Вычисление объёма тел при помощи интеграла.

Пусть задано тело объёмом V, причём имеется такая прямая [(рис. ),](Приложение%209.docx) что, какую бы плоскость, перпендикулярную этой прямой, мы ни взяли, нам известна площадь S сечения тела этой плоскостью. Но плоскость, перпендикулярная оси Ох, пересекает её в некоторой точке *х.* Следовательно, каждому числу *х* (из отрезка [а;b],) поставлено в соответствие единственное число S(х) - площадь сечения тела этой плоскостью. Тем самым на отрезке [а;b] задана функция S(х). Если функция S непрерывна на отрезке [а;b], то справедлива формула

Полное доказательство этой формулы даётся в курсах математического анализа, а здесь остановимся на наглядных соображениях, приводящих к ней.

Разобьём отрезок [а; b] на n отрезков равной длины точками , и пусть , k=1, 2, …, n.

Через каждую точку х проведём плоскость, перпендикулярную оси *Ох*. Эти плоскости разрезают заданное тело на слои [(рис. а,б).](Приложение%2010.docx) Объём слоя, заключённого между плоскостями и , при достаточно больших n приближенно равен площади сечения, умноженной на " толщину слоя" х, и поэтому

Точность этого приближённого равенства тем выше, чем тоньше слои, на которые разрезано тело, т.е. чем больше n. Поэтому при . По определению интеграла.