момент остановки. Определим, в какой момент точка остановится; для этого решим уравнение , откуда , . Теперь находим

.

**Задача 7.**

Два тела начали двигаться одновременно из одной точки в одном направлении по прямой. Первое тело движется со скоростью м/с, второе- со скоростью м/с. На каком расстоянии друг от друга они окажутся через 5с?

**Решение**

Очевидно, что искомая величина есть разность расстояний, пройденных первым и вторым телом за 5с:

.

.

.

**Задача 8.**

Два тела движутся по прямой из одной и той же точки. Первое тело движется со скоростью м/с, второе- со скоростью м/с. В какой момент и на каком расстоянии от начальной точки произойдет их встреча?

**Решение**

Согласно условию, тела начали двигаться из одной и той же точки, поэтому расстояния, пройденные ими до встречи, равны. Найдем законы движения каждого из тел:

Постоянные интегрирования при начальных условиях , равны нулю. Встреча этих тел произойдет при условии , откуда , или . Решим это уравнение:

,

т.е. Таким образом, встреча этил тел произойдет в момент с.

Подставив значение в равенство, определяющее закон движения любого из тел (например, первого), найдем расстояние, пройденное каждым телом до встречи:

**1.4 . Комплексные числа.**

При изучении этой темы рассказ об истории их возникновения и значении в современной науке подготовит студентов к активному восприятию материала. А решение задач из курса теоретических основ электротехники в этом разделе покажет практическую значимость комплексных чисел.

С помощью комплексных чисел в теоретической электротехнике могут быть представлены напряжение, токи, сопротивление, записаны законы Ома, Кирхгофа.

Введение комплексных чисел упрощает расчеты целей переменного тока. Преподавателю математики полезно знать некоторые сведения из электротехники, особенности введения комплексных чисел для выражения основных характеристик электрических целей. При введении комплексных чисел в данную техническую дисциплину наметилось два принципа:

1. Если техническая величина изменяется по закону синуса, например, величина тока , то соответствующее комплексное значение тока имеет вид:

.

1. Рассматривая сопротивление в простейших электрических цепях переменного тока, вводят поворотный множитель , который поворачивает любой вектор на 90, или множитель , который поворачивает вектор на (-90).

При последовательном соединении активного сопротивления с индуктивным или ёмкостным (или с тем и другим) получают в итоге комплексное сопротивление. Иначе говоря, принцип введения комплексных чисел учитывает роль поворотного множителя .

**Задача 1.**

Заданы комплекс напряжения (В) и комплекс тока

(A).

Определить угол сдвига фаз между током и напряжением.

**Решение**

Переведем значения и из алгебраической формы в показательную. Для этого вычислим его модуль и аргумент:

*,*

*.*

*,*

*.*

* + - 1. *.*

**Задача 2.**

Напряжение меняется по закону (В).

Сопротивление =1,6 Ом и =1,2 Ом соединены последовательно. Найти ток в цепи.

**Решение.**

* + - 1. Комплексное сопротивление

; Ом

* + - 1. Представим комплексным числом

(В)

* + - 1. Действующее напряжение

(В)

* + - 1. Выразим в показательной форме:

;

; .

Итак,

* + - 1. (А).

**Задача 3**

Два генератора работают параллельно. Токи генераторов:

и .

Найти выражение для суммарного тока.

**Решение.**

.

**1.5 Дифференциальные уравнения**

Дифференциальные уравнения - большая и важная область современной математики. Изучение дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными обычно не вызывает у студентов трудностей на занятиях. Но встретившись с такими уравнениями в курсе теоретических основ электротехники, они часто не знают, как приступить к их решению. Имеет значение и новая символика, и необходимость быстрого переключения со специфических вопросов специальных дисциплин на аппарат математики. С целью преодоления этого психологического барьера и привития навыков работы с дифференциальными уравнениями полезно на занятиях по математике предложить задачи из курса электротехники.

**Задача 1.**

При замыкании конденсатора, заряженного до напряжения , на сопротивление протекающие переходные процессы описываются уравнением:

Определить напряжение на емкости в течение переходного процесса, если известно, что при =0, =.

**Решение**

Разделим переменные в уравнении

Получим: .

Проинтегрируем обе части последнего равенства:

- общее решение данного уравнения. Подставив начальные условия , =, найдем :

, следовательно,

=.

**Задача 2.**

При включении электрической цели с сопротивлением и емкостью на постоянное напряжения возникает переходной процесс, который характеризуется дифференциальным уравнением:

*, где .*

Определить закон изменения напряжения в зависимости от времени, если *, =0.*

**Решение**

Разделим переменные в уравнении , получим

*.*

Проинтегрируем обе части последнего равенства:

- общее решение дифференциального уравнения.

При и = 0 найдем . , следовательно

.

**Задача 3.**

Конденсатор ёмкостью включается в цепь с напряжением и сопротивлением . Определить заряд конденсатора в момент после включения.

**Решение**

Сила тока представляет собой производную количества и электричества , прошедшего через проводник, по времени , т.е. В цепи действует электродвижущая сила , равная разности между напряжением цепи и напряжением конденсатора , т.е. . Согласно закону Ома, . Теперь можно составить уравнение

или .

Это - линейное уравнение первого порядка. Его общее решение имеет вид

.

По условию при и, значит, , т.е. .

Таким образом, заряд конденсатора в момент выражается формулой

.

При изучении дифференциальных уравнений можно решить с учащимися задачи из технической механики.

**Задача 4.**

Материальная точка движется прямолинейно с ускорением .

В момент времени начальная скорость , расстояние от начала отсчета . Найти скорость и пройденный путь в момент времени .

**Решение**

1. Найдем скорость материальной точки.

, .

*.*

*.*

, обще решение.

Найдем , используя условия , , получим .

.

.

1. Найдем путь, пройденный точкой

, .

,

,

, общее решение дифференциального уравнения. Так как при , , то .

.

Путь, пройденный телом за 3 с, равен

.

**Задача 5.**

Найти кинетическую энергию тела, движущегося с ускорением в момент времени , если масса тела 2 кг, а скорость тела при равна .

**Решение.**

, , .

.

Так как при , , то .

.

.

289 (Дж)

* 1. **Кривые второго порядка**.

Уравнение второй степени с двумя переменными определяет на плоскости кривую второго порядка и притом единственную.

Такое уравнение имеет вид

.

В этом уравнении коэффициенты могут принимать любые действительные значения при условии, что коэффициенты , и одновременно не равны нулю (так как в противном случае уравнение не будет уравнением второй степени). При изучении данной темы можно решать задачи из курса технической механики на определение траектории движения точки.

**Задача 1.**

По данным уравнениям движения материальной точки , определить траекторию движения точки.

**Решение**

,

.

Возведем обе части равенств в квадрат:

,

, откуда

,

,

,

Значит, материальная точка движется по окружности с центром в начале координат и радиусом .

**Задача 2.**

Определить траекторию движения материальной точки, если заданы уравнения движения:

,

.

**Решение**

, .

, .

Возведем обе части равенств в квадрат.

,

, или

*,*

, откуда

,

, а это значит, что материальная точка движется по траектории, представляющей собой эллипс, оси которого равны 16 и 12.

Каноническое уравнение эллипса имеет вид большая ось эллипса ; малая ось .

**Заключение**

Цель данной работы - показать, как в процессе обучения математике осуществлять междисциплинарные связи, увязывать материал с общетехническими и специальными дисциплинами. Математические задачи носят, как правило, отвлеченный характер, и это требует включения в курс математики техникума ряда задач, связанных с данной специальностью. Задачи, имеющиеся в работе, составлены применительно к специальности «Монтаж, наладка и эксплуатация электрооборудования промышленных и гражданских зданий». Это, в основном, задачи из курса технической механики и технических основ электротехники. Периодическое решение таких задач среди отвлеченно-математических позволяет вводить основные математические понятия не формально, способствует повышению интереса к математике, прививает студентам умение применять знания по математике в будущей практической деятельности.

**Литература**

1. Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов.
2. Ветрова В.С., Гусева Н.Б. «Взаимосвязь математики с общетехническими дисциплинами», ж. «Среднее специальное образование», №4, 1979г.
3. Виленкин Н.Я., Мордкович А.Г. Производная и интеграл. Пособие для учителей. М., «Просвщение», 1976.-96с.
4. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В. Алгебра и начала анализа: учеб. для 11 кл. общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни. -6-е изд.- М.: Просвщение, 2007.-448с.
5. Пехлецкий И.Д. «Математика», математика: Учебник для студ. Образовательных учреждений сред. проф. образования /Игорь Дмитриевич Пехлецкий.-3-е изд.,стер:-М.: Издательский центр «Академия», 2005.-304с.
6. Сериков С.А. «Межпредметные связи в техникуме», «ж» «Среднее специальное образование», №6, 1976г.
7. Соловейчик И.Л. Сборник задач по математике с решениями для техникумов / И.Л. Соловейчик, В.Т.Лисичкин.-М.: ООО Издательский дом «ОНИКС 21 век»: ООО «Издательство «Мир и образование», 2003.- 464с.