**Об алгебре.**

Алгебра - очень важный и крупный раздел математики, который выделился из арифметики. Характерной чертой алгебры являются также и то, что для обозначения чисел она применяет буквы: a, b, c, d, … , x, y, z, …, A, B, C, …,X, Y, Z, и пользуется значительно более богатой символикой, чем арифметика. Символизация алгебры продолжалась несколько столетий. В основном, этому способствовали Франсуа Виет (1540-1603),



Декарт Рене (1569-1650)

и Ньютон (1643-1727). Первоначально алгебра была полностью риторической, все писалось словами, не использовались никакие символы, даже для обозначения четырех арифметических действий. Затем наступил период так называемый синкопированный алгебры, когда некоторые, наиболее часто встречаемые понятия, выражались в виде сокращений соответствующих слов, например, вместо слова «сложить» писали букву p, а вместо «вычесть» - букву m (это начальные буквы соответствующих латинских слов plus – сложить и minus- вычесть). Символическая алгебра приобрела современную форму лишь в начале XVIII века.

Английские математики XVII века Рекорд, Гарриот и Отред ввели в математику знаки =, < и >, а также x – в качестве знака умножения. Вот сколько длительным и кропотливым был путь, пройденный алгеброй, прежде, чем она приобрела свою своевременную, столь стройную, символику.

Алгебра возникла в связи с решением разнообразных задач при помощи уравнений. Обычно в задачах требуется найти одну или несколько неизвестных, зная при этом результаты некоторых действий, произведенных над искомыми и данными величинами. Такие задачи сводятся к решению одного или системы нескольких уравнений, к нахождению искомых с помощью алгебраических действий над данными величинами. В алгебре изучаются общие свойства над величинами.

Некоторые алгебраические приемы решения линейных и квадратных уравнений были известны еще 4000 лет назад в Древнем Вавилоне. Немало свойств, правил действий над величинами алгебраических приемов знали ученые Древней Греции. Однако они выражали их в геометрической форме. Следы геометрической алгебры встречаются поныне в терминах «квадрат» числа, «куб» числа и т. д. Процесс освобождения алгебры от геометрической формы и создание буквенной символики начался еще в Древней Греции

(Диофант Александрийский) и в Индии и в средние века в Европе. Однако, лишь после того как Виет ввел буквенное обозначение не только для неизвестных, но и для известных величин, после появления трудов Декарта, Ньютона и др. ученых этот длительный исторический процесс был в основном завершен.

Под влиянием исследований молодого французского математика Э.Галуа (1811-1832) в дальнейшем развитии, особенно в двадцатом веке, алгебра все более определялась как наука об общих алгебраических операциях (действиях). Значение современной алгебры выходит далеко за приделы учения об уравнениях. Алгебра широко применяется в любом разделе математики, в естествознании и техники. Она продолжает бурно развиваться и в настоящее время.

Среди выдающихся алгебраистов нашего времени числятся и советские ученые: Н.Г.Чеботарев (1894-1947), О.Ю.Шмидт (1891-1956), академики П.С.Александров, А.И.Мальцев и Л.С.Понтрягин, профессора МГУ Б.Н.Делона, А.Г.Курош, И.М.Гельфанд, Г.Е.Шилов и др

**Квадратные уравнения в Древнем Вавилоне.**

Необходимость решать уравнения не только первой, но и второй степени еще в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные с нахождением площадей земельных участков и с земляными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики. Квадратные уравнения умели решать около 2000 лет до н. э. Вавилоняне. Применяя совершенную алгебраическую запись, можно сказать, что в их клинописных текстах встречаются, кроме неполных, и такие, например, полные квадратные уравнения:

x 2 + x =, x 2 – x = 14  .

Правило решения этих уравнений, изложенное в вавилонских текстах, совпадает по существу с современным, однако не известно, каким образом дошли вавилоняне до этого правила. Почти все найденные до сих пор клинописные тексты приводят только задачи с решениями, изложенными в виде рецептов, без указаний относительно того, каким образом они были найдены.

Несмотря на высокий уровень развития алгебры в Вавилоне, в клинописных текстах отсутствуют понятие отрицательного числа и общие методы решения квадратных уравнений.

Зачатки алгебраического мышления находят свое отражение в египетских папирусах.

В папирусе Ахмеса есть специальный раздел «Вычисление кучи». Здесь под словом «куча» подразумевается неизвестная величина.

До нас дошли вавилонские глиняные плитки с комбинациями клиновидных черточек – клинописи. Эти плитки играли в Вавилоне такую же роль, как папирусы в Египте.

Среди обнаруженных плиток имеются и клинописные математические тексты. Основная масса этих литературных источников относится ко второму тысячелетию до нашей эры, около 4000 лет назад в Вавилоне могли решать уравнения, которые содержат неизвестное во второй степени (квадратные уравнения).

Квадратные уравнения появились у вавилонян в связи с землемерной практикой.

**Квадратные уравнения в Индии**

Задачи на квадратные уравнения встречаются уже в астрономическом трактате «Ариабхаттианам», составленном в 499 г. индийским математиком и астрономом Ариабхаттой. Другой индийский ученый, Брахмагупта (VII в.), изложил общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единой канонической форме:

|  |  |
| --- | --- |
| ax 2 + bx = c , a> 0. | (1) |

В уравнении (1) коэффициенты, кроме a, могут быть и отрицательными. Правило Брахмагупты по существу совпадает с нашим.

В древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач. В одной из старинных индийских книг говорится по поводу таких соревнований следующее: «Как солнце блеском своим затмевает звезды, так ученый человек затмит славу другого в народных собраниях, предлагая и решая алгебраические задачи». Задачи часто облекались в стихотворную форму.

Вот одна из задач знаменитого индийского математика XII в. Бхаскары.

*Задача 13.*

|  |
| --- |
| «Обезьянок резвых стая  Всласть поевши, развлекалась.  Их в квадрате часть восьмая  На поляне забавлялась.  А двенадцать по лианам…  Стали прыгать, повисая…  Сколько ж было обезьянок,  Ты скажи мне, в этой стай?» |

Решение Бхаскары свидетельствует о том, что он знал о двузначности корней квадратных уравнений.

Соответствующее задаче 13 уравнение

2 + 12 = x

Бхаскара пишет под видом

x2 – 64x = -768

и, чтобы дополнить левую часть этого уравнения до квадрата, прибавляет к обеим частям 322, получая затем:

x2 – 64x + 322 = -768 + 1024,

(x -32) 2 = 256,

x – 32 =16,

x1 = 16, x2 = 48.

**Квадратные уравнения у Аль-Хорезми.**

В алгебраическом трактате Аль-Хорезми дается классификация линейных и квадратных уравнений. Автор насчитывает 6 видов уравнений, выражая их следующим образом:

1) «Квадраты равны корням», т. е. ax2 = bx.

2) «Квадраты равны числу», т. е. ax2 = c.

3) «Корни равны числу», т. е. ax = c.

4) «Квадраты и числа равны корням», т. е. ax2 + c = bx.

5) «Квадраты и корни равны числу», т. е. ax2 + bx = c.

6) «Корни и числа равны квадратам», т. е. bx + c = ax2.

Автор излагает способы решения указанных уравнений, пользуясь приемами Аль-джебр и Аль-мукабала. Его решение, конечно, не совпадает полностью с нашим. Уже не говоря о том, что оно чисто риторическое, следует отметить, что при решении неполного квадратного уравнения первого вида Аль-Хорезми, как и все математики до XVII в., не учитывает нулевого решения, вероятно, потому, что в конкретных практических задачах оно не имеет значения. При решении полных квадратных уравнений Аль-Хорезми на частных числовых примерах излагает правила решения, а затем их геометрические доказательства.

*Пример.*

Задача 14. «Квадрат и число 21 равны 10 корням. Найти корень» (подразумевается корень уравнения x2 + 21 =10x).

Решение автора гласит примерно так: раздели пополам число корней, получишь 5, умножь 5 само на себя, от произведения отними21, останется 4. Извлеки корень из 4, получишь 2. отними 2 от 5, получишь 3, это и будет искомый корень. Или же прибавь 2 к 5, что даст 7, это тоже есть корень.

Трактат Аль-Хорезми является первой дошедшей до нас книгой, в которой систематически изложена классификация квадратных уравнений и даны формулы их решения.

**Квадратное уравнение в Европе XIII-XVII вв**

Формулы решения квадратных уравнений по образцу Аль-Хорезми в Европе были впервые изложены в «Книге абака», написанной в 1202 г. итальянским математиком Леонардо Фибоначчи. Этот объемный труд, в котором отражено влияние математики как стран ислама, так и Древней Греции, отличается и полнотой, и ясностью изложения. Автор разработал самостоятельно некоторые новые алгебраические примеры решения задач и первый в Европе подошел к введению отрицательных чисел. Его книга способствовала распространению алгебраических знаний не только в Италии, но и в Германии, Франции и других странах Европы. Многие задачи из «Книги абака» переходили почти во все европейские учебники XVI-XVII вв. и частично XVIII.

Общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единому каноническому виду

x 2 + bx = c,

при всевозможных комбинациях знаков коэффициентов b, c было сформулировано в Европе лишь в 1544 г. М. Штифелем.

Вывод формулы решения квадратного уравнения в общем виде имеется у Виета, однако Виет признавал только положительные корни. Итальянские математики Тарталья, Кардано, Бомбелли среди первых в XVI в. учитывают, помимо положительных, и отрицательные корни. Лишь в XVII в. благодаря трудам Жирара, Декарта, Ньютона и других ученых способ решения квадратных уравнений принимает современный вид.