**Пример занятия**

**Занятие 14. Решение тригонометрических уравнений с помощью скалярного произведения векторов**

Известно, что скалярное произведение двух векторов равно произведению их длин на косинус угла между ними ab=|a||b|cosα. Так как | cosα | ≤ 1, то |ab|≤|a||b|. Если векторы заданы в координатной форме, т.е. a{a1;a2} и b{b1;b2}, то a1a2+b1b2 ≤ .

**Пример 1.** Решить уравнение

sinx+ cosx= .

*Решение*. Введём векторы a{sinx;cosx} и b{}, тогда ab= sinx+ cosx ≤ ,

sinx+ cosx≤ .

Очевидно, что исходное уравнение можно записать в виде ab=|a||b|, но это равенство выполняется, когда угол между векторами равен 00. Значит, векторы сонаправлены, т.е. коллинеарны, а у коллинеарных векторов соответствующие координаты пропорциональны, т.е.

.

Причём, sinx и cosx имеют одинаковые знаки:

sin2x + sin4x = cos2x + cos4x,

cos2x = 0,

2x =

*x=.*

Из первоначального уравнения следует, что sinx>0 и cosx>0 (с учётом того, что sinx и cosx одного знака). Ясно, что *x=.*

**Ответ***: x = .*

**Пример 2.** Решить уравнение

sinx

*Решение.* Пусть a{sinx;cosx}, b{}, тогда

sinx.

И знак равенства имеет место, если , откуда x=.

**Ответ**: x=

**Пример 3***.* Найти все пары (x;y), удовлетворяющие уравнению

sinxcos2y +cosxsin2y + 1 = ).

**Решение.** Рассмотрим векторыa{sinx;cosx,1}, b{cos2y,sin2y,1}, тогда sinxcos2y+cosxsin2y +1 ≤ =.

Ясно, что векторы a и b для выполнения равенства должны быть сонаправлены, а их соответствующие координаты пропорциональны. Получаем, ,

Последнее равенство можно записать в виде системы

Возводим обе части равенства в квадрат и складываем, получим sin4y+cos4y = 1, откуда siny=0 или cosy =0, что невозможно.

**Ответ**: решений нет.