***4. Задачи на применение теоремы умножения вероятностей независимых событий***

*Произведением* двух событий А и В называют событие $С=А∙В$, которое заключается в том, что происходят и событие А, и событие В.

Событие В называют *независимым* от события А, если вероятность появления события В не зависит от того, произошло событие А или не произошло.

Теорема: Вероятность произведения двух независимых событий А и В равна произведению вероятности одного из них на вероятность другого: $Р\left(А∙В\right)=Р(А)∙Р(В)$.

*Задача 4.1.* Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,6. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,45. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

*Решение.* Пусть событие А – шахматист А. выиграл первую партию, событие В – шахматист А. выиграл вторую партию, тогда событие $А∙В $– шахматист А. выиграл обе партии. Применяем теорему умножения вероятностей независимых событий: $Р\left(А∙В\right)=Р\left(А\right)∙Р\left(В\right)=0,6∙0,45=0,27$.

Ответ: 0,27.

Используя теорему умножения вероятностей независимых событий, можно решить и *задачу 1.13:*

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Биолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих матчах команда «Биолог» начнёт игру с мячом все три раза.

*Решение.* Вероятность начать игру при бросании жребия равна $ \frac{1}{2}$. Вероятность того, что это событие повторится три раза, по теореме умножения вероятностей (в данном случае трёх) независимых событий равна $\frac{1}{2}∙\frac{1}{2}⸱\frac{1}{2}=\frac{1}{8}=0,125$.

Ответ: 0,125.

*Задача 4.2*. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл не выпадет ни разу.

*Решение.* Событие «орёл не выпадет ни разу» при двух бросаниях монеты означает выпадение двух решек подряд. Поскольку вероятность выпадения решки при одном бросании равна $\frac{1}{2}$, то вероятность события «выпадение двух решек» по теореме умножения вероятностей двух независимых событий равна$ \frac{1}{2}∙\frac{1}{2}=\frac{1}{4}=0,25$.

Разумеется, эту задачу можно было решать и с помощью классической формулы вычисления вероятности события (см. задачи 1.3, 1.4).

Ответ: 0,25.

*Задача 4.3.* Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.

*Решение.* Придётся вспомнить и понятие полной группы событий, и теорему сложения вероятностей несовместных событий, и теорему умножения вероятностей независимых событий. В задаче указаны вероятности выигрыша и проигрыша (обе равны 0,3), значит, вероятность ничьей равна 1- (0,3+0,3) =0,4. Чтобы команда вышла в следующий круг, она, согласно условию, должна набрать как минимум 4 очка за две игры, значит, она может выиграть в обеих играх (это принесёт ей 6 очков), либо выиграть одну из игр, а другую свести к ничьей (тогда получит 4 очка, чего ей, в принципе, тоже достаточно). Итак, команду устраивает одно из трёх событий: выигрыш-выигрыш (событие А), выигрыш-ничья (событие В), ничья-выигрыш (событие С). Все эти события - А, В, С - несовместны. Найдём вероятности этих событий. Вероятность события А по теореме умножения вероятностей независимых событий $Р\left(А\right)=0,3∙0,3=0,09$. Аналогично $Р\left(В\right)=0,3∙0,4=0,12$ и $Р\left(С\right)=0,4∙0,3=0,12.$ Применяем теорему сложения вероятностей для трёх несовместных событий А, В, С. Получим: $Р\left(А+В+С\right)=Р\left(А\right)+Р\left(В\right)+Р\left(С\right),и, подставив в формулу вычисленные вероятности, имеем:Р\left(А+В+С\right)=0,09+0,12+0,12=0,33.$

Ответ: 0,33.