***Приложение №6***

**Развитие учения о прогрессиях**

Возможно, что древние вавилоняне и другие народы той дале­кой эпохи имели некоторые общие приемы решения задач, которыe дошли до нас, однако об этих приемах мы пока ничего не знаем. Теоретические сведения, связанные с прогрессиями, впервые встре­чаются в дошедших до нас документах Древней Греции.

Уже в V в. до н: э. греки знали следующие прогрессии и их суммы:

1. 1+2+3+ ... *+n =*$ \frac{ n(n+1)}{2}$;
2. 2 + 4 + 6 + … + *2n* = *n(n* + 1);
3. 1 + 3 + 6 + … + *(2n* + 1) = $(n+1)^{2} и$ др.

В «Псаммите» («Исчислении песчинок») Архимед впервые со­поставляет арифметическую и геометрическую прогрессии:

 1, 2, 3, 4, 5,. .. . . . . . . (1)

 10, $10^{2}$.,$10^{3}$ , $10^{4}, 10^{5}$. . . . (2)

и указывает на связь между ними, например: $10^{3}$·$10^{5}$=$10^{3+5}$=$10^{8}$,

т.е. для умножения двух членов геометрической прогрессии достаточно сложить соответствующие члены арифметической прогрессии и взять полученную сумму в качестве показателя 10.

У греков теория геометрической прогрессии была связана с так называемой геометрической пропорцией: a:b=b:c, в которой числа *а, b, с* образуют геометрическую со знаменателем $\sqrt{\frac{с}{а}.}$

Аналогично в непрерывной арифметической пропорции a-b=b-c числа а, b, собразуют арифметическую пропорцию с разностью

 $\frac{с-а}{2}$.

Прогрессии рассматривались как бы продолжениями пропорций, вот почему эпитеты арифметическая и геометрическая были­перенесены от пропорций на прогрессии.

Такой взгляд на прогрессии сохранился и у многих математиков XVII и даже XVII в. Именно так следует объяснить тот факт, что символ$ \frac{. .}{. .}$ , встречающийся у Барроу, а затем у других английских ученых того времени для обозначения непрерывной геометрической пропорции, стал обозначать в английских и французских учебниках XVIII в. геометрическую прогрессию. По аналогии знаком$ ÷$ стали обозначать арифметическую прогрессию.

В «Началах» Евклидаесть теорема, которая по существу эквивалентна знакомой нам формуле суммы геометрической прогрессии:

 $S\_{n}$=$\frac{lq-а}{q-1}$. (4).

 Одно из доказательств Архимеда, изложенное в его произведении «Квадратура параболы», сводится опять-таки по существу к суммированию бесконечно убывающей геометрической прогрессии:

 а+$ \frac{а}{4}+$ $\frac{а}{4^{2}}+\frac{а}{4^{3} }$ +…=$ \frac{а}{1-\frac{1}{4}}= \frac{4}{3}$а. (5).

Для решения некоторых задач из геометрии механики Архимед вывел формулу суммы квадратов натуральных чисел, хотя ею пользовались и до него:

 $1^{2}+ 2^{2}+3^{2}$ +…+$ n^{2}$= $\frac{1}{6}n\left(n+1\right)\left(2n+1\right).$ (6).

Некоторые формулы, относящиеся к прогрессии, были известны китайским и индийским ученым. Так, Ариабхатта (V в.) знал формулы для общего члена суммы, арифметической прогрессии и др.

Магавира (1Х в.) пользуется формулой (6) и другими более сложными конечными рядами. Однако правило для нахождения суммы членов произвольной арифметической прогрессии впервые встречается в «Книге абака» (1202) Леонардо Пизанского. В «Нау­ке о числах» (1484) Н. Шюке, как и Архимед, сопоставляет ариф­метическую прогрессию с геометрической и дает общее правило для суммирования любой бесконечно убывающей геометрической прогрессии, Формула для суммирования бесконечно убывающей геометрической прогрессии была известна П. Ферма и другим математикам XVIІ в.

Слово «прогрессия» латинского происхождения *(progressio),* бук­вально означает «движение вперед» (как и слово «прогресс») И встречается впервые у римского автора Боэция (V-VI вв.). Пер­воначально под nрогрессиейпонимали всякую числовую после­довательность, построенную по закону, позволяющему неограни­ченно продолжать ее в одном направлении, например последова­тельности натуральных чисел, их квадратов и кубов. В конце сред­них веков и в начале нового времени этот термин перестает быть общеупотребительным. В XVII в., например, Дж. Грегори употребляет вместо прогрессии термин «ряд», а другой видный англий­ский математик, Дж. Валлис, применяет для бесконечных рядов термин «бесконечные прогрессии».

В настоящее время мы рассматриваем прогрессии как частные случаи числовых последовательностей.