Межпредметные связи курса физики, алгебры и информатики на примере интегрированного урока по теме «Производная функции. Мгновенная скорость» (10 класс)

Костикова О.В., Иванова Е.Н.
МАОУ гимназия №49 города Тюмени, г.Тюмень

Цель современного естественно-научного обучения – формирование целостной картины мировоззрения, понимание существующих взаимосвязей явлений и процессов. Отсюда возникла идея проведения интегрированных уроков. Цель такого урока – объединить в восприятии учащегося основные знания по некоторым предметам, уточнить понятия и законы, обобщить и систематизировать материал. На интегрированном уроке имеется возможность переноса знаний из одной отрасли знаний в другую. Необычная форма урока стимулирует аналитическую деятельность учащихся, формирует умение анализировать и сравнивать процессы и явления.

Тема «Производная и ее геометрический смысл» изучается учащимися в 11 классе. Производная функции характеризует скорость изменения функции и определяется как предел отношения приращения функции $f(x)$ к приращению ее аргумента Δx, при $\Delta x \to 0$.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

В курсе физики, не используя понятие производной, но используя понятие «скорость изменения переменной величины» даются определения «мгновенная скорость», «ускорение», сила тока», «удельная теплоемкость», угловая скорость», «ЭДС индукции» и пр.

В данной статье предложен вариант интегрированного урока **«Производная функции. Мгновенная скорость»** для 10 класса. Определение «производной функции» дано упрощенно, без определения предела функции.

В уроке ведущей дисциплиной является Физика.

Вспомогательные дисциплины: Алгебра и НМА + Информатика и ИКТ.

Продолжительность урока: 2 урока по 40 минут

Цель урока:

1. Ввести понятие мгновенной скорости; научиться определять мгновенную скорость движущегося тела как первую производную его координаты по времени, научиться определять мгновенную скорость тела с помощью графика s(t) или x(t).
2. Ввести понятие производной функции, выяснить ее геометрический смысл.
3. Научится строить график касательной к графику функции в точке.

Оборудование: доска + ноутбуки или ПК для учащихся (оптимальным является проведение урока в кабинете Информатики и ИКТ)

Ход урока:

Рассмотрим функцию $f = f(x)$. x – аргумент, f – значения функции.

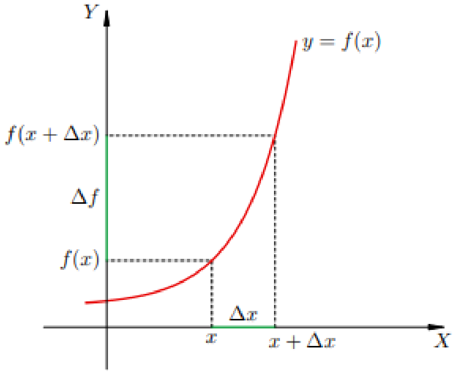

Рис.1 График функции $f = f(x)$

Некоторому изменению аргумента $\Delta\, x$ соответствует некоторое изменение значения функции $\Delta\, f$.

$\Delta\, x$ – приращение аргумента.

Δf – приращение функции.

На рисунке, приращение аргумента – отрезок, соответственно и приращение функции тоже отрезок.

Производная $f'(x)$ функции $f(x)$ в точке x_0 – это число, к которому стремится отношение

$f'(x) = \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$ (1)

при условии, что $\Delta x \to 0$.

Нахождение производной называется дифференцированием.

Некоторые правила дифференцирования:

1. Производная постоянной функции вида $f = const$

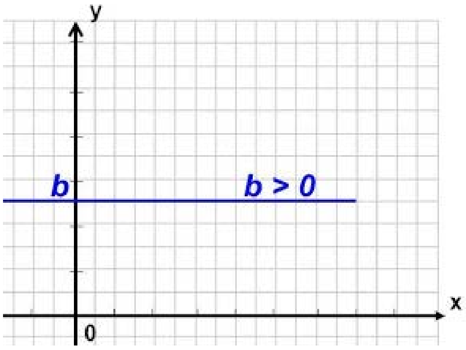

Рис.1 График функции $f = const$

При любом $\Delta x \to 0$ приращение аргумента Δf=0. А следовательно и производная $f'(x) = \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{0}{\Delta x} = 0$

$$Const' = 0$$

2. Производная степенной функции вида $f(x) = x^a$

$$(x^a)' = a * x^{a-1}$$

3. При дифференцировании константа выносится за знак производной

$$(C * x^a)' = C * (x^a)' = C * a * x^{a-1}$$

По геометрическому смыслу, производная функции в точке x_0 равна тангенсу угла наклона касательной, проведенной к графику функции в точке x_0, или угловому коэффициенту k этой касательной.

Комментарий: т.к. учащиеся 10 класса достаточно хорошо знакомы с редактором MS Excel, то следующий этап урока может быть организован в форме индивидуальной работы по готовой инструкции. Задание можно дифференцировать:

– *для учащихся с высокой мотивацией оставить только первое предложение в п.4-7.*

– *для учащихся со средней мотивацией: оставить инструкцию по заполнению ячеек таблицы.*

– *для слабо мотивированных учеников - подготовить шаблон таблицы + шаблон графика.*

Задание: Построить в MS Excel график функции $y = x^2$. Вычислить производную функции и построить касательные к графику функции в точках $x = 2$ и x =4.

1. Примите приращение аргумента стремящимся к 0, например Δx=0,00001. Присвойте это значение ячейке А1.

2. В ячейках А2:G2 оформите шапку таблицы, как показано на рис.3

	A	B	C	D	E	F	G
1	0,00001						
2	x	$y(x)$	$x+\Delta x$	$y(x+\Delta x)$	$y'(x)$	касательная в x=2	касательная в x=4
3							
4							
5							
6							
7							
8							

Рис.3 Таблица исходных данных

3. В столбце А, начиная с третьей строки, будут содержаться значения x от 0 до 5.

4. В ячейке B3 вычислите значение функции при данном аргументе. Введите формулу «=СТЕПЕНЬ(A3;2)» или «=A3^2».
5. В ячейке C3 вычислите значение аргумента и его приращения. Введите формулу «=A3+$A$1»
6. В ячейке D3 вычислите значение функции от $(x + \Delta x)$. Введите формулу «=СТЕПЕНЬ(C3;2)»
7. В ячейке E3 вычислите значение производной функции по формуле (1). Введите формулу «=(D3-B3)/$A$1»
8. Аналогично заполните ячейки A4:E8
9. Постройте график функции.

Вставка График.
Выбрать данные.
Диапазон данных для диаграммы A3:E8.
Элементы легенды: Добавить.
Имя ряда: B2. Значение ряда: B3:B8.
Подписи горизонтальной оси: A3:A8.
Оси. Дополнительные параметры оси: Вертикальная ось пересекает: в категории с номером 1. Положение оси: по делениям.

Комментарий. Форма организации следующего этапа урока может быть любой: учащиеся могут выполнять задания по инструкции или учитель может демонстрировать выполнение построения касательной на доске.

Построим касательную к графику функции в точке x=2. Уравнение касательной имеет вид
$Y = f(x_0) + f'(x_0) * ((x - x_0)$ (2)

1. Значение x_0 – это первое значение аргумента функции. Т.е. значение x_0 находится в ячейке A3.
2. Значение x=2 находится в ячейке A5. Соответствующее значение функции в ячейке B5.
3. В ячейке F3 по формуле (2) вычислите значение Y для данного значения аргумента. Введите формулу «=$B$5+$E$5*(A3-$A$5)».
4. Аналогично заполните ячейки F4:F8.
5. Постройте касательную к графику. Выбрать данные. Элементы легенды: Добавить. Имя ряда: F2. Значение ряда: F3:F8.
6. Самостоятельно постройте касательную к графику в точке x=4.

Для дальнейшей работы выберите на закладке Оси: Сетка: Горизонтальные линии сетки по основной оси: Основные и промежуточные линии сетки. Выполните аналогичные действия для вертикальной оси.

7. Вычислите угловой коэффициент касательной в точке $x = 2$. Постройте треугольник ABC, так, чтобы координаты его вершин определялись однозначно. Угол наклона касательной равен углу BAC (рис.4)

$$tg\alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{(12-4)}{(4-2)} = 4$$

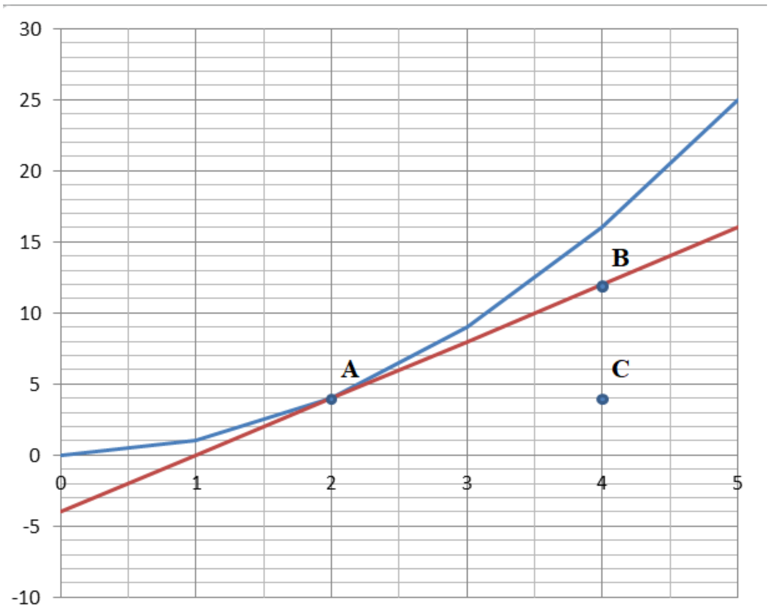

Рис.4 Определение тангенса угла наклона касательной к графику.

Самостоятельно определите тангенс наклона касательной к графику в точке $x = 4$.

Решите задачу: Материальная точка движется из состояния покоя с ускорением $2\frac{м}{с^2}$. Запишите зависимость перемещения от времени для этого тела.

Для тела движущегося с постоянным ускорением зависимость $s(t)$ имеет вид $s = v_0t + \frac{at^2}{2}$.

Для данного условия $s = t^2$

Зависимость скорости от времени $v(t)$ для равноускоренного движения имеет вид:

$$v = v_0 + at$$

Для данной задачи

$$v = 2t$$

В момент времени t =2с скорость тела $v = 2 * 2 = 4\frac{м}{с}$. Сравните с тангенсом угла наклона касательной к графику в т. $x = 2$. Одинаковы.

В момент времени $t = 4$с скорость тела вычисленная по формуле равна $8\frac{м}{с}$. Сравните с тангенсом угла наклона касательной к графику в т. $x = 2$. Одинаковы.

Проведем аналогию. Время является аргументом функции перемещения. Скорость является угловым тангенсом угла наклона касательной к графику s(t). Следовательно скорость в момент времени (мгновенная скорость) является производной от перемещения по времени.

Продифференцируем зависимость s(t) по времени.

$y = x^2$	$s = v_0t + \frac{at^2}{2} = 0 * t + \frac{2t^2}{2} = t^2$
$y' = \frac{\Delta y}{\Delta x}$	$s' = \frac{\Delta s}{\Delta t}$
$y' = 2 * x^{2-1} = 2x$	$s' = 2t$
	$v = v_0 + at = 0 + 2t = 2t$

Далее необходимо подвести итоги урока. На данном этапе учащиеся должны самостоятельно сделать вывод о том, что производная функции применяется при решении физических задач, т.е.элементы дифференциального исчисления применяются для описания и изучения физических процессов.

Домашнее задание:

1. С помощью производной определить зависимость $v(t)$ для тел, законы движения которых выглядят… (2-3 случая).
2. Заполнить таблицу

Функция	Какую величину получим при дифференцировании
координата	*мгновенная скорость*

скорость	
работа	
электрический заряд, проходящий за единицу времени через площадь поперечного сечения проводника	
количество теплоты	