***Приложение №7***

***Творческие проекты учащихся.***

**1.Покупка лошади.**

В старинной арифметике Магницкого мы находим следующую забавную задачу, которую приводим здесь, не сохраняя языка подлинника:

Некто продал мне лошадь за 156 руб. но покупатель, приобретя лошадь, раздумал ее покупать и возвратил продавцу, говоря:

- Нет, мне расчета покупать за эту цену лошадь, которая таких денег не стоит.

Тогда продавец предложил другие условия:

- Если, по-твоему, цена лошади высока, то купи только ее подковные гвозди, лошадь же получишь тогда в придачу бесплатно. Гвоздей в каждой подкове 6. За первый гвоздь дай мне всего $\frac{1}{4} $коп., за второй - $\frac{1}{2}$ коп., за третий – 1 коп. и т.д.

Покупатель, соблазненный низкой ценой и желая даром получить лошадь, принял условия продавца, рассчитывая, что за гвозди придется платить не более 10 рублей.

Насколько покупатель проторговался?

**Решение:**

За 24 подковных гвоздя пришлось уплатить

$\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+1+2+2^{2}+2^{3}+…+2^{24-3}$ копеек. Сумма эта равна

$\frac{2^{21}∙2-\frac{1}{4}}{2-1}=2^{22}-\frac{1}{4}=4194303\frac{3}{4}$ коп., т.е. около 42 тысяч рублей. При таких условиях не обидно дать и лошадь в придачу.

**2.Вознаграждение воина**

Из другого старинного русского учебника математики, носящего пространное заглавие: «Полный курс чистой математики, сочиненный Артиллерии Штык-Юнкером и Математики партикулярным Учителем Ефимом Войтяховским в пользу и употребление юношества и упражняющихся в Математике» (1795), заимствована следующая задача:

«Служившему воину дано вознаграждение за первую рану 1 копейка, за вторую – 2 копейки, за третью – 4 копейки и т.д. По исчислению нашлось, что воин получил всего вознаграждения 655 руб. 35 коп. Спрашивается число его ран».

**Решение:**

Составляем уравнение

65535 = 1+2+$2^{2}+2^{3}+…+2^{х-1}$ или

65535=$ \frac{2^{х-1}∙2-1}{2-1}=2^{х}-1$, откуда имеем:

65535 = $2^{х}$ и х=16

- результат, который легко находим путем испытаний.

При столь великодушной системе вознаграждения воин должен получать 16 ран и остаться при этом в живых, чтобы удостоиться награды в 655 руб. 35 коп.

**3.Легенда, связанная с геометрической прогрессией: легенда за изобретение шахмат.**

Одна из наиболее известных легенд - легенда об изобретателе шахмат. Индийский царь Шерам призвал к себе изобретателя шахмат (которого звали Сета) и предложил, чтобы он сам выбрал себе награду за создание интересной и мудрой игры. Царя изумила скромность просьбы, услышанной им от изобретателя: тот попросил выдать ему за первую клетку шахматной доски одно пшеничное зерно, за вторую - два, за третью еще в два раза больше, т. е. четыре, за четвертую - еще в два раза больше и т.д. Эта задача привлекла внимание Л. Н. Толстого. Приведем часть его расчета (шахматная доска здесь названа шашечницей): «Клеток в шашечнице 8 с одной стороны и 8 с другой; 8 рядов по 8 = 64

на 1-ю 1, на 33-ю 4 294 967 296

на 2-ю 2, на 34-ю 8 589 934 592

на 3-ю 4, на 35-ю 17 179 869 184

на 4-ю 8, на 36-ю 34 359 738 368

------ ------ ------ ------

на 62-ю 2 305 843 009 213 693 952

на 63-ю 4 611 686 018 427 387 904

на 64-ю 9 223 372 036 854 775 808

Если 40 000 зерен в одном пуде, то на одной последней клетке вышло 230 584 300 921 369 пудов». Общее число зерен составит число 18 446 744 073 709 551 615.

**4.Как делили хлеб.**

Древнейшая задача на прогрессии – это гораздо более старая задача о делении хлеба, которая записана в знаменитом папирусе Ринда. Папирус этот, разысканный Риндом в конце прошлого столетия, составлен около 200 лет до нашей эры и является списком с другого, еще более древнего математического сочинения, относящегося, быть может, к третьему тысячелетию до нашей эры.

Сто мер хлеба разделить между пятью людьми так, чтобы второй получил настолько же больше первого, насколько третий получит больше второго, четвертый больше третьего и пятый больше четвертого. Кроме того, двое первых должны получить в 7 раз меньше остальных. Сколько нужно дать каждому?

**Решение:**

І на\_\_\_\_\_ в 7 раз

ІІ на\_\_\_\_\_

ІІІ на\_\_\_\_\_

ІV на\_\_\_\_\_

V

Части, полученные участниками раздела, составляют возрастающую арифметическую прогрессию.

Пусть х – первый член прогрессии, у – разность, тогда

а1= х, d = у, n = 5, аn = х+4у, Sn =$ \frac{а1+аn}{2}·n$

Sn =$ \frac{х+х+4у}{2} 5$

$$\frac{2х+4у}{2} ·5=100,$$

2х + 4у=40,

х + 2у=20.

(х + х + у) – получили первый и второй участники раздела,

(х + 2у + х + 3у + х + 4у) – получили третий, четвертый и пятый участники раздела.

7(х + х + у) = х + 2у + х + 3у + х + 4у,

7(х + 2у) = 3х +9у,

14х + 7у = 3х +9у,

11х = 2у,

$\left\{\begin{array}{c}х + 2у=20\\11х=2у;\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}х=20-2у,\\11х=2у;\end{array}\right.$

Решим систему уравнений методом подстановки

11(20 – 2у) = 2у,

220 - 22у - 2у = 0,

220 – 24у = 0,

24у = 220

При у = 9$\frac{1}{6}$, х = 1$\frac{2}{3}$

1$\frac{2}{3}$ -доля первого,

1$\frac{2}{3}$ + 9$\frac{1}{6}$ = 10$\frac{5}{6}$ - доля второго,

10$\frac{5}{6}$ + 9$\frac{1}{6}$ = 20 – доля третьего,

20 + 9$\frac{1}{6}$ = 29$\frac{1}{6}$ - доля четвертого,

29$\frac{1}{6} $+ 9$\frac{1}{6}$ = 38$\frac{1}{3}$ - доля пятого.

Ответ: хлеб должен был разделен на части 1$\frac{2}{3}, $10$\frac{5}{6},$ 20, 29$\frac{1}{6}, $38$\frac{1}{3}.$

**5.Кормление кур.**

Для 31 курицы запасено некоторое количество корма из расчета по декалитру в неделю на каждую курицу. При этом предполагалось, что численность кур меняться не будет. Но так как в действительности число кур каждую неделю убывало на одну, то заготовленного корма хватило на двойной срок. Как велик был запас корма и насколько времени он был рассчитан?

**Решение.**

Пусть запасено было х декалитров корма на одну недель. Так как корм рассчитан на 31 курицу по 1 декалитру на курицу в неделю, то х = 31у.

В первую неделю израсходовано было 31 ∂*л*, во вторую 30, в третью 29 и т. д. до последней недели всего удвоенного срока, когда израсходовано было: (31 – 2у + 1)∂*л*.

Весь запас составлял, следовательно, х= 31у= 31+ 30 + 29 + …..+(31 – 2у + 1).

Сумма 2у членов прогрессии, первый член которой 31, а последний 31- 2у + 1, равна

 31у = $\frac{\left(31+31-2у+1\right)2у}{2}=\left(63-2у\right)у.$

Так как *у* не может быть равен нулю, то мы разделим обе части равенства на этот множитель.

Получаем:31= 63 – 2у, у = 16.

Откуда х= 496.

Запасено было 496 декалитров корма на 16 недель.

**6.Быстрое размножение.**

Возьмем хотя бы одуванчик, приносящий ежегодно около 100 семян. Если бы все они прорастали, мы имели бы:

В 1 год….. 1 растение

«2» ….. 100 растений

«3» ….. 10000 -‌‌‌||-

«4» ….. 1000000 -‌‌‌||-

«5» ….. 100000000 -‌‌‌||-

«6» ….. 10000000000 -‌‌‌||-

«7» ….. 1000000000000 -‌‌‌||-

«8» ….. 100000000000000 -‌‌‌||-

«9» ….. 10000000000000000 -‌‌‌||-

Это в 70 раз больше, чем имеется квадратных метров на всей суше. Следовательно, на 9-ом году материки земного шара были бы покрыты одуванчиками, по 70 на каждом квадратном метре.

Почему же в действительности мы не наблюдаем такого чудовищного размножения? Потому что огромное число семян погибает, не давая отростков: они или не попадают на подходящую почву и вовсе не прорастают, или, начав прорастать, заглушаются другими растениями, или же, наконец, просто истребляются животными. Но если бы этого массового уничтожения семян и ростков не было, каждое растение в короткое время покрыло бы сплошь всю нашу планету.

Это верно не только для растений, но и для животных. Не будь смерти, потомство одной пары любого животного рано или поздно заполнило бы всю Землю. Полчища саранчи, сплошь покрывающие огромные пространства, могут дать нам некоторое представление о том, что было бы, если бы смерть не препятствовала размножению живых существ. В каких-нибудь два-три десятка лет материки покрылись бы непроходимыми лесами и степями, где кишели миллионы животных, борющихся между собой за место. Океан наполнился бы рыбой до того густо, что судоходство стало бы невозможным. А воздух сделался бы едва прозрачным от множества птиц и насекомых. Рассмотрим два примера, как быстро размножается всем известная комнатная муха. Пусть каждая муха откладывает 120 яичек и пусть в течение лета успевает появиться 7 поколений мух, половина которых – самки. За начало первой кладки примем 15 апреля и будем считать, что муха-самка в 20 дней вырастает настолько, что самка откладывает яйца. Тогда размножение будет проходить так:

15 апреля – самка отложила 120 яиц; вначале мая – вышло 120 мух, из них 60 самок.

5 мая – каждая самка кладет 120 яиц; в середине мая – выходит 60·120=7200 мух, из них 3600 самок;

25 мая – каждая из 3600 самок кладет по 120 яиц; в начале июня выходит 3600·120=432000 мух, из них 216000 самок;

14 июня - каждая из 21600 самок кладет по 120 яиц; в конце июня выходит 25920000 мух, из них 12960000 самок;

5 июля - 12960000 самок кладут по 120 яиц; в июле выходит 1555200000 мух, среди них 777600000 самок;

25 июля – выходит 93312000000 мух, среди них 46656000000 самок;

13 августа – выходит 5598720000000 мух, среди них 279936000000 самок;

1 сентября – выходит 355923200000000 мух.

Чтобы яснее представить себе эту огромную массу мух, которые при беспрепятственном размножении могли бы в течение одного лета народиться от одной пары, вообразим, что они выстроены в прямую линию, одна около другой. Так как длина мухи 5 мм, то все эти мухи вытянулись бы на 2500 млн. км – в 18 раз больше, чем расстояние от Земли до Солнца, т.е. примерно, как от Земли до далекой планеты Уран.

В заключение приведем несколько подлинных случаев необыкновенно быстрого размножения животных, поставленных в благоприятные условия.

В Америке первоначально не было воробьев. Эта столь обычная у нас птица была ввезена в Соединенные Штаты намеренно с той целью, чтобы она уничтожала там вредных насекомых, вредящим садам и огородам.

Новая обстановка полюбилась воробьям: в Америке не оказалось хищников, истребляющих птиц, и воробей стал быстро размножаться. Количество вредных насекомых начало заметно уменьшаться, но вскоре воробьи так размножились, что – за недостатком животной пищи – принялись за растительную и стали опустошать посевы. Пришлось приступить к борьбе с воробьями; борьба эта обошлась американцам так дорого, что на будущее время был издан закон, запрещающий ввоз в Америку каких бы то ни было животных.

Второй пример. В Австралии не существовало кроликов, когда это материк открыт был европейцами. Кролик ввезен туда в конце 18 века, и так как там отсутствуют хищники, питающиеся кроликами, то размножение этих грызунов пошло необычно быстрым темпом.

Вскоре полчища кроликов наводнили всю Австралию, нанося страшный вред сельскому хозяйству и превратившись в подлинное бедствие. На борьбу с этим бичом сельского хозяйства брошены были огромные средства, только благодаря энергичным мерам удалось справиться с бедой. Приблизительно то же самое повторилось позднее с кроликами в Калифорнию.

Спелая маковая головка полна крошечных зернышек: из каждого может вырасти целое растение. Сколько же получится маков, если зернышки все до единого прорастут? Чтобы узнать это, надо сосчитать зернышки в целой головке. Скучное занятие, но результат так интересен, что стоит запастись терпением и довести счет до конца. Оказывается, одна головка мака содержит (круглым числом) 3000 зернышек.

Что отсюда следует? То, что будь вокруг нашего макового растения достаточная площадь подходящей земли, каждое упавшее зернышко дало бы росток, и будущим летом на этом месте выросло бы уже 3000 маков. Целое маковое поле от одной головки!

Посмотрим же, что будет дальше. Каждое их 3000 растений принесет не менее одной головки (чаще же несколько), содержащей 3000 зерен. Проросши, семена каждой головки дадут 3000 новых растений, и, следовательно на второй год у нас будет уже не менее

3000·3000=9000000 растений.

Легко рассчитать, что на третий год число потомков нашего единственного мака будет уже достигать

9000000·3000=81000000000000.

На пятом году макам станет тесно на земном шаре, потому что число растений сделается равным

 81000000000000·3000=243000000000000000.

Поверхность же всей суши, т.е. всех материков и островов земного шара, составляет только 235 миллионов квадратных километров, это 235000000000000 кв.м. – примерно в 2000 раз менее, чем выросло бы экземпляров мака.

Вы видите, что если бы все зернышки мака прорастали, потомство одного растения могло бы уже в пять лет покрыть сплошь всю сушу земного шара густой зарослью по две тысячи растений на каждом квадратном метре. Вот такой числовой великан скрывается в маковом зернышке!

Сделав подобный же расчет не для мака, а для какого-нибудь растения, приносящего меньше семян, мы пришли бы к такому результату, но только потомство его покрывало бы всю Землю не пять лет, а в немного больший срок. Возьмем хотя бы одуванчик, приносящий ежегодно около 100 семянок.